

Inhalt

Vorwort.	13
Einführung	17
Kapitel 1: Auf der Suche nach der Weltformel	35
Weltformel der Platonischen Körper 36 – Mathematische Symmetrie 37 – Globale Symmetrie physikalischer Gesetze 38 – Lokale Symmetrie physikalischer Gesetze 38 – Eichsymmetrie und Große Vereinigungstheorie 39 – Eichsymmetrie als Weltformel? 40 – Spontane Symmetriebrechung 41 – Symmetrie und Eleganz von Formeln 42 – Feynman-Diagramme und abstrakte Formeln 42 – Big Data und vorläufige Erfolgsrezepte 44 – Big Data und fundamentale Symmetriengesetze 46	
Kapitel 2: «Nichts wäre ungewiss ...» (Laplacescher Geist) 48	
Formeln analytischer Geometrie 49 – Formeln analytischer Mechanik 49 – Formeln der Verwaltung? 50 – Laplace und Gott 51 – Laplacescher Geist und Berechenbarkeit der Welt 52 – Berechenbarkeit in der Politik? 54 – Erbe von Laplace 55	

**Kapitel 3: «Wir müssen wissen – wir werden wissen»
(David Hilbert) 57**

Euklids Axiomensystem der Geometrie 58 – Hilberts
formales Axiomensystem der Geometrie 58 – Modelle
formaler Axiomensysteme 59 – Unabhängigkeit formaler
Axiome 60 – Widerspruchsfreiheit formaler Axiome 61 –
Vollständigkeit formaler Axiome 61 – Grundlagenkrise
der Mathematik 62 – Cantors Axiomensystem der
Mengenlehre 63 – Mathematischer Intuitionismus und
Konstruktivismus 63 – Hilberts Programm finiter
Formalismen 65 – Axiomatische Methode und
Weltformel 66

**Kapitel 4: Unvollständigkeit und Unentscheidbarkeit
(Gödel und Turing) 69**

Gödels unentscheidbare Aussagen und unvollständige
Formalismen 70 – Formalismen und Computer-
sprachen 71 – Turings Beiträge zur Theorie und Praxis der
Berechenbarkeit 72 – Berechenbarkeit und Turing-
maschine 73 – Universelle Turingmaschine 74 –
Churchsche These und Berechenbarkeit 74 – Komplexität
der Berechenbarkeit 75 – Berechenbarkeit und Leibniz'
Programm der Mathesis Universalis 75 – Effektive
Entscheidbarkeit 76 – Effektive Aufzählbarkeit 77 –
Unentscheidbarkeit und Halteproblem einer
Turingmaschine 78 – Unentscheidbarkeit und nicht-
berechenbare Zahlen 79 – Formales System der
Prädikatenlogik 79 – Logische Wahrheiten 80 –
Vollständigkeit und Unentscheidbarkeit der
Prädikatenlogik 80 – Unvollständigkeit und Turings
Halteproblem 81 – Widerspruchsfreiheitsbeweise und
Hilberts finite Methoden 82

Kapitel 5: Von der Beweistheorie zu Computerprogrammen (Gentzen und Turing) 83

Von der Turingmaschine zur Gödelmaschine 83 –
Widerspruchsfreiheitsbeweise und Gentzens transfinite
Methoden 84 – Turings ordinale Beweistheorie 85 –
Grade der Entscheidbarkeit 85 – Hyper-Berechenbarkeit 86 –
Turings Orakelmaschine 86 – Orakelmaschinen und
Intuition 87 – Big Data und Orakelmaschinen 87 –
Orakelmaschinen in der Wissenschaft 88 – Vom
logisch-mathematischen Formalismus zum Software-
Engineering 89 – Theorembeweiser und Gentzen-
Kalkül 90 – Churchs λ -Kalkül und mathematische
Funktionen 92 – Von mathematischen Funktionen zum
funktionalen Programmieren 92

