Thermodynamik

Ein Lehrbuch für Ingenieure

Bearbeitet von
Herbert Windisch

5. Auflage 2014. Buch. X, 358 S. Kartoniert
ISBN 978 3 486 77847 2
Format (B x L): 17 x 24 cm
Gewicht: 612 g

Lösungen zu Kontrollfragen und Übungen zum Buch „Thermodynamik“

Herbert Windisch: Thermodynamik · Ein Lehrbuch für Ingenieure.
5. Auflage 2014, De Gruyter Oldenbourg
ISBN 978-3-486-77847-2, eISBN 978-3-486-85914-0

Bearbeitet von Gordon und Herbert Windisch

Lösungen zu Kapitel 2

Abschnitt 2.1 (Seite 9)

Hinweis: natürlich unter üblichen Randbedingungen, d.h. z.B. ist eine Stahl Sauerstoff-flasche unter üblichen Randbedingungen inkompressibel. Mit genügend Kraft lässt sie sich auch deformieren dann ist sie nicht mehr rigid.

1. Abgeschlossenes (adiabat, geschlossen, rigid) System, einphasig, kontinuierlich.
2. Geschlossenes System, homogen, rigid, einphasig, diatherme Wand.
3. Geschlossenes System, kontinuierlich, rigid, einphasig, diatherme Wand
4. Geschlossenes System, heterogen, rigid, mehrphasig, diatherme Wand
5. Offenes System, heterogen, mehrphasig, diatherm.
6. Offenes System, homogen, einphasig, adiabat.
7. Abgeschlossenes (adiabat, geschlossen, rigid) System, einphasig, homogen.
8. Offenes System, homogen, einphasig, diatherm

Abschnitt 2.2 (Seite 18)

1. Zustandsgrößen: innere: T, p, m, n, v, M, V; äußere: m, c, z
   extensive: m, n, V; intensive: T, p, v, M, c, z
2. Intensive und spezifische Zustandsgrößen

3. Druck ist die Summe aller Teilchenimpulse auf die Wand. Temperatur entspricht bei einatomigen Gasen der translatorischen Geschwindigkeit der Gasatome.
4. Beide Stoffe haben die gleiche Temperatur.
5. Die Anzahl der Molekühle in einem Mol eines Stoffes.
6. Am absoluten Nullpunkt: Ideales Gas V = 0 und reales Gases V > 0
7. 27 + 273,15 = 300,15 °K.
8. Spez. Zustandsgrößen bei Bezug auf die Masse und molare bei Bezug auf die Stoffmenge.

Zu Abschnitt 2.4 (Seite 24)

1. Für ideale Gase
2. $R_i = R/M_i$
3. In einem Zustandsdiagram ist die Abhängigkeit von Zustandsgrößen dargestellt.
4. Siehe Abb. 2-11, Seite 24

Übungen

1. Sauerstoffmasse = 4,78 kg (absoluter Druck!)

$$m = \frac{p \cdot V}{R_i \cdot T} = \frac{9{,}1 \cdot 10^6 \dfrac{N}{m^2} \cdot 0{,}040\,m^3}{259{,}9 \dfrac{J}{kgK} \cdot 293\,K} = 4{,}78\,kg$$

2. Molmasse Propan = 44,064 kg/kmol, R_i = 188,68 J/kgK
3. In diesem Fall gilt : $\dfrac{m \cdot R_i}{p} = \dfrac{V}{T} = \text{konstant}$ d.h.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \text{ bzw. } \frac{V_1 \cdot T_2}{T_1} = V_2 = \frac{2\,m^3 \cdot 423\,K}{293\,K} = 2{,}887\,m^3$$

4. In diesem Fall gilt: $m \cdot R_i \cdot T = p \cdot V = \text{konstant}$ d.h.

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \text{ bzw. } \frac{V_1 \cdot p_1}{p_2} = V_2 = \frac{15\,dm^3 \cdot 0{,}15\,MPa}{20\,MPa} = 0{,}1125\,dm^3$$

Lösungen zu Kapitel 3 (Seiten 41–42)

Abschnitt 3.1–3.3

1. Zustandsgrößen beschreiben einen statischen, also zeitlich unveränderlichen Zustand. Prozessgrößen beschreiben eine Veränderung eines Ausgangszustands. Eine Prozessgröße ist also das Gegenteil einer Zustandsgröße.
2. + bedeutet Energiezufuhr für das System. – bedeutet Energieentnahme aus dem System.

3. Eine gedachte Zustandsänderung, die so langsam verläuft, dass man jederzeit anhalten kann und einen stationären Zustand vorfindet. Mit Hilfe der quasistatischen Zustandsänderung lässt sich die Abhängigkeit von Zustandsgrößen in einem Zustandsdiagramm darstellen.
4. Wiederherstellung eines Ausgangszustandes, **ohne** dass in der Umgebung eine Veränderung zurückbleibt.
5. Nein. Eine reversible Zustandsänderung ist eine Idealvorstellung aus der Thermodynamik zur Vereinfachung von Betrachtungen. (Widerspricht dem 2. HS der Thermodynamik, siehe Kapitel 4)
6. Ein stationärer Prozess unter der Annahme das Δp an der Mündung bleibt konstant. Im Gegensatz stünde das Auslaufen eines hohen Behälters unter Schwerkraft, bei dem sich durch das Absinken des Flüssigkeitsspiegels der Druck kontinuierlich verändert.
7. Es widerspricht dem 1.HS, da Energie nicht erzeugt, sondern nur umgewandelt werden kann.
8. Stoff, Aggregatzustand des Stoffes, T, p, v.
9. Die wahre spez. Wärmekapazität gilt nur bei der angegebenen Temperatur. Die mittlere spez. Wärmekapazität gilt für das angegebene Temperaturintervall.
10. Weil bei Aggregatszustandsänderungen $\Delta\vartheta = 0$ ist.
11. Die Angabe des Absolutdruckes und der Temperatur.

Übungen

1. Anfangstemperatur war 9,6°C.

   $Q = m \cdot c \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$ daraus folgt :

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 - \frac{Q}{m \cdot c} = 45°C - \frac{33{,}5\,kJ}{2\,kg \cdot 0{,}473\,kJ/kgK} = 9{,}6°C$$

2. Die Mischungstemperatur ist dann 21,6 °C. Mit Gleichung 3.14:

$$\vartheta_m = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot \vartheta_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot \vartheta_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}$$

$$= \frac{0{,}5\,kg \cdot 0{,}716\;kJ/kgK \cdot 800°C + 10kg \cdot 4{,}19\,kJ/kgK \cdot 15°C}{0{,}5\,kg \cdot 0{,}716\;kJ/kgK + 10kg \cdot 4{,}19\,kJ/kgK} = 21{,}6°C$$

3. Die mittlere spez. Wärmekapazität des Metalls beträgt 0,494 kJ/kgK in diesem Intervall. Mit ϑ_1 als Anfangstemperatur von Wasser und Messing im Kalorimeter und als Anfangstemperatur von Stahl ergibt sich aus der Bilanz: Summe der Energien vor der Mischung = Summe der Energien nach der Mischung:

$$c_{Stahl} = \frac{(m_{H2O} \cdot c_{H2O} + m_{Messing} \cdot c_{Messing}) \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_m)}{m_{Stahl} \cdot (\vartheta_m - \vartheta_2)}$$

$$c_{Stahl} = \frac{(0{,}45kg \cdot 4{,}19kJ/kgK + 0{,}2kg \cdot 0{,}385kJ/kgK) \cdot (15°C - 19{,}4°C)}{0{,}225kg \cdot (19{,}4°C - 100°C)} = 0{,}476\,kJ/kgK$$

4. Gasmischer: Es gilt der Massenerhaltungssatz $\dot{m}_{Abgas} + \dot{m}_{Luft} = \dot{m}_{Gesamt}$ und der Energieerhaltungssatz: $\dot{Q}_{ab,Abgas} = \dot{Q}_{zu,Luft}$. Es ist $\dot{m}_{Abgas} \cdot cp_{Abgas} \cdot \Delta\vartheta_{Abgas} = \dot{m}_{Luft} \cdot cp_{Luft} \cdot \Delta\vartheta_{Luft}$ und mit $\dot{m}_{Abgas} = \dot{m}_{Gesamt} - \dot{m}_{Luft}$ $(\dot{m}_{Gesamt} - \dot{m}_{Luft}) \cdot cp_{Abgas} \cdot \Delta\vartheta_{Abgas} = \dot{m}_{Luft} \cdot cp_{Luft} \cdot \Delta\vartheta_{Luft}$ umgestellt nach dem Luftmassenstrom erhalten wir:

$$\dot{m}_{Luft} = \frac{\dot{m}_{Gesamt} \cdot cp_{Abgas} \cdot \Delta\vartheta_{Abgas}}{cp_{Luft} \cdot \Delta\vartheta_{Luft} + cp_{Abgas} \cdot \Delta\vartheta_{Abgas}} = \frac{6\text{kg/min} \cdot 1104{,}3\text{J/kgK} \cdot 600\text{K}}{1004{,}5\text{J/kgK} \cdot 280\text{K} + 1104{,}3\text{J/kgK} \cdot 600\text{K}}$$

$\dot{m}_{Luft} = 4{,}212\text{kg/min}$; damit ist $\dot{m}_{Abgas} = 6\,\text{kg/min} - 4{,}212\,\text{kg/min} = 1{,}788\,\text{kg/min}$

5. Kühlschrankaufgabe:

$\dot{Q} = \frac{Q}{t}$ t $\frac{Q}{\dot{Q}}$; $Q = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta$

Es müssen Luft, Bier und Bierflaschen um $\Delta\vartheta = 25°C - 8°C = 17°C$ abgekühlt werden.

Die Gesamtenergie die abzuführen ist: $Q_{ges} = Q_{Glas} + Q_{Bier} + Q_{Luft}$

$$Q_{Glas} = m_{Glas} \cdot c_{Glas} \cdot \Delta\vartheta = 20\ \text{Flaschen} \cdot 380\text{g/Flasche} \cdot 830\ \text{J/kgK} \cdot \Delta\vartheta$$
$$= 6{,}308\ \text{kJ/K} \cdot \Delta\vartheta$$

$$Q_{Bier} = m_{Bier} \cdot c_{Bier} \cdot \Delta\vartheta = \rho \cdot V_{Bier} \cdot c_{Bier} \cdot \Delta\vartheta = \frac{1}{v} \cdot V_{Bier} \cdot c_{Bier} \cdot \Delta\vartheta$$
$$= \frac{1}{0{,}0009852\ \text{m}^3/\text{kg}} \cdot 20\text{Flaschen} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}\text{m}^3/\text{Flasche} \cdot 3250\ \text{J/kgK}$$
$$= 32{,}988\ \text{kJ/K} \cdot \Delta\vartheta$$

$$Q_{Luft} = m_L \cdot c_v \cdot \Delta\vartheta; \quad m_L = \frac{P \cdot V}{R \cdot T} = \frac{1010 \cdot 10^2\ \text{N/m}^2 \cdot 1{,}2\text{m}^3}{287\ \text{J/kgK} \cdot 298\text{K}}; \quad m_L = 1{,}417\text{kg};$$

$$Q_{Luft} = 1{,}417\text{kg} \cdot 717{,}5\ \text{J/kgK} \cdot \Delta\vartheta = 1{,}0167\ \text{kJ/K} \cdot \Delta\vartheta$$

$$Q_{ges} = \left(6{,}308\ \text{kJ/K} + 32{,}988\ \text{kJ/K} + 1{,}0167\ \text{kJ/K}\right) \cdot 17\text{K} = 40{,}3127\ \text{kJ/K} \cdot 17\text{K} = 685{,}316\text{kJ}$$

$$t = \frac{Q}{\dot{Q}} = \frac{685{,}316\text{kWs}}{0{,}2\text{kW}} = 3426{,}6\text{s} = 57{,}1\,\text{min}$$