Kapitel 6: Die Welt als Automat (John von Neumann, Konrad Zuse et al.) 94

Leibniz' Welt der göttlichen Automaten 94 – Kluge
Frauen über Automaten 95 – Die Erfindung zellulärer
Automaten 95 – Umgebungsfunktionen einer Zelle 96 –
Computersimulation zellulärer Automaten 97 –
Selbstreproduktion zellulärer Automaten 98 – Zelluläre
Automaten und Churchsche These 99 – Zelluläre Automaten
und biologische Evolution 99 – Konrad Zuse und John
von Neumann 100 – Zuses «Rechnender Raum» 100 –
Zuse-Fredkin-Hypothese 101 – 1-dimensionale zelluläre
Automaten 102 – Stephen Wolframs «A New Kind of
Science» 103 – Computereperimente reichen nicht! 104 –
Boolesche Gesetze der Musterbildung 104 – Platonische Würfel
als Bausteine des Universums zellulärer Automaten 105 –
Komplexitätsgrade zellulärer Automaten 105 –
Symmetriegesetze im Universum zellulärer Automaten 108 –
Symmetrie und Berechenbarkeit im Universum zellulärer
Automaten 110 – Zeitpfeil und Zeitsymmetrie im Universum
der Physik und zellulärer Automaten 110 – Zeitsymmetrie
im Universum zellulärer Automaten 111 – Zeitpfeil im
Universum zellulärer Automaten 112 – Zelluläre Automaten
als dynamische Systeme 113 – Berechenbarkeit der
Automatenwelt und der physikalischen Wirklichkeit 115

Kapitel 7: Quantenwelt und Quantencomputer (Feynman et al.)	117
Quantenzustände und Superpositionen	117 – Verschränkte Zustände und EPR-Experimente
	118 – Quantencomputer und Quantenparallelismus
	119 – Quantenbits und Hilberträume
	121 – Quanten-Turingmaschine und Churchsche These
	122 – Zelluläre Quantenautomaten
	122 – Digitale Quantenwelt
	123 – It from Bit?
	125 – Quantencomputer und Big Data
	125
 Kapitel 8: Chaos und Komplexität (Poincaré et al.)	127
Definition dynamischer Systeme	127 – Lineare Dynamik
	128 – Zustandsraum dynamischer Systeme
	128 – Nichtlineare Dynamik
	130 – Mehrkörperprobleme und Grenzen der Berechenbarkeit
	131 – KAM-Theorem und Grenzen der Berechenbarkeit
	132 – Rekursionsverfahren und Differenzengleichungen
	132 – Zeitreihen und Komplexitätsgrade
	133 – Attraktoren im Zustandsraum
	133 – Zufall und Chaos
	135 – Strömungsdynamik und stochastische Gleichungen
	135
 Kapitel 9: Big Data – Die Berechnung von Leben und Gehirn	137
Turings Modell zellulärer Strukturbildung	137 –
Stephen Smales Modell zellulärer Strukturbildung	139 –
Selbstorganisation komplexer dynamischer Systeme	140 –
Das Prinzip lokaler Aktivität erklärt komplexe Struktur- und Musterbildung	140 – Reaktions-Diffusionsgleichungen und zelluläre Dynamik
	141 – Testverfahren für lokale Aktivität
	142 – Parameterraum für Struktur- und Musterbildung
	142 – Struktur- und Musterbildung am Rand des Chaos
	143 – Struktur- und Musterbildung in der Chemie
	144 – Struktur- und Musterbildung in Zoologie und Botanik
	145 – Struktur- und Musterbildung in der Gehirnforschung
	146 – Berechnung neuronaler Musterbildung durch FitzHugh-Nagumo-Gleichungen
	148 – Elektrotechnisches Modell eines Axons
	149 – Elektrotechnisches Modell einer Hodgkin-Huxley-Zelle
	149 –