6. Motorthermostat

   Abzuführen sind: $Q = 80\text{kW} = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta\vartheta$; aufgelöst nach der Temperaturdifferenz über

   Motor: $\Delta\vartheta = \vartheta_{aus} - \vartheta_{ein} = \dfrac{\dot{Q}}{\dot{m} \cdot c_p}$ ein aus $\dfrac{\dot{Q}}{\dot{m} \cdot c_p}$

   $$\vartheta_{ein} = 92°C - \frac{80000W \cdot 3600 \, {}^{s}\!/\!_{h}}{10800 \, {}^{kg}\!/\!_{h} \cdot 3333 \, {}^{Ws}\!/\!_{kgK}} = 84°C$$

   $\dot{Q}_{ges} = \dot{Q}_B + \dot{Q}_K$, $\dot{Q}_B$ = Wärmestrom über Bypaß abgeführt; $\dot{Q}_B =$ über Kühler abgeführt

   $\dot{Q}_K = \dot{m}_K \cdot c_p \cdot \Delta\vartheta_K$; $\dot{Q}_B = \dot{m}_B \cdot c_p \cdot \Delta\vartheta_B$; $\dot{Q}_{Ges} = c_p \cdot (\dot{m}_B \cdot \Delta\vartheta_B + \dot{m}_K \cdot \Delta\vartheta_K)$

   $\dot{m}_B \cdot \Delta\vartheta_B + \dot{m}_K \cdot \Delta\vartheta_K = \dfrac{\dot{Q}_{ges}}{c_p}$; mit $\dot{m}_{ges} = \dot{m}_B + \dot{m}_K$ $\dot{m}_K$ $\dot{m}_{ges}$ $\dot{m}_B$;

   $$\dot{m}_B \cdot \Delta\vartheta_B - \dot{m}_{ges} \cdot \Delta\vartheta_K + \dot{m}_B \cdot \Delta\vartheta_K = \frac{\dot{Q}_{ges}}{c_p}$$

   $$\dot{m}_B \cdot \left(\vartheta_B - \Delta\vartheta_K\right) = \frac{\dot{Q}_{ges}}{c_p} - \dot{m}_{ges} \cdot \Delta\vartheta_K; \quad \dot{m}_B = \frac{\dfrac{\dot{Q}_{ges}}{c_p} - \dot{m}_{ges} \cdot \Delta\vartheta_K}{\Delta\vartheta_B - \Delta\vartheta_K};$$

   $$\dot{m}_B = \frac{\dfrac{80000W}{3333 \, {}^{Ws}\!/\!_{kgK}} - \dfrac{10800 \, {}^{kg}\!/\!_{h} \cdot 16K}{3600 \, {}^{s}\!/\!_{h}}}{2°C - 16°C}$$

   $$\dot{m}_B = \frac{-24 \, {}^{kgK}\!/\!_{s}}{-14K} = 1{,}7143 \, {}^{kg}\!/\!_{s} \quad \text{oder} \quad \dot{m}_B = 102{,}86 \, {}^{kg}\!/\!_{min} = 6171{,}43 \, {}^{kg}\!/\!_{h}$$

   $$\dot{m}_K = \dot{m}_{ges} - \dot{m}_B = 3 \, {}^{kg}\!/\!_{s} - 1{,}7143 \, {}^{kg}\!/\!_{s} = 1{,}2857 \, {}^{kg}\!/\!_{s}; \quad \text{oder}$$

   $$\dot{m}_K = 77{,}142 \, {}^{kg}\!/\!_{min} = 4628{,}52 \, {}^{kg}\!/\!_{h}$$

Lösungen zu Abschnitt 3.4 (Seite 49)

1. 120 J; da 1 J = 1 Nm.
2. Wellenarbeit ist irreversibel. Volumenänderungsarbeit reversibel.
3. Negativ. Da das System bei der Expansion Arbeit abgibt da dV > 0 ist.

Übungen

1. Die Endtemperatur beträgt 18,75 °C.

$$Q_{zu} = m \cdot c \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) \qquad (1)$$

Wegen: $E_{kin} = \Delta E_{pot}$

$$Q_{zu} = 0,75 \cdot \left(0,9 \cdot \Delta E_{pot}\right);\ Q_{zu} = 0,675 \cdot \Delta E_{pot} \text{ mit}$$

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h \qquad (2)$$

(2) in (1) $\quad 0,675 \cdot m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot \left(\vartheta_2 - \vartheta_1\right)$

$$\vartheta_2 = \frac{0,675 \cdot g \cdot h}{c} + \vartheta_1; \qquad \vartheta_2 = \frac{0,675 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 80m}{0,1414 \frac{kJ}{kgK} \cdot 10^3 \frac{kgm^2}{kJs^2}} + 15°C$$

$$\underline{\underline{\vartheta_2 = 18,75°C}}$$

2. Die Temperatur ändert sich um 0,93°C also ca. 1 °C

Die zugeführte Wellenarbeit entspricht der Änderung der inneren Energie

$$\Delta U = m \cdot c_v \cdot \Delta\vartheta \text{ daraus folgt: } \Delta\vartheta = \frac{\Delta U}{m \cdot c_v} = \frac{1000Nm}{1,5kg \cdot 717,5Nm/kgK} = 0,93K$$

Lösungen zu Kapitel 4

Zu Abschnitt 4.1 (Seite 55)

1. Nur als Volumenänderungsarbeit.
2. Wärme wird dem System zugeführt und verändert das System, sie ist eine Prozessgröße. Die innere Energie ist eine Zustandsgröße und ist nach der Wärmezufuhr um den Betrag der zugeführten Wärme größer.
3. Keinen.

Übungen

1. $\Delta U = W_{el} + W_w + W_v$; $\qquad W_{el} = 0,222kWh \cdot 3600\ {}^{s}\!/_{h} = 800kWs$

$$W_w = 40kWs$$

$$W_v = -100kWs$$

$$\Delta U = 800kWs + 40kWs - 100kWs = 740kJ$$

Zu Abschnitt 4.2–4.4 (Seiten 68 + 69)

Kontrollfragen

1. Die Innere Energie.
2. du= c_v dT. Mit dT = 0 wird dq = du +pdv zu dq = pdv = -w_v.
3. Nein niemals. Es kann zwar als Wellenarbeit zugeführt
4. Elektrische und Wellenarbeit sind irreversibel, Volumenänderungsarbeit und Wärme sind reversibel beim geschlossenen System.
5. Der obere spez. Brennwert enthält die Verdampfungsenthalpie. (nur 1. Auflage)
6. Thermische Energie, chemische Energie, nukleare Bindungsenergie. Die letzten beiden Energien werden selten mitbilanziert.
7. Wenn sich das Volumen vergrößert ist dV positiv, es wird aber dabei Arbeit abgegeben damit muss ein negatives Vorzeichen eingeführt werden um der Vorzeichenregel gerecht zu werden.
8. Die Formulierung gilt auch für geschlossene Systeme.
9. Bei p = konst., ist dp =0 und es gilt dq= du + p·dv = dh- v·dp. Mit du=c_v·dT , dh= c_p·dT und p·dv = R_i·dT gilt cp = cv+R_i . R_i ist immer >0, damit ist cp immer > cv.

Übungen

1. $V_1 = 0{,}2\,m^2$, $p_1 = p_2 = 0{,}2\,MPa$, $\vartheta_2 = 18°C \rightarrow T_1 = 291K$

es gilt: $$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$ Wegen Gewichtsbelastung $p_1 = p_2$

$$V_2 = \frac{V_1 \cdot T_2}{T_1} = \frac{0{,}2m^2 \cdot 473K}{291K} = 0{,}3251m^3$$

Weiterhin: $V_1 = A_K \cdot h_i$; $V_2 - V_1 = A_K \cdot (h_2 - h_1)$

$$\rightarrow \quad \Delta h = \frac{V_2 - V_1}{A_K} = \frac{0{,}3251m^3 - 0{,}2m^2}{\frac{0{,}5^2 m^2 \cdot \pi}{4}} = 0{,}637m$$

Mit: $F_K = m \cdot g \quad F = \Delta p \cdot A_K = (p_i - p_{amb}) \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4}$

folgt: $$m = \frac{(p_i - p_{amb}) \cdot D^2 \cdot \pi}{4g} = \frac{(2-1) \cdot 10^5 \frac{kgm}{s^2 m^2} \cdot 0{,}5^2 m^2 \cdot \pi}{4 \cdot 9{,}81 \, m/s^2}$$

$$m = 2001kg$$

Aus: $$\left|W_{V_{12}}\right| = \int_1^2 p\mathrm{d}V = p\cdot\left(V_2 - V_1\right)$$

$$\left|W_{V_{12}}\right| = 2\cdot 10^5\,\frac{N}{m^2}\cdot(0{,}3251m^3 - 0{,}2m^3)$$

$$\left|W_{V_{12}}\right| = 25020Nm$$

2. $V_1 = V_2 = 0{,}1m^3 \quad p_1 = 3bar \quad p_2 = 8bar \quad T_1 = 293K$

$$c_{m_V} = 0{,}748\,{}^{kJ}\!/_{kgK} \qquad R_{iL} = 287\,{}^{J}\!/_{kgK}$$

es gilt: $$\frac{p_1\cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2\cdot V_2}{T_2}$$

Wegen: $V_1 = V_2$ folgt: $$T_2 = \frac{p_2\cdot T_1}{p_1} = \frac{8bar\cdot 293K}{3bar} = 781{,}3K \quad \left(\vartheta_2 \approx 508°C\right)$$

$$Q_{zu} = m\cdot c_{m_V}\cdot\left(T_2 - T_1\right)\ ;\ \text{aus: } p_1\cdot V_1 = m\cdot R_{Luft}\cdot T_1 \ \text{ ist } \ m = \frac{p_1\cdot V_1}{R_{Luft}\cdot T_1}$$

folgt: $$Q_{zu} = \frac{3\cdot 10^5\,\frac{N}{m^2}\cdot 0{,}1m^3}{287\,\frac{Nm}{kgK}\cdot 293K}\cdot 0{,}748\,\frac{kJ}{kgK}\cdot\left(781K - 293K\right),$$

$$Q_{zu} = 130{,}22kJ(kWs)$$

$$W_{tech} = P_{tech}\cdot\Delta t \quad \rightarrow Q_{zu} = P_{tech}\cdot\Delta t$$

$$\Delta t = \frac{Q_{zu}}{P_{tech}} = \frac{130220Ws}{4000W}, \quad \Delta t = 32{,}58s$$

3. $R_{i,CO}$ = 296,8 J/kgK, $c_{v,CO}$ = 743,2 J/kgK , κ = 1,40
4. Benzin = 0,33 Ct/kWh, Heizöl = 0,2 Ct/kWh, Erdgas = 0,16 Ct/kWh
   Strom = 1,0 Ct/kWh
5. $$Q_{12} + W_{12} = \left(H_2 - H_1\right) + \left(E_{K2} - E_{K1}\right) + \left(E_{pot2} - E_{pot1}\right)$$

$$Q_{12} = \left(H_2 - H_1\right) + \left(E_{K2} - E_{K1}\right) + \left(E_{pot2} - E_{pot1}\right) - W_{12}$$

$$H_2 - H_1 = m_L\cdot(h_2 - h_1)\ ;\ c_p = \frac{\chi\cdot R_i}{\chi - 1} = 1004{,}5\,{}^{J}\!/_{kgK}\ ;$$

$$m_L = \frac{p\cdot V}{R_i\cdot T} = \frac{2\cdot 10^5\,\frac{N}{m^2}\cdot 12m^3}{287\,{}^{Nm}\!/_{kgK}\cdot 283K} = 29{,}55kg\ , \quad H_2 - H_1 = 29{,}55kg\cdot 1004{,}5\,{}^{J}\!/_{kgK}\cdot 40K\ ,$$

$$H_2 - H_1 = 1187319Nm \quad (J)$$

$$E_{Kin2} - E_{Kin1} = m_{ges} \cdot \frac{c_2^2}{2} = \frac{21000\text{kg}}{2} \cdot \left(22{,}222\ \text{m}/\text{s}^2\right)^2 = 5185184\text{Nm}\ ,$$

$$c = \frac{80000\ \text{m}/\text{h}}{3600\ \text{s}/\text{h}} = 22{,}222\ \text{m}/\text{s}\ ;$$

$$E_{pot2} - E_{pot1} = m \cdot g \cdot \Delta z\ ; \qquad \Delta z = \sin(\alpha) \cdot s = 100\text{m}$$

$$E_{pot2-} - E_{pot1} = 20000\text{kg} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot -100\text{m} = -19620000\text{Nm}$$

$$W_{12} = -F_R \cdot s\ ;\ \ F_R = F_N \cdot \mu\ ;\ \ F_N = m_2 \cdot g$$

$$W_{12} = -\left(m_2 \cdot g \cdot \mu \cdot s\right) = -\left(1000\text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{m}/\text{s}^2 \cdot 0{,}866 \cdot 1000\text{m}\right)$$

$$W_{12} = -8495460\text{Nm}$$

$$Q_{12} = 1187319\text{Nm} + 5185184\text{Nm} - 19620000\text{Nm} + 8495460\text{Nm}$$

$$Q_{12} = -4752037\text{Nm}$$

Zu Abschnitt 4.5–4.6 (Seiten 80–81)

Kontrollfragen

1. Exergie + Anergie = Energie. Exergie = uneingeschränkt umwandelbare Energie. Anergie = nicht nutzbare Energie.
2. Zur Exergie.
3. Zur Anergie.
4. Energie; abgeschlossenes System; Exergie.
5. Reversibel heißt einen Ausgangszustand wiederherstellen ohne dass eine Veränderung in der Umgebung zurückbleibt. Es ist also eine Zusatzbedingung vorhanden.
6. Hat bei einem Prozess bei dem ein stabiler Endzustand erreicht wurde die Entropie zugenommen, dann hat dieser Zustand eine höhere Wahrscheinlichkeit.
7. Wenn Wärme abgeführt wird.
8. In einem abgeschlossenen System.
9. Möglichst hoch.
10. Unendlich hoch.

Übungen

1. $S_2 - S_1 = m \cdot (s_2 - s_1)$ $\quad m = \dfrac{p \cdot V}{R_i \cdot T}$ $\quad$ mit: $\quad R_i = \dfrac{R}{M}$

folgt: $$m = \frac{1 \cdot 10^5 \dfrac{N}{m^2} \cdot 10 m^3 \cdot 28{,}963 \dfrac{kg}{kmol}}{8314 \dfrac{J}{kmol\ K} \cdot 333 K} = 10{,}463 kg$$

$$s_2 - s_1 = c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} \qquad c_v = c_p - R_i = 717 \frac{J}{kgK}$$

$$s_2 - s_1 = 717 \frac{J}{kgK} \cdot \ln \frac{573K}{333K} = 0{,}389 \frac{kJ}{kgK}$$

$$S_2 - S_1 = 10{,}463 kg \cdot 0{,}389 \frac{kJ}{kgK} = \underline{\underline{4{,}07 \frac{kJ}{kg}}}$$

2. isotherm: $S_2 - S_1 = m \cdot (s_2 - s_1)$ $\qquad s_2 - s_1 = R_i \cdot \ln \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{R}{M} \cdot \ln \dfrac{p_1}{p_2}$

$$s_2 - s_1 = \frac{8314 \dfrac{J}{kmol\,K}}{28{,}0134 \dfrac{kg}{kmol}} \cdot \ln \frac{1 bar}{15 bar} = -803{,}75 \frac{J}{kgK}$$

$$S_2 - S_1 = 100 kg \cdot (-803{,}75 \frac{J}{kgK}) = \underline{\underline{-80{,}375 \frac{kJ}{K}}}$$

$$Q_{12} = (S_2 - S_1) \cdot T = -80{,}375 \frac{kJ}{K} \cdot 300K = \underline{\underline{-24112{,}5 kJ}}$$

3. $m = n \cdot M$ $\qquad m = 5 kmol \cdot 44{,}0098 \dfrac{kg}{kmol} = 220{,}05 kg$

$$s_2 - s_1 = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R_i \cdot \ln \frac{p_2}{p_1}\ ; \ R_i = \frac{R}{M} = \frac{8314 \dfrac{J}{kmol\,K}}{44{,}0098 \dfrac{kg}{kmol}} = 188{,}9 \frac{J}{kgK}$$

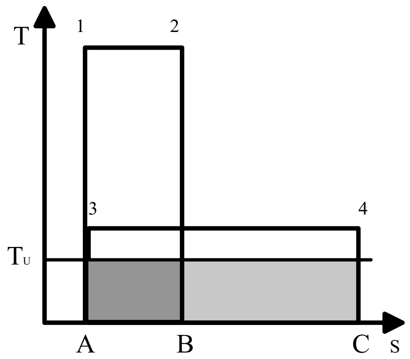
$$s_2 - s_1 = 911{,}8 \frac{J}{kgK} \cdot \ln \frac{593K}{298K} - 188{,}9 \frac{J}{kgK} \cdot \ln \frac{30 bar}{1 bar} = -15{,}076 \frac{J}{kgK}$$

$$S_2 - S_1 = m \cdot (s_2 - s_1)\ ; \ S_2 - S_1 = 220{,}05 kg \cdot 15{,}076 \frac{J}{kgK} = \underline{\underline{-3{,}317 \frac{kJ}{K}}}$$

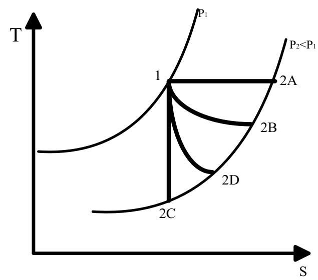
Lösungen zu Kapitel 5 (Seiten 111–113)

Kontrollfragen

1. Isotherm, isobar, polytrop
2. Bei der isothermen Zustandsänderung. 1. HS.: dq = du + pdv und dq = dh – vdp; da du = c_vdT = 0 und dh = c_vdT = 0 gilt: dq = dq; pdv = -vdp = w_v = w_t !
3. Die beiden Flächen A-1-2-B und A-3-4-C sind gleich groß und entsprechen jeweils dem Integral Tds, also einer Wärmemenge. T_u sei die Umgebungstemperatur. Die Energie der Umgebung ist jedoch Anergie. Es ist klar zu sehen, dass der Exergieanteil im Rechteck A-1-2-B sehr viel größer ist als bei A-3-4-C. Also hat für einen möglichst reversiblen Prozess die Wärmezufuhr bei einer möglichst hohen Temperatur zu erfolgen!

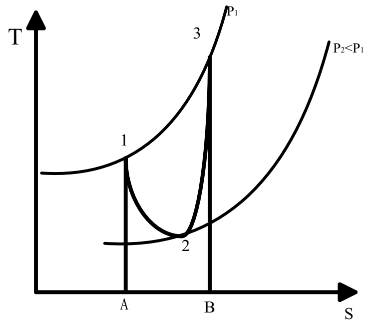


4. Das System ist offen und isobar, ebenso polytrop.
5. Adiabat und polytrop
6. Sie wählen den Behälter, da dort eine isochore ZÄ stattfindet. $q_{isochor} = c_v dT$ und $q_{isobar} = c_p dT$, da aber $c_v < c_p$ gilt auch $q_{isochor} < q_{isobar}$.
7. Wenn sie die Arbeitsbeträge sehen wollen, wählen Sie das p,v-Diagramm, wenn Sie Wärmemengen sehen wollen, das T,s-Diagramm.
8. Die Punkte 2B und 2D sind beispielhaft angegeben sie können irgendwo zwischen 2A und 2C liegen.



9. Die Energie ist im Gesamtsystem ist gleich geblieben, denn die Batterie war ja im System. Elektr. Energie ⇒ Innere Energie. Die intensiven Zustandsgrößen T und p haben sich verändert, da ein abgeschlossenes System isochor sein muss. Die Entropie hat zugenommen, da die Temperatur zugenommen hat und jede Energieumwandlung mit Dissipation verbunden ist.

10. – Erwärmung von Gas in einem Behälter — d)
 – Kompression in einem adiabaten Zylinder — a) (vorausgesetzt reibungsfrei)
 – Verdampfung in einem offenen Gefäß — b) + c)
 – Lufterhitzung in einem Heizlüfter — c)
11. Die Fläche A-1-2-3-B entspricht dem Integral Tds und damit der Reibungswärme.



Übungen

1. $V_1 = 10\,l = 0{,}01\,m^3 \quad p_1 = 1\,MPa \quad T_1 = T_2 = 298\,K \quad p_2 = 0{,}1\,MPa$

$$Q_{12} = m \cdot q_{12} \qquad \text{mit } q_{12} = -R_i \cdot T_1 \cdot \ln\frac{p_2}{p_1}$$

$$Q_{12} = -m \cdot R_i \cdot T_1 \cdot \ln\frac{p_2}{p_1} \quad \text{mit } p_1 \cdot V_1 = m \cdot R_i \cdot T_1 \text{ ist } Q_{12} = -p_1 \cdot V_1 \cdot \ln\frac{p_2}{p_1}$$

$$Q_{12} = -1 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 0{,}01\,m^3 \cdot \ln\frac{0{,}1\,MPa}{1\,MPa} = 23{,}026\,kJ$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad \rightarrow V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2}; \; V_2 = \frac{10\,bar \cdot 10\,l}{1\,bar} = 100\,l = 0{,}1\,m^3$$

2. $V = 2000\frac{m^3}{h}$; $p_{1,2} = 0{,}1\,MPa$; $T_1 = 293\,K \; (\vartheta_1 = 20°C)$; $T_2 = 1023\,K$; $(\vartheta_2 = 750°C)$

$$Q_{zu} = H_2 - H_1 = m \cdot c_{pm}\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \cdot (T_2 - T_1) \quad \text{mit} \quad m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_i \cdot T_1} \quad \text{und}$$

$$c_{pm}\Big|_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} = 1{,}0913\,{}^{kJ}\!/_{kgK}$$

Folgt:

$$Q_{zu} = \frac{1 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \cdot 2000\frac{m^3}{h}}{287\frac{Nm}{kgK} \cdot 293\,K} \cdot 1{,}0913\,{}^{kJ}\!/_{kgK}(1023\,K - 293\,K) = 1.894.731\frac{kJ}{h} = 526{,}3\,kW$$

3. $V_1 = 10\,l \quad p_1 = 1\,MPa \quad \vartheta_1 = 25°C \rightarrow T_1 = 298K$

a) Isotherm $\qquad T_1 = T_2 = 298K \qquad p_2 = 0{,}1\,MPa$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} \qquad \rightarrow V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} = \frac{1MPa \cdot 10l}{0{,}1MPa} = 100l = 0{,}1m^3$$

$$Q_{12} = -W_{V,12} = -m \cdot R_i \cdot T \cdot \ln\frac{p_2}{p_1} \quad \text{mit} \quad m \cdot R_i \cdot T = p \cdot V \;;\; Q_{12} = 23{,}026KJ$$

b) Isentrop $\qquad \kappa = 1{,}4$

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \qquad \rightarrow T_2 = \frac{T_1}{\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = 154{,}3K \quad (\vartheta_2 = 118{,}7°C)$$