Memristoren 151 – Berechnung neuronaler Musterbildung durch Hodgkin-Huxley (HH)-Reaktions-Diffusionsgleichungen 151 – Prinzip lokaler Aktivität als Ursache neuronaler Musterbildung 152 – Von der Selbstwahrnehmung zum Selbstbewusstsein 153 – Neurotechnische Erklärung von Semantik 154 – Von Daten über Information zu Wissen 156 – Vom Wissen über Informations- zur Datenverarbeitung 157 – Architektur von Gehirnen und Computern 157 – Theory of Mind: Erklärung sozialer Kompetenz 158 – Kartographierung und Vermessung des Gehirns 159 – Totale Berechnung des Gehirns? 159

Kapitel 10: Vom Internet zu soziotechnischen Systemen. . . 161

Komplexe Kommunikationsnetze der Evolution 161 – Komplexe Kommunikationsnetze der Technik 162 – Struktur und Dynamik von Computernetzen 162 – Internet als komplexes sich selbst organisierendes Informationssystem 164 – Analogien von Computernetzen und Gehirnen 165 – Big Data in Computernetzen und Gehirnen 166 – World Wide Web als virtuelle Maschine 167 – Mobilfunk und Kommunikationsnetze 168 – Mooresches Gesetz 168 – Ubiquitous Computing 169 – Von Virtual Reality zu Augmented Reality 170 – Cyberphysical Systems und Big Data 170 – Smart Grids und Big Data 172 – Cloud Computing und Big Data 173 – Mathematik komplexer Netze 174 – Komplexitätsgrade von Signalmustern 175 – Evolution von Versorgungs-, Kontroll- und Informationssystemen 177 – Vereinigte Theorie komplexer Netzwerke 178 – Grade der Berechenbarkeit und Orakelmaschinen 178 – Komplexität und logische Tiefe 179 – Smart Cities und Big Data 180 – Cyberphysical Systems realisieren soziotechnische Systeme 181 – Modellierung von Informationsinfrastrukturen 182 – Ethos von Informationsinfrastrukturen 184 – Informationsinfrastrukturen und Demokratie 185

Kapitel 11: Berechenbarkeit von Risiken und

Wahrscheinlichkeit 186

Leibniz über Risiken und Wahrscheinlichkeit 186 –
 Fairer Münzwurf und das Gesetz der großen Zahl 188 –
 Gaußsche Glockenkurve 189 – Normalverteilung und Big
 Data 190 – Laplacescher Geist und Wahrscheinlichkeit 192 –
 Wahrscheinlichkeit als Grenzwert regelloser Zufalls-
 folgen 192 – Kolmogorovs Axiomensystem des
 Wahrscheinlichkeitsbegriffs 193 – Beispiele von
 Wahrscheinlichkeitsverteilungen 195 – Seltene Ereignisse und
 das Gesetz der kleinen Zahl 197 – Zentraler Grenzwertsatz
 und Normalverteilung 197 – Extreme Ereignisse und Nicht-
 Gaußverteilungen 198 – Berechnung von Risiken auf
 Versicherungsmärkten 199 – Bacheliers Modell zur Berechnung
 des Börsenmarkts 200 – Voraussetzungen von Bacheliers
 Modell 201 – Berechnung von Portfolios 203 – Black-Scholes-
 Formel zur Berechnung von Call-Optionen 203 – Universelle
 Berechenbarkeit von Turbulenzen in Natur und
 Gesellschaft? 203 – Risikomanagement durch
 Verbriefung 205 – Berechnungsmodell für Risiken durch VaR
 (Value at Risk) 206 – Krise der Risikoberechnung 208 –
 Axiomatische Definition kohärenter Risikomaße 210 –
 Konvexe Risikomaße und Modellunsicherheit 212 –
 Beschränkte Rationalität und Big Data 212 – Karl Popper und
 der schwarze Schwan 213 – Bertrand Russell und der naive
 Truthahn 214 – Nassim Taleb und das «Ende der
 Theorie» 214 – Der Aberglaube an ein Perpetuum Mobile der
 Gewinnmaximierung 215 – Skeptische Philosophie und Big
 Data 215 – Berechenbarkeit der Soziodynamik 217 –
 Komplexitätsmanagement und Berechenbarkeit 219 –
 Verhaltensökonomie und Berechenbarkeit 220 – Was macht
 die Mathematisierung der sozialen Welt so schwierig? 223