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{V_2}{V_1} \qquad \rightarrow V_2 = V_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = 51{,}8l \;;\; W_{V,12} = -12{,}051\,kJ \;; \qquad Q_{12} = 0$$

c) Polytrop $\qquad n = 1{,}3 \;; \qquad T_2 = \frac{T_1}{\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}} = 175{,}2K \rightarrow \vartheta_2 = -97{,}8°C$

$$V_2 = V_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}} = 58{,}8l \;; \qquad W_{V,12} = \frac{p_1 \cdot V_1}{n-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right] = -13{,}74kJ$$

mit: $\quad Q_{12} = m \cdot c_V \cdot \frac{n-\kappa}{\kappa-1} \cdot W_{V,12} = \frac{1{,}3-1{,}4}{1{,}4-1} \cdot (-13{,}74kJ) \;;\; Q_{12} = 3{,}44kJ$

4. $V_1 = 10m^3,\; p_1 = 0{,}09\,MPa,\; T_1 = 290K,\; V_2 = 1{,}77m^3,\; p_2 = 0{,}72\,MPa$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^n \quad \rightarrow \log\frac{p_1}{p_2} = n \cdot \log\frac{V_2}{V_1} \;; \qquad n = \frac{\log\frac{p_1}{p_2}}{\log\frac{V_2}{V_1}} = 1{,}201$$

$$W_{V,12} = \frac{p_1 \cdot V_1}{n-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right] = \frac{0{,}9 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \cdot 10m^3}{1{,}2-1}\left[\left(\frac{7{,}2}{0{,}9}\right)^{\frac{1{,}2-1}{1{,}2}} - 1\right];\; W_{V,12} = 1864kJ$$

oder $\quad W_{V,12} = \frac{1}{n-1}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{1}{0{,}2}(7{,}2 \cdot 10^5 \cdot 1{,}77 - 0{,}9 \cdot 10^5 \cdot 10)\left(\frac{Nm^3}{m^2}\right);$

$W_{V,12} = 1872kJ$

$$Q_{12} = \frac{n-\kappa}{\kappa-1} \cdot W_{V,12} = \frac{1{,}201-1{,}4}{1{,}4-1} \cdot 1872kJ = -931\,kJ \;;$$

5. $p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T \quad m \quad \dfrac{P \cdot V}{R_i \cdot T}; \quad R_{i,He} = \dfrac{R}{M_{He}} = \dfrac{8314\ {}^{J}\!/\!_{k \cdot mol}}{4\ {}^{kg}\!/\!_{k \cdot mol}} = 2078{,}5\ {}^{J}\!/\!_{kgK}$

$$m = \frac{0{,}1 \cdot 10^6 \dfrac{N}{m^2} \cdot 2{,}5m^3}{2078{,}5\ {}^{J}\!/\!_{kgK} \cdot 300K} = 0401kg$$

$$E_{kin} = W_V\ !\quad E_{kin} = m \cdot \frac{c^2}{2}; \qquad c = \frac{72000\ {}^{m}\!/\!_{h}}{3600\ {}^{s}\!/\!_{h}} = 20\ {}^{m}\!/\!_{s}$$

$$E_{kin} = 1500kg \cdot \frac{\left(20\ {}^{m}\!/\!_{s}\right)^2}{2} = 300000\ {}^{kg \cdot m^2}\!/\!_{s^2} = 300kJ$$

$$W_V \ \text{isentrop}: \quad W_V = m \cdot c_V \cdot (T_2 - T_1)$$

$$T_2 = \frac{W_V}{m \cdot c_V} + T_1; \qquad c_V = c_p - R_i = 5200\ {}^{J}\!/\!_{kgK} - 2078{,}5\ {}^{J}\!/\!_{kgK} = 3121{,}5\ {}^{J}\!/\!_{kgK}$$

$$T_2 = \frac{300000J}{0{,}401kg \cdot 3121{,}5\ {}^{J}\!/\!_{kgK}} + 300K = 539{,}67K$$

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\chi}{\chi-1}}; \chi = \frac{c_p}{c_V} = \frac{5200\ {}^{J}\!/\!_{kgK}}{3121{,}5\ {}^{J}\!/\!_{kgK}} = 1{,}67$$

$$p = 0{,}1MPa \cdot \left(\frac{539{,}67\,K}{300\,K}\right)^{\frac{1{,}67}{0{,}67}} = 0{,}4321\,MPa$$

$$V_2 = \frac{R_i \cdot T_2}{p_2} = \frac{2078{,}5\ {}^{J}\!/\!_{kgK} \cdot 539{,}67K}{0{,}4321 \cdot 10^6\ {}^{N}\!/\!_{m^2}} = 2{,}596\ {}^{m^3}\!/\!_{kg}$$

6. $T_2 = T_1 \cdot \left(\dfrac{v_1}{v_2}\right)^{\chi-1}; \ \chi = \dfrac{c_p}{c_v} = \dfrac{c_p}{c_p - R_i} = \dfrac{100{,}5\ {}^{J}\!/\!_{kgK}}{1004{,}5 - 287\ {}^{J}\!/\!_{kgK}} = 1{,}4;$

$$T_2 = 283K \cdot (16)^{0{,}4} = 857{,}9\,K$$

$$S_2 - S_1 = \Delta S_{12} = c_v \ln\frac{T_2}{T_1} + R_i \ln\frac{v_2}{v_1}, \qquad c_v = c_p - R_i = 717{,}5\ {}^{J}\!/\!_{kgK}$$

$$\ln\frac{T_1}{T_2} = \frac{\Delta S_{12} - R_i \ln\dfrac{v_2}{v_1}}{c_v}; \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = e^{\left(\frac{\Delta S_{12} - R_i \ln\frac{v_2}{v_1}}{c_v}\right)}; \ T_2 = T_1 \cdot e^{\left(\frac{\Delta S_{12} - R_i \ln\frac{v_2}{v_1}}{c_v}\right)};$$

$$T_2 = 283 \cdot e^{\left(\frac{-398{,}93 - 287\ln\frac{1}{16}}{717{,}5}\right)} = 283 \cdot e^{(0{,}553)} = 492\,\mathrm{K}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} \Rightarrow \ln\frac{T_2}{T_1} = n - 1 \ln\frac{v_1}{v_2} \Rightarrow n = \frac{\ln\frac{T_2}{T_1}}{\ln\frac{v_1}{v_2}} + 1\,;\; n = \frac{\ln\frac{492}{283}}{\ln 16} + 1 = 1{,}2$$

$$W_{v_{12}} = \frac{Ri}{n-1}\left(T_2 - T_1\right) = \frac{287\,{}^{J}\!/_{kgK}}{0{,}2}\left(492 - 283\,\mathrm{K}\right)$$

$$W_{v_{12}} = 299915\,{}^{J}\!/_{kg} \approx 300\,{}^{kJ}\!/_{kg}$$

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{n-1}} = \left(\frac{857{,}9\,\mathrm{K}}{283\,\mathrm{K}}\right)^{\frac{1}{1{,}2-1}} = 256$$

Ist auf keinen Fall durch eine geringfügige Änderung erreichbar.

Lösungen zu Kapitel 6

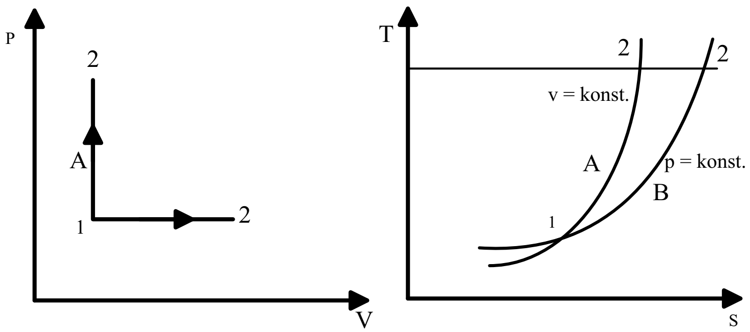
Zu Abschnitt 6.1 (Seiten 122–123)

Kontrollfragen

1. Das ist der Druck den ein Gas in einer Gasmischung ausübt, d.h. würde man alle anderen Gase aus der Mischung entfernen, so wäre dies der Partialdruck des Gases der dann noch wirken würde.
2. Ein Gas im kondensierenden Zustand verhält sich nicht wie ein ideales Gas und damit gelten die Gesetze nicht.
3. Die Dalton’schen Gesetze gelten laut Definition nicht bei chemischen Reaktionen.

Übungen:

1a)



Beide Systeme haben den gleichen Ausgangszustand bezüglich, p, T und v!

1b) $\mathbf{W_W}$ =720 kWs; <u>Bedingungen für Zustand in 2 (siehe Bild a.)) :</u>
– Thermisches Gleichgewicht: $T_{2A} = T_{2B}$ → $W_W = Q_{12A} + Q_{12B}$
– 1.HS für A: $dq = du + pdV$ V=const
– 1.HS für B: $dq = dh - Vdp$ p=const

Gesamtbilanz = $\mathbf{W_W = (U_{2A} - U_{1A}) + (H_{2B} - H_{1B})}$; m_{CO2} = 4,789 kg; m_{Luft} = 2,103 kg; m_A = 6,892 kg; m_{N2} = 5,079 kg; T_2 = 363,38 K; $V_{A1}= V_{A2}$= 1,25 m³; $T_{2A}= T_{2B}$= 363,38 K; V_{B2}= 1,566 m³; R_{iA} = 218,9 J/kgK; p_{A2}= 4,386 bar; Partialdrücke p_{CO2}= 2,631 bar, p_{Luft}= 1,754 bar

1c) Q_{12B} = 387,338 kJ (von A nach B als Wärme); $W_{V12,B}$ = - 110,6 kJ

2. $r_1 = 0{,}112 \quad r_2 = 0{,}03 \quad r_3 = 0{,}008 \quad r_4 = 0{,}07 \quad r_1 = 0{,}78$

$$M_m = r_1 \cdot M_1 + r_2 \cdot M_2 + r_3 \cdot M_3 + r_4 \cdot M_4 + r_5 \cdot M_5$$

$$M_m = \left(0{,}122 \cdot 44 + 0{,}03 \cdot 18 + 0{,}008 \cdot 64 + 0{,}07 \cdot 32 + 0{,}78 \cdot 28\right)\frac{kg}{kmol} = 30{,}06\frac{kg}{kmol}$$

$$R_{im} = \frac{R}{M_m} = \frac{8314\frac{J}{kmolK}}{30{,}06\frac{kg}{kmol}} = 276{,}6\frac{J}{kgK}$$

$$\rho_0 = \frac{m}{V_0} = \frac{p_0}{R_{im} \cdot T} = \frac{p_0 \cdot M_m}{R \cdot T} = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \cdot 30{,}06\frac{kg}{kmol}}{8314\frac{J}{kmolK} \cdot 273K} = 1{,}342\frac{kg}{m^3}$$

$$g_i = r_i \cdot \frac{M_i}{M_m} \rightarrow \quad g_1 = 0{,}164; g_2 = 0{,}018; g_3 = 0{,}017; g_4 = 0{,}075; g_5 = 0{,}72$$

3. $r_{He} = 0{,}6$; damit ist $r_{H2} = 0{,}4$; p = 25 MPa, T_1 = 300 K; $R_{i,He}$ = 2077,15 J/kgK ;