Kapitel 12: Big Data – Die Berechnung der sozialen Welt . . 227

Internet der Dinge 227 – Soziale Netzwerke 227 – Facebook,
 Twitter und Big Data 229 – Prinzip lokaler Aktivität und Big
 Data 230 – Datenexplosion und Big Data 232 – Big Data und
 das «Ende der Theorie»? 233 – Definition von Big Data 233 –
 Big Data-Algorithmen 234 – Metadaten und Big Data 235 –

Metadaten und Datenkontext	236
Big Data im Gesundheitssystem	237
Big Data in der Ökonomie	238
Industrie 4.0 und Big Data	239
Big Data in Staat und Verwaltung	239
Big Data in Geistes- und Kulturwissenschaften («Digital Humanities»)	240
Automatische Schreibprogramme und Big Data	241
Partnersuche, Liebe und Big Data	243
Big Data und Intuition	243
Big Data im Fußball	244
Big Data und die totale Überwachung	245
Big Data und «A New Kind of Science»?	247
WolframAlpha-Wissensmaschine	247
Mathematische Gesetze in Mathematica-Software	251
Datenkompression oder Irreduzibilität der Rechenzeit?	251
Werte und Gewissen in der Big-Data-Welt	253
Berechenbarkeit in der Politik?	253
Sind Kriege berechenbar?	254
Drohnen und Big Data	255
Big Data und die Illusion von der Berechenbarkeit des Tötens	255
Big Data und die schöne neue Welt der Spionage	256
Big Data und Gödels Entdeckung der Unvollständigkeit der Demokratie	257

Kapitel 13: «Formeln zur Macht» oder Berechenbarkeit unserer Zukünfte? 259

«Formeln zur Macht» – oder wer wird Supermacht?	259
Macht der Algorithmen im Zweiten Weltkrieg	260
Wie berechenbar ist die Zukunft?	262
Szenarien von Zukünften	262
Delphi-Verfahren	263
Zukunft der Menschheit	264
Energieskala zukünftiger Zivilisationen	265
Welraumtechnologie zukünftiger Zivilisationen	266
Zuses Vision sich selbst reproduzierender Weltraumroboter	267
Zukünfte von Cyberphysical Systems	268
Zukünfte des Lebens	268
Informationsskala zukünftiger Zivilisationen	268
«Datengetriebene» (data driven) Prognosen	269
Bedeutung der Naturgesetze	270
Erkenntnischema mathematischer Naturgesetze	270
Big Data in den Lebenswissenschaften reicht nicht	271
Vermessung und Berechnung des Lebens auf der Grundlage von Gesetzen	272
Prognosepotential in Wirtschafts- und Sozialwissenschaften	273

Kapitel 14: Wieso passt die Mathematik so gut auf die Welt?	275
Vom Zählen zum Zahlbegriff 275 – Beweis des Unendlichen: die Macht der Theorie 277 – Mathematische Welten jenseits des Abzählbaren 278 – Von geometrischen Konstruktionen zur Idealität geometrischer Formen 278 – Lösung mathematischer Probleme durch Abstraktion: die Macht der Theorie 279 – Die Gesetze der Mathematik gelten im strengen logischen Sinn unabhängig von der physikalischen Raum-Zeit 280 – Mathematische Abstraktion und physikalische Anwendung 281 – Formale Axiomensysteme, Modelle und Datenmuster 282 – Invarianz- und Symmetriegesetze der Natur 283 – Sind mathematische Strukturen Konstruktionen des menschlichen Geistes oder reale Strukturen der Welt? 283 – Symmetrie und Symmetriebrechung 284 – Digitale Struktur der physikalischen Welt 285 – Kritik der Urteilskraft und Big Data 285 – Das Lachen der thrakischen Magd und Big Data 286	
Anmerkungen	291
Literaturverzeichnis	327
Abbildungsnachweis	339
Sachverzeichnis	342
Personenverzeichnis	350