M_{H2} = 2,016 kg/kmol $\quad M_{He} = \frac{R}{R_{i,He}} = \frac{8314\,J/kmolK}{2077{,}15\,J/kgK} = 4{,}0026\ kg/kmol$

$$M_m = r_{He} \cdot M_{He} + r_{H2} \cdot M_{H2} = 0{,}6 \cdot 4{,}0026\ kg/kmol + 0{,}4 \cdot 2.016\ kg/kmol = 3{,}208\,kg/kmol$$

$$g_i = r_i \cdot \frac{M_i}{M_m} \rightarrow \quad \begin{matrix} g_{He} = 0{,}7486 \\ g_{H2} = 0{,}2514 \end{matrix} \ ; \qquad R_{im} = \frac{R}{M_m} = \frac{8314\frac{J}{kmolK}}{3{,}208\frac{kg}{kmol}} = 2591{,}6\frac{J}{kgK}$$

Die Masse der Mischung ist: $m_m = \frac{p_0 \cdot V}{R_{im} \cdot T} = \frac{25 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 0{,}02m^3}{2591{,}6\frac{J}{kgK} \cdot 300K} = 0{,}643\ kg$

Zu Abschnitt 6.2 (Seite 134)

Kontrollfragen

1. Dampf ist ein gasförmiger Stoff bei dem es im aktuellen Temperatur- und Druckbereich zur Kondensation kommen kann. Trockener Dampf verhält sich wie Gas!
2. Der Siedepunkt.
3. Die Schmelztemperatur sinkt und die Siedetemperatur steigt.
4. In allen dreien.
5. Der direkte Übergang von fest nach gasförmig.
6. r = 0 kJ/kg. Da keine Volumenvergrößerung mehr stattfindet
7. 40 %
8. $x_D = 1$,

Übungen

1. Ablesen aus Diagramm: für Punkt 1
   Schnittpunkt Isovapore 0,95 und Isobare 2 bar → h_1=2600 kJ/kg; s_1=6,833 kJ/kgK
   Ablesen aus Diagramm: für Punkt 2
   Schnittpunkt Isotherme 260°C und Isobare 6 bar → h_2=3000 kJ/kg; s_2=7,226 kJ/kgK
   Δh_{12}= 400 kJ/kg; ΔH_{12}= m· Δh_{12} = 100kg·400 kJ/kg = 40 MJ
   Δs_{12}= 0.393 kJ/kgK; ΔS_{12}= m· Δs_{12} = 100kg·0,393 kJ/kgK = 393 kJ/K

2. $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 170°C\,;\, H_1 = m \cdot h' = 20kg \cdot 719{,}12\,{}^{kJ}\!/_{kg} = 14382{,}4kJ$

$$H_2 = m \cdot h_D = m \cdot (h' + x_d \cdot r) = 20\,kg \cdot \left(719{,}12\,{}^{kJ}\!/_{kg} + 0{,}9 \cdot 2047{,}9\,{}^{kJ}\!/_{kg}\right) = 51244{,}6\,kJ$$

$$\Delta H = H_2 - H_1 = 36862{,}2kJ$$

$$V_2 = m \cdot \vartheta_D = m\left(v' + x_D\,(v'' - v')\right) = 20kg\left(0{,}0011145 + 0{,}9\left(0{,}2426 - 0{,}0011145\right)\right)$$

$$V_2 = 4{,}379m^3\,; \quad \text{mit der Näherungsformel:} \quad V_2 = 4{,}367m^3$$

$$s_2 = s^I + x_D\left(s^{II} - s^I\right) = 2{,}0416 + 0{,}9\left(6{,}663 - 2{,}0416\right) = 6{,}20\,{}^{kJ}\!/_{kgK}$$

Zu Abschnitt 6.3 (Seite 145)

Kontrollfragen

1. Trockene Luft enthält **keinen** Wasserdampf! Feuchte Luft enthält einen variablen Anteil an Wasserdampf!
2. Weil nahe 100 % relativer Feuchte kaum noch Feuchtigkeit aufgenommen werden kann, das bedeutet die Körperkühlung funktioniert nicht mehr. Das ist unabhängig von der aktuellen Temperatur.

3. Ca. 50%.
4. Von der Temperatur der Luft.
5. Wasserdampf ist gasförmig, Nebel sind Flüssigkeitströpfchen in der Luft (übersättigte feuchte Luft).
6. Wird feuchte Luft abgekühlt, so steigt zunächst die relative Feuchte, bis 100% relative Feuchte erreicht werden. Wird die Taupunktstemperatur unterschritten, wird Wasser in flüssiger Form ausgeschieden, die als schwebende Tröpfchen Nebel bilden.
7. Frischluft da dadurch eine Temperaturabsenkung erreicht wird und damit der Wasserdampfgehalt in der Luft sinken muss.

Übungen

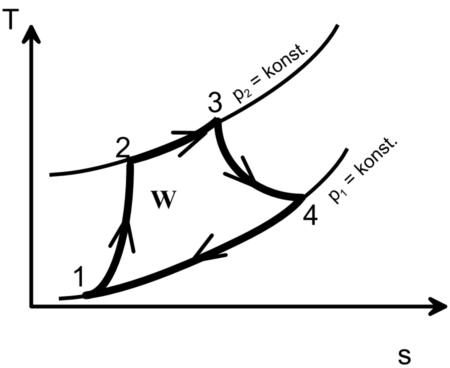
Alle Übungen sind graphisch mit Diagramm 6-9 zu lösen:

1. $\phi_{tot} = \phi_{Dia} \cdot \frac{P_{tot}}{P_{Dia}} \quad _{Dia} \quad _{tot} \frac{P_{Dia}}{P_{tot}} \quad 50 \; \frac{1{,}01325}{0{,}998} \quad 50{,}76\,\%\,; \; x = 13{,}38 \, {}^{g}\!/_{kg}$
2. $\Delta x = 46{,}45 \, {}^{g}\!/_{kg}\,; \qquad \Delta h_{1+x} = 177{,}0 \, {}^{kJ}\!/_{kg} - 37 \, {}^{kJ}\!/_{kg} = 140 \, {}^{kJ}\!/_{kg}$
3. $\Delta x = 5{,}8 \, {}^{g}\!/_{kg}\,; \qquad \Delta h_{1+x} = 55 \, {}^{kJ}\!/_{kg} - 25 \, {}^{kJ}\!/_{kg} = 30 \, {}^{kJ}\!/_{kg}$
4. $\Delta x = 29 \, {}^{g}\!/_{kg} - 10{,}7 \, {}^{g}\!/_{kg} = 18{,}3 \, {}^{g}\!/_{kg}\,; \Delta h_{1+x} = 110 \, {}^{kJ}\!/_{kg} - 42 \, {}^{kJ}\!/_{kg} = 68 \, {}^{kJ}\!/_{kg}$

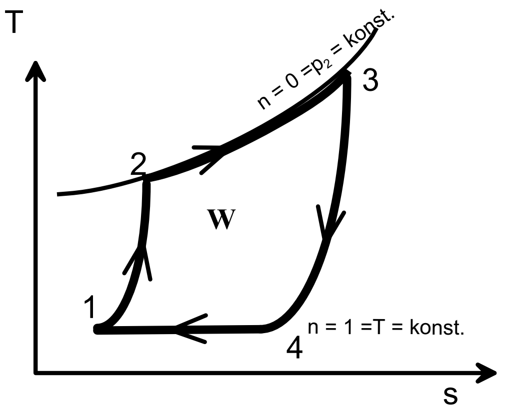
Lösungen zu Kapitel 7 (Seiten 206–209)

Kontrollfragen

1. Bei einem Kreisprozess wird ein Ausgangszustand immer wieder erreicht und er dient zur kontinuierlichen Umwandlung von thermischer Energie in mechanische Energie.
2. Der Carnot- Prozess ist wegen der isothermen Zustandsänderungen in der Praxis sehr schwer zu realisieren und spielt deshalb eine untergeordnete Rolle. Als Vergleichsprozess ist er sehr wichtig, weil kein anderer Prozess bei gegebener Höchsttemperatur einen höheren thermischen Wirkungsgrad erzielen kann. Die Exergieverluste sind beim Carnot- Prozess am geringsten. Der exergetische Wirkungsgrad ist 100%
3. Da bei einer verlustbehafteten Expansion oder Verdichtung die Entropie zunimmt, muss die ZÄ von 1 nach 2 und von 3 nach 4 nach rechts verlaufen, d.h. mit einer Entropiezunahme verbunden sein.



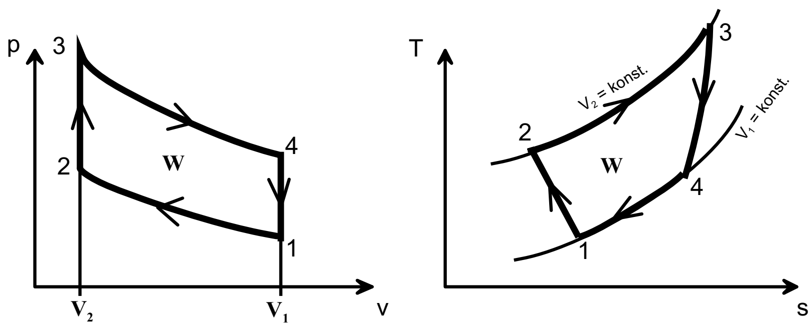
4. Bei maximalem Wirkungsgrad geht die Nutzarbeit gegen Null. Siehe Abb. 7-22!
5. Carnot-Prozess: Untere Prozesstemperatur absenken.
   Gleichraum-Prozess: Ein Prozess-Gas mit höherem κ wählen.
   Gleichdruck-Prozess: Geringere Wärmezufuhr wählen.
   Seiliger-Prozess: Möglichst hohen Anteil an isochorer Wärmezufuhr wählen.
   Joule-Prozess: Möglichst hohes Druckverhältnis anstreben.
6. Der 2. HS besagt nur, dass „von selbst“ keine Wärme von einem Körper niedriger zu einem mit höherer Temperatur fließt. Hier wird ja Arbeit aufgewendet.
7. Mit einem linksläufigen Carnot- oder Joule-Prozess. Siehe Abb.7-28 oder Abb.7-29. Der Prozess ist rechtsläufig, also wird Arbeit abgegeben:



8. Isotherme Zustandsänderungen. Verdampfen= Wärmezufuhr $\Delta s>0$, Kondensieren = Wärmeabfuhr $\Delta s<0$.
9. Weil man näher an eine isotherme Verdichtung herankommt. Siehe Abb. 7-34.

Übungen

1a) Skizzen:



Dieses Diagramm lässt sich erst richtig skizzieren, wenn sie κ_{Abgas} berechnet haben!

$$\chi_{Abg} = \frac{c_{p_{Abg}}}{c_{v_{Abg}}} = 1{,}258 = 1{,}26; c_{v_A} = c_{p_A} - Ri_A = 1{,}385 \,{}^{kJ}\!/_{kgK} - 0{,}279 \,{}^{kJ}\!/_{kgK} = 1{,}079 \,{}^{kJ}\!/_{kgK}$$

1b) $$m_{Luft} = \frac{p \cdot V_L}{Ri \cdot T} = \frac{p \cdot r_L \cdot V_{Ges}}{Ri_L \cdot T} = \frac{1 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \cdot 0,9 \cdot 1 \cdot 10^{-3} m^3}{287 \frac{Nm}{kgK} \cdot 293K} = 1,07g$$

$$m_{CH4} = \frac{p \cdot r_{CH4} \cdot V_{Ges}}{Ri,_{CH4} \cdot T} = \frac{1 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \cdot 0,1 \cdot 1 \cdot 10^{-3} m^3}{518,6 \frac{Nm}{kgK} \cdot 293K} = 0,066g \text{ ; mit}$$

$$Ri,_{CH4} = \frac{R}{M_{CH4}} = 518,6 \frac{J}{kgK}$$

$$m_{ges} = m_L + m_{CH4} = 1,136g \text{ ; } g_{Luft} = \frac{m_L}{m_{ges}} = \frac{1,07g}{1,136g} = 0,942 \text{ , } g_{CH4} = 0,058$$

$$Ri_{Gem} = g_L \cdot Ri,_L + g_{CH4} \cdot Ri,_{CH4} = 0,942 \cdot 287 \frac{J}{kgK} + 0,058 \cdot 518,6 \frac{J}{kgK}$$

$$= 300,433 \frac{J}{kgK}$$

$$c_{pGem} = g_L \cdot \frac{\chi_L \cdot Ri_L}{\chi_L - 1} + g_{CH4} \cdot c_{p_{CH4}} = 1075,405 \frac{J}{kgK}$$

$$c_{vGem} = c_{p_{Gem}} - Ri_{Gem} = 1075,405 \frac{J}{kgK} - 300,433 \frac{J}{kgK} = 775 \frac{J}{kgK} \text{ ;}$$

$$\chi_{Gem} = \frac{c_{p_{Gem}}}{c_{v_{Gem}}} = 1,388 = 1,39$$

mit $$Q_{12} = m \cdot q_{12} \rightarrow q_{12} = \frac{Q_{12}}{m} = \frac{157,75J}{1,136 \cdot 10^{-3} kg} = 138864,4 \frac{J}{kg}$$

$$q_{12} = c_n \cdot (T_2 - T_1) \quad T_2 \quad \frac{q_{12}}{c_n} \quad T_1 \quad \frac{138864,4 \, {}^{J}\!/\!_{kg}}{1,136 \cdot 10^{-3} \, {}^{J}\!/\!_{kgK}} \quad 293K \quad 481,62K$$

Es gilt $$T_2 / T_1 = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{n-1} = \varepsilon^{n-1} \Rightarrow \ln \frac{T_2}{T_1} = (n-1) \ln \varepsilon$$

1c)

	1	**2**	**3**	4
P in MPa	0,1	**1,9725**	**14,252**	**0,498**
V in dm^3	1	**0,0833**	**0,0833**	1
T in K	293	**481,62**	**3480**	**1458,4**

$$V_2 = ? \quad \varepsilon = \frac{V_1}{V_2} \quad V_2 \quad \frac{V_1}{\varepsilon} \quad \frac{1\mathrm{dm}^3}{12} \quad 0{,}0833\mathrm{dm}^3;\ V_3 = V_2!\ \text{isochore Verbrennung}$$

$$P_2 = ? \quad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n \Rightarrow P_2 = P_1 \cdot \varepsilon^n = 1\mathrm{bar} \cdot 12^{1,2} = 19{,}725\mathrm{bar}$$

$$T_3 = ? \quad Q_{zu} = m_{Gem} \cdot c_{v_{Gem}} \cdot (T_3 - T_2) = m_{CH4} \cdot Hu_{CH4} \cdot 0{,}80$$

$$T_3 = \frac{m_{CH4} \cdot Hu_{CH4} \cdot 0{,}80}{m_{Gem} \cdot c_{v_{Gem}}} + T_2 = \frac{0{,}066 \cdot 10^{-3}\mathrm{kg} \cdot 50 \cdot 10^6\ \mathrm{J/kg} \cdot 0{,}8}{1{,}136 \cdot 10^{-3}\mathrm{kg} \cdot 775\ \mathrm{J/kgK}} + 481{,}62\mathrm{K} = 3480\ \mathrm{K}$$

$$P_3 = P_2 \cdot \frac{T_3}{T_2} = 19{,}725\mathrm{bar} \cdot \frac{3480\mathrm{K}}{481{,}62\mathrm{K}} = 142{,}52\mathrm{bar}\ \text{(isochor)}$$

$$T_4 = ? \quad T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{n-1};\ \text{mit}\ \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\varepsilon}\ \text{ist}\ T_4 = T_3 \cdot \frac{1}{\varepsilon^n} = 3480\mathrm{K} \cdot \frac{1}{12^{0,35}} = 1458{,}4\mathrm{K}$$

$$p_4 = ? \quad \frac{p_4}{p_3} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^n \Rightarrow p_4 = \frac{p_3}{\varepsilon^n} = \frac{14{,}252\,\mathrm{MPa}}{12^{1,35}} = 0{,}498\,\mathrm{MPa}$$

1d) nur von 2→3 wird Energie zugeführt, $Q_{zu} = c_{v_{Gem}} \cdot m_{Gem} \cdot (T_3 - T_2)$

$$Q_{zu} = 775\ \mathrm{J/kgK} \cdot 1{,}136 \cdot 10^{-3}\mathrm{kg} \cdot (3480\mathrm{K} - 481{,}62\mathrm{K}) = 2639{,}8\mathrm{J}$$

$$\eta_{th} = \frac{\Sigma Q_{iK}}{Q_{zu}} = \frac{Q_{zu} + Q_{ab}}{Q_{zu}}; \quad Q_{ab} = Q_{12} + Q_{34} + Q_{41}; \quad Q_{34} = m_{Abg} \cdot c_v \cdot \frac{n - \chi}{n - 1} \cdot (T_4 - T_3);$$

$$Q_{34} = 1{,}136 \cdot 10^{-3}\mathrm{kg} \cdot 1079\ \mathrm{J/kgK} \cdot \frac{1{,}35 - 1{,}26}{0{,}35} \cdot (1458{,}4 - 3480)\mathrm{K} = -637{,}2\mathrm{J}$$

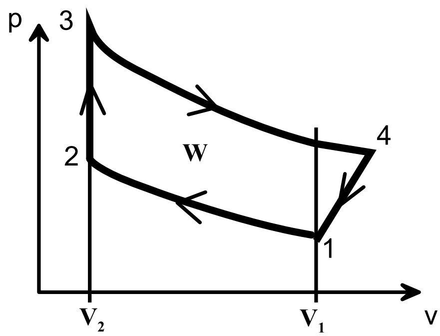
$$Q_{41} = U_1 - U_4 = m \cdot (u_1 - u_4) = m \cdot \left(c_{Gem} \cdot T_1 - c_{v_{Abg}} \cdot T_4\right)$$

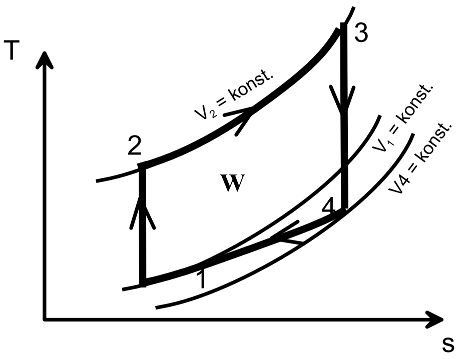
$$Q_{41} = 1{,}136 \cdot 10^{-3}\mathrm{kg}\left(775\ \mathrm{J/kgK} \cdot 293\mathrm{K} - 1079\ \mathrm{J/kgK} \cdot 1458{,}4\mathrm{K}\right) = -1529{,}7\mathrm{J}$$

$$Q_{ab} = -157{,}75\mathrm{J} - 637{,}2\mathrm{J} - 1529{,}7\mathrm{J} = 2324{,}65\mathrm{J}$$

$$\eta_{th} = \frac{2639{,}8\mathrm{J} - 2324{,}65\mathrm{J}}{2639{,}8\mathrm{J}} = 0{,}12$$

2a) Skizzen:





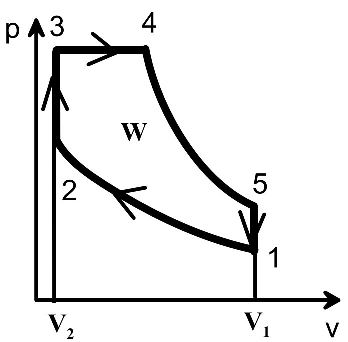
Durch die längere Expansion sieht man im p,V- Diagramm die größere Prozessarbeit. Im T,s- Diagramm sieht man, dass durch die längere Expansion die abzuführende Wärmemenge kleiner wird und damit bei gleicher zugeführter Wärmemenge die Prozessarbeit größer werden muss.

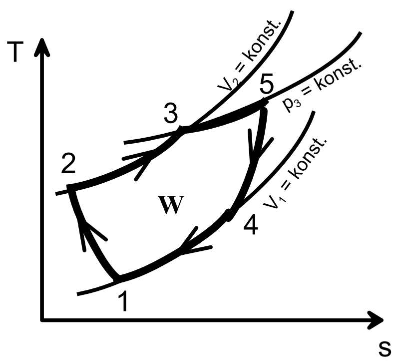
2b)

	1	2	3	4
P in MPa	0,095	1,746	12,413	0,494
v in m³/kg	0,9	0,1125	0,1125	1,125
T in K	298	684,6	4865,8	1936,4

Von 4 nach 1 muss komprimiert und Wärme abgeführt werden und zwar mehr als bei isothermer Kompression, das bedeutet n ist <1. n = -7,4; w= -1768,4 kJ/kg ; $\eta_{thMiller}$ = 58,9%; $\eta_{th,v}$ = 56,5% damit steigt der Wirkungsgrad absolut um 2,4 % oder bezogen auf $\eta_{th,v}$ um 4,2 %.

3a) Skizzen





Kompression: κ ist größer als n, d.h. die Polytrope liegt zwischen der Isotherme und der Isentrope. Das bedeutet es erfolgt eine Wärmezufuhr an die Wandungen bei der Kompression.

Expansion: n = 1 die Isotherme ist rechts der Isentropen (n = 1.4), also muss n = 1.45 nach links verlaufen. Das bedeutet wie oben eine Wärmezufuhr an die Wand.

3b)

	1	2	3	4	5
p in MPa	0,0835	3,526	8,6	8,6	0,257
T in K	318	839	2047	2906	977
V in m³/kg	1,093	0,068	0,068	0,097	1,093

$$-w = \sum q_{ik} = q_{12} + q_{23} + q_{34} + q_{45} + q_{51}$$

$$= (-53,402 + 866,74 + 862,866 - 153,784 - 472,832)\frac{kJ}{kg} = \underline{\underline{1049,6\frac{kJ}{kg}}}$$

$$\sum q_{ab} = q_{12} + q_{45} + q_{51} = (-53,402 - 153,784 - 472,832)\frac{kJ}{kg} = \underline{\underline{-680,4\frac{kJ}{kg}}}$$

$$\eta_{th} = \frac{w_{Nutz.}}{q_{zu}} = \frac{1049\frac{kJ}{kg}}{1730\frac{kJ}{kg}} = \underline{\underline{0,607 \quad 60,7\%}}$$

4. vorläufiges Druckverhältnis mit T_{max}: $\frac{T_{max}}{T_1} = \left(\frac{p_z}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$

$$\frac{p_z}{p_1} = \left(\frac{T_{max}}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}} = \left(\frac{398}{293}\right)^{\frac{1,3}{0,3}} = \underline{3,759\,\text{bar} = a'} \text{ aus } a' = \sqrt[z]{\frac{p_{max}}{p_1}} \text{ folgt:}$$

$$z = \frac{\lg\left(\frac{p_{max}}{p_1}\right)}{\lg a'} = \frac{\lg(130)}{\lg(3,759)} = \underline{3,67}$$ als vorläufige Stufenzahl. Da aber nur eine ganze Stufenzahl zu wählen ist, wird: z = 4 und damit das Stufendruckverhältnis:

$$a = \sqrt[4]{\frac{130\,\text{bar}}{1\,\text{bar}}} = \underline{\underline{3,377\,\text{bar}}}$$

Index i sei der Zustand nach der isobaren Zwischenkühlung auf T_1.

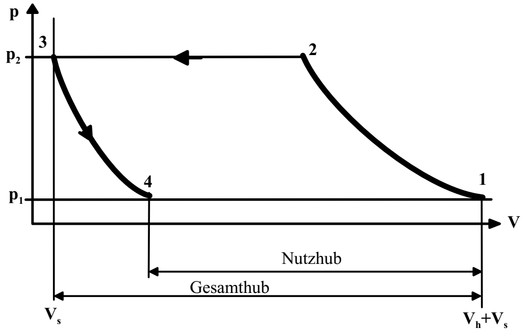
	1	2	2i	3	3i	4	4i	5
p in MPa	0,1	**0,338**	**0,338**	**1,14**	**1,14**	**3,85**	**3,85**	13,0
v in m³/h	1550	**607,8**	**458,6**	**180**	**136**	**53,3**	**40,2**	**15,8**
T in K	293	**388**	293	**388**	293	**388**	293	**388**

Da die Anfangs- und die Endtemperaturen in jeder Stufe gleich sind, ist $\dot{Q}$ für alle Stufen: $\dot{Q} = \dot{m}_L \cdot \frac{R_i \cdot (n-\kappa)}{(\kappa-1)\cdot(n-1)} \cdot (T_2 - T_1) = -41879{,}971 \frac{kJ}{h} \cdot \frac{1h}{3600s} \Rightarrow \underline{\underline{-11{,}6\,kW}}$

Gleiches gilt für w_v: $w_v = \frac{287 \frac{J}{kgK} \cdot 293K}{0{,}3} \left[3{,}38^{\frac{0{,}3}{1{,}3}} - 1 \right] = 90{,}963 \frac{kJ}{kg}$;

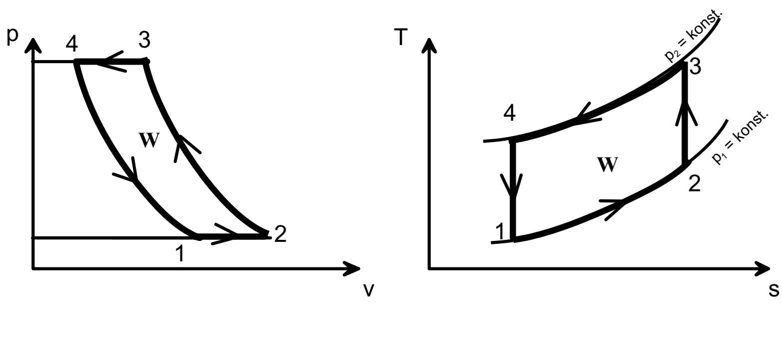
$\dot{W}_v = P_v = \underline{\underline{46{,}6\,kW}}$

5. Skizze



Kompression n = 1,28; ausgeschobene Masse = 0,887 g; Expansion n = 1,28. Es werden 78,8 % des Gesamtvolumens genutzt. $\sum W_v = W_{v12} + W_{v23} + W_{v34} + W_{v41} = 195{,}85$ J.

6a) Skizzen



6b)

	1	2	3	4
p in MPa	0,1	0,1	0,14	0,14
$\dot{V}$ in m³/s	3,153	3,34	2,726	2,573
T in K	253	268	306,2	289,1

Kühlung bedeutet für den Prozess Wärmeaufnahme, d.h. hier von 1 nach 2:

6c) $\dot{Q}_{12} = 47{,}14\,\text{kW}$; P = 6.6 kW; Es darf T_2 nicht unterschritten werden da sonst keine vollständige Wärmeabfuhr bis in Punkt 2 an das Prozessgas mehr möglich ist.

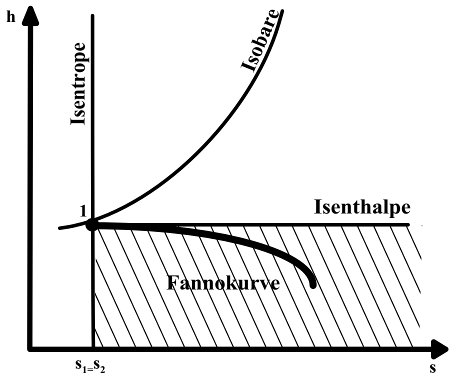
6d) Skizzen ε = 7,14; Es darf T_4 nicht überschritten werden da sonst keine Wärmeabfuhr nach außen mehr möglich ist.

6e) Skizzen $\oint p\,d\dot{V} = 6{,}71\text{kW}$; $\oint \dot{V}dp = 6{,}6\text{kW}$. Es müssten beide gleich sein, doch durch Rundungsfehler können solche Unterschiede schon auftreten.

Lösungen zu Kapitel 8 (Seiten 232–233)

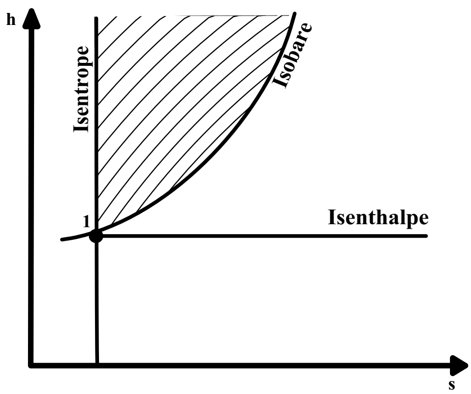
Kontrollfragen

1. Ideale Gase; adiabate und rigide, sowie stationäre Strömungsprozesse.
2. Enthalpie (Innere Energie + Verschiebearbeit) + kinetische Energie.
3. Sie bleiben in erster Näherung konstant.
4. Sie nimmt zu.
5. Schallgeschwindigkeit.
6.



$p_2 < p_1$, $c_2 > c_1$. Fannokurve.

7.



8. Siehe Frage 6; also unterhalb der Isenthalpe und rechts der Isentrope.
9. Mach 3 bedeutet 3-fache Schallgeschwindigkeit. Überschalldiffusor, siehe Abb. 8-9. Der Querschnitt muss sich im Überschallbereich zunächst verringern, hat bei Schallgeschwindigkeit den engsten Querschnitt und erweitert sich dann im Unterschallbereich.

Übungen:

1. Schallgeschwindigkeit $a = \sqrt{\chi \cdot R_i \cdot T}$; $R_i = \dfrac{R}{M}$

Helium: $$a_{He} = \sqrt{1{,}667 \cdot \frac{8314\ \mathrm{J/kmolK}}{4{,}003\ \mathrm{kg/kmol}} \cdot 333\,\mathrm{K}} = 1073{,}75\ \mathrm{m/s}$$

Methan: $$a_{CH_4} = \sqrt{1{,}27 \cdot \frac{8314\ \mathrm{J/kmolK}}{16{,}042\ \mathrm{kg/kmol}} \cdot 333\,\mathrm{K}} = 468{,}17\ \mathrm{m/s}\ ; \quad 1\,Ma_{He} = 2{,}3\,Ma_{CH_4}$$

2. Übung: gegeben: Behälter mit Düse $p_o = 0{,}3\,\mathrm{MPa}$; $T_o = 400\,\mathrm{K}$; $c_o = 0\ \mathrm{m/s}$;

$\dot{m} = 65\ \mathrm{kg/s}$; $p_{amb} = 0{,}1\,\mathrm{MPa}$; Luft (adiabat + reibungsfrei) $\kappa = 1{,}4$; $R_L = 287\ \mathrm{J/kgK}$

gesucht: $A,\ c_1,\ T_1,\ p_1,\ v_1$; Zur Berechnung benötigt man 3 Bedingungen:

1.) Isentropengleichung: $p \cdot v^{\kappa} = \text{konst}$

$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \Rightarrow T_1 = T_0 \cdot \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} ; \qquad \frac{p_0}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_0}\right)^{\kappa} \Rightarrow v_1 = v_0 \cdot \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

2.) Totalenthalpie bleibt konstant: $h_0 = h_1 + \dfrac{c_1^2}{2} \Rightarrow c_1 = \sqrt{2 \cdot (h_0 - h_1)}$

$$c_1 = \sqrt{2 \cdot c_p (T_0 - T_1)} \qquad \text{mit} \qquad c_p = \frac{R_i \cdot \kappa}{\kappa - 1}$$

$$c_1 = \sqrt{2 \cdot \frac{R_i \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot T_0 \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_0}\right)} \Rightarrow c_1 = \sqrt{2 \cdot \frac{R_i \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot T_0 \cdot \left(1 - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)}$$

3a.) c_{max} = Schallgeschwindigkeit $\qquad c_1 = a = \sqrt{\kappa \cdot R_i \cdot T_1} = \sqrt{\kappa \cdot R_i \cdot T_0 \cdot \left(\dfrac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$

Gleichung 2 = Gleichung 3

$$\kappa \cdot R_i \cdot T_0 \cdot \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \frac{2 \cdot \kappa \cdot R_i}{\kappa - 1} \cdot T_0 \left(1 - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right) ;$$

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \frac{2}{\kappa-1} - \frac{2}{\kappa-1}\cdot\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \frac{2}{\kappa-1}\cdot\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \frac{2}{\kappa-1}\,;\quad \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{\frac{2}{\kappa-1}}{\frac{\kappa-1}{\kappa-1}+\frac{2}{\kappa-1}}\right) = \frac{2}{\kappa+1}$$

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right) = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \Rightarrow \text{Lavaldruckverhältnis}$$

3b.) $p_1 = p_0\cdot\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 3\text{bar}\cdot\left(\frac{2}{2{,}4}\right)^{\frac{1{,}4}{0{,}4}} = 1{,}585\text{bar} \Rightarrow \frac{p_1}{p_0} = 0{,}5283$

ist größer als Umgebungsdruck → Überkritisch

in Gleichung 1: $T_1 = T_0\cdot\left(\frac{p_1}{p_o}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 400\text{K}\cdot(0{,}5283)^{\frac{0{,}4}{1{,}4}} = 333\text{K}$

$$c_1 = \sqrt{\kappa\cdot R_i\cdot T_1} = \sqrt{1{,}4\cdot 287\,\frac{\text{kgm}^2}{\text{kgKs}^2}\cdot 333\text{k}} = 366\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_1 = v_0\cdot\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{R_i\cdot T_o}{p_o}\cdot\left(\frac{p_o}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{287\,\frac{\text{Nm}}{\text{kgK}}\cdot 400\text{K}}{3\cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}\left(\frac{1}{0{,}5283}\right)^{\frac{1}{1{,}4}} = 0{,}6073\,\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$p_1 = \frac{1}{v_1} = \frac{1\text{kg}}{0{,}6073\text{m}^3} = 1{,}646\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ oder aus:

$v_1 = \frac{R_i\cdot T_1}{p_1} = 0{,}604\,\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$ $\quad p_1 \quad \frac{1}{v_1} \quad \frac{1\text{kg}}{0{,}604\text{m}^3} \quad 1{,}655\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Mittelwert: $p_1 = 1{,}65\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$$\dot{m} = \dot{V}\cdot p = A\cdot c_1\cdot p_1 \Rightarrow A = \frac{\dot{m}}{c_1\cdot p_1} = \frac{65\,\frac{\text{kg}}{\text{s}}}{366\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 1{,}65\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0{,}1076\text{m}^2\,;\qquad d = 0{,}370\text{m}$$

3. $h_1^+ = \text{konst.} = c_p\cdot T_1 + \frac{c_1^2}{2}\,;\quad h_1^+ = \frac{287\,\text{J/kgK}\cdot 1{,}4}{0{,}4}\cdot 300\text{K} + \frac{100\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2} = 301{,}4\,\text{kJ/kg}$

Nach 8.27 $\quad c_{2,\text{isentrop}} = \sqrt{\frac{2\chi}{\chi-1}\cdot R_i\cdot T\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}}\right]+c_1^2}$

$$c_{2,is} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}4}{0{,}4} \cdot 287 \, \mathrm{J/kgK} \cdot 300\mathrm{K}\left[1-\left(\frac{0{,}48}{0{,}6}\right)^{\frac{0{,}4}{1{,}4}}\right] + 100 \, \mathrm{m^2/s^2}} = 193{,}2 \, \mathrm{m/s}$$

$$\eta_{ss} = \frac{c_2^{\,2}}{c_{2,is}^{\,2}} = \frac{\left(180 \, \mathrm{m/s}\right)^2}{\left(193{,}2 \, \mathrm{m/s}\right)^2} = 0{,}87 \,; \qquad a = \sqrt{\chi \cdot R_i \cdot T} = 347{,}2 \, \mathrm{m/s}$$

$$A_1 = \frac{\dot{m} \cdot R_i \cdot T_1}{p_1 \cdot c_1} \,; \; A_2 = \frac{\dot{m} \cdot R_i \cdot T_2}{p_2 \cdot c_2} \,; \; \frac{A_1}{A_2} = \frac{T_1 \cdot p_2 \cdot c_2}{T_2 \cdot p_1 \cdot c_1} \,;$$

$$T_{2,isentrop} = T_1 \left(\frac{P_2^{\,I}}{P_1}\right)^{\frac{\chi-1}{\chi}} = 300\mathrm{K}\left(\frac{4{,}8}{6}\right)^{\frac{0{,}4}{1{,}4}} = 281{,}47\mathrm{K}$$

$$h_2^{\,+} = c_p \cdot T_2 + \frac{c_2^{\,2}}{2} = h_1^{\,+} \,; \qquad T_2 = \frac{h_1^{\,+} - \frac{c_2^{\,2}}{2}}{c_p} = \frac{301400 \, \mathrm{J/kg} - 16200 \, \mathrm{J/kgK}}{1004{,}5} = 283{,}9\mathrm{K}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{T_1 \cdot P_2 \cdot c_2}{T_2 \cdot P_1 \cdot c_1} = \frac{300\mathrm{K} \cdot 4{,}8\mathrm{bar} \cdot 180 \, \mathrm{m/s}}{283{,}9 \cdot 6\mathrm{bar} \cdot 10 \, \mathrm{m/s}} = 15{,}2!$$

Lösungen zu Kapitel 9 (Seiten 314–318)

Kontrollfragen

1. Wärmeleitung, Konvektion (Wärmemitführung), Temperaturstrahlung.
2. Freie Konvektion entsteht durch Dichteunterschiede. Kalte, schwere Luft fällt nach unten, warme und damit leicht Luft steigt nach oben. Dadurch ergibt sich ein vollständige Erwärmung bzw. Abkühlung der Räume. Weiterhin bekommen wir die größten Temperaturunterschiede an den Wärmeaustauschern.
3. Ein Wärmedurchgang besteht aus mindestens zwei Wärmeübergängen und mindestens einer Wärmeleitung und beschreibt den Wärmetransport von einem Fluid an ein anderes Fluid über eine feste Wand. Am schwierigsten zu berechnen ist dabei der Wärmeübergang.
4. Gleich-, Gegen- und Kreuzstrom. Bei Gegenstrom ist die Übertragungsleistung am größten.
5. Beim Rekuperator erfolgt der Wärmeaustausch zeitgleich und beim Regenerator über einen Zwischenträger in der Zeit versetzt!
6. Bläst der Wind gegen den Strich werden die Haare aufgestellt und die Körper nahe Luft wird weg geblasen, damit ist die Isolierung hinfällig.
7. Ein weißer Strahler reflektiert alle auf ihn einfallende Strahlung r = 1. Da a + r + d =1 ist, kann dann a = ε nur 0 sein.

8. Durch ein selektives Strahlungsverhalten. Hochfrequente Strahlung wird durchgelassen niedrigfrequente Strahlung wird absorbiert oder reflektiert.
9. Das Wasser ist oben im Kühlturm heiß und fällt als Tropfen durch die Luft herunter und kühlt sich dabei ab. Die Luft steigt durch das herabrieselnde Wasser nach oben und erwärmt sich. Es ergibt sich ein Gegenstromwärmetauscher.
10. Durch die unten liegende Heizung ergibt sich keine Luftumwälzung im Raum sondern nur eine Luftschichtung mit Wärmeleitung. Da aber Luft ein schlechter Wärmeleiter ist, kann eine effektivere Raumheizung durch die zusätzliche Umwälzbewegung eines Heizkörpers entstehen.
11. Absorberblech: gut Wärme leitendes Material mit gutem Absorptionskoeffizenten (Kupfer geschwärzt), Flüssigkeitsrohr aus dünnen Kupfer zur guten Wärmeaufnahme. Abdeckglas aus Spezialglas, das für Sonnenstrahlung einen hohen Transmissions-Koeffizienten hat und für die Niedertemperaturstrahlung des Absorbers einen hohen Reflektionsgrad. Der Zwischenraum zwischen Glas und Absorberblech sollt möglichst ein Vakuum sein, um Wärmeleitung zu unterbinden. Der Kastenrahmen könnte aus einem Kunststoff sein der hoch wetterbeständig ist und schlecht Wärme leitet. Um Wärmeleitung zwischen Absorber und Gehäuse zu minimieren wird eine temperaturbeständige Isolation eingebracht.
12. Behälter aus Glas, weil Glas ein schlechter Wärmeleiter ist. Doppelwandig evakuiert um Wärmeleitung zu unterbinden. Wände innen verspiegelt um die Wärmeabstrahlung so gering wie möglich zu machen und außen ebenfalls verspiegelt um möglichst viel von der Strahlungsenergie zu reflektieren. Mit dem Stopfen verhindern wir Konvektion und Verdampfungsverluste. Styropor um Wärmeleitung zu unterbinden und um das Glas vor Stößen zu schützen. Die Kugelform bietet die geringste Oberfläche für ein gegebenes Volumen.
13. Strömungsgeschwindigkeit möglichst hoch und turbulent. Gegenstromführung. Möglichst dünne Wand mit gutem Wärmeleitkoeffizienten und eine glatte Wand wegen einer geringen Grenzschichtdicke. Querschnitt des Spaltes möglichst klein, das ergibt eine hohe Strömungsgeschwindigkeit.
14. Styropor ist ein Kunststoffschaum, also eingeschlossene Gasblasen mit dünnen Wänden. Gase sind schlechte Wärmeleiter. Die dünnen Kunststoffwände haben kleine Wärmeleitquerschnitte und haben einen schlechten Wärmeleitwert.
15. Der Absorptionskoeffizient a kann die Werte 0 und 1 nicht annehmen.
16. Die Wellenlänge bei der die höchste Strahlungsintensität liegt sinkt mit zunehmender Temperatur.
17. Polierter Edelstahl hat einen sehr viel geringeren Emissionskoeffizienten als Emaille und strahlt daher weniger Wärme ab. (natürlich muss auch die abstrahlende Fläche des Topfes gleich groß sein).
18. Einschließen von Gasen, da Gase sehr schlechte Wärmeleiter sind und Konvektion unterbunden wird.
19. Sie müssen dem Kunden leider sagen, dass die Kühlschlangen im Fußboden wertlos sind. Im Kühlraum würde die warme Luft oben bleiben und nur eine bodennahe Luftschicht würde sich abkühlen.
20. Je höher die Fliesgeschwindigkeiten bei gegebenem Massenstrom sind, desto enger sind in der Regel die Spalte, also wird der Druckverlust hoch. Das bedeutet, man hat wegen der guten Wärmeübergangswerte kleine Wärmetauscher, also geringe Investitionskosten, aber man braucht eine höhere Pumpenleistung hat also hohe Betriebskosten.

21. Unter selektivem Strahlungsverhalten versteht man, dass ein Körper (Gas) nur mit diskreten Wellenlängen strahlt und auch nur ganz bestimmte Wellenlängen absorbiert. Das tritt bei Gasen auf. Man spricht auch von bunten Strahlern.
22. Dickes Innenrohr mit wenigen Abstandshaltern die nur geringe Querschnitte haben, Vakuum oder zumindest Luft im Spalt. Außen ein innen spiegelnd verchromtes Rohr das mit einer Isolierschicht umgeben ist.
23. Einflussfaktoren: Strömungsgeschwindigkeit möglicht hoch; Strömungsform möglichst turbulent; Wand möglichst glatt; Fluid möglichst im kondensierenden oder siedenden Zustand; möglichst erzwungene Konvektion; das Fluid sollte eine möglichst hohe Dichte, eine hohe Viskosität und eine hohe Wärmeleitfähigkeit haben.
24. Siehe Beispiel 9-11.

Übungen

1. $\dot{Q}_{ab,Luft} = \dot{Q}_{auf,H_2O}$;

$\dot{Q}_{ab,Luft} = \dot{m}_L \cdot c_{p_L} \cdot \Delta\vartheta_L$; Stoffwerte für Luft bei $\dfrac{70+30}{2} = 50°C = 323K$

$$\dot{m}_L = \frac{p_L \cdot \dot{V}_L}{R_i \cdot T_L};\ \dot{V}_L = A \cdot c = \frac{\left(D_i^2 - d_a^2\right)\cdot\pi}{4}\cdot c\ ;$$

$$\dot{V}_L = \frac{\left((0{,}03m)^2 - (0{,}022m)^2\right)\cdot\pi}{4}\cdot 40\, m/s = 0{,}0131\, m^3/s$$

$$\dot{m}_L = \frac{1\cdot 10^5 \frac{N}{m^2}\cdot 0{,}0131\, m^3/s}{287\, J/kgK \cdot 323K} = 0{,}0141\, kg/s$$

$$\dot{Q}_{ab,Luft} = 0{,}0141\, kg/s \cdot 1{,}0085\, kJ/kgK \cdot 40K = 0{,}569\, kJ/s = 569W$$

$$\dot{m}_{Wasser} = ?\ ;\ \dot{Q}_{Luft} = \dot{Q}_{H_2O} = \dot{m}_{H_2}\cdot c_{p_{H_2O}}\cdot\Delta\vartheta_{H_2O} \Rightarrow \dot{m}_{H_2O} = \frac{Q_{Luft}}{c_{p_{H_2O}}\cdot\Delta\vartheta_{H_2O}}$$

$$\dot{m}_{Wasser} = \frac{0{,}569\, kJ/s}{4{,}1805\, kJ/kgK \cdot 20K} = 0{,}0068\, kg/s\ \ ;\ \ c_{p_{H_2O}}\ \text{bei}\ \ 30°C$$

$$\dot{Q} = k\cdot A\cdot\Delta\vartheta_m\ ;\qquad \Delta\vartheta_m = \frac{\Delta\vartheta_{max} - \Delta\vartheta_{min}}{\ln\frac{\Delta\vartheta_{max}}{\Delta\vartheta_{min}}} = \frac{30-10}{\ln\frac{30}{10}} = 18{,}2K$$

$$k = \frac{\dot{Q}}{A\cdot\Delta\vartheta_m}\ ;\ A = \left(\frac{\alpha_a + \alpha_i}{2}\right)\cdot\pi\cdot 1 = 0{,}021m\cdot\pi\cdot 3m = 0{,}198m^2\ ;$$

Der benötigte Wärmedurchgangswert ist $k_{min} = 158\dfrac{W}{m^2K}$

Nachrechnen des α im Ringspalt (Luft) = $N_{um} = f(R_{e,}P_r)$

$$R_e = \frac{c \cdot L}{\nu}; \quad L = d_{ge} = \frac{D_i^{\,2} - d_a^{\,2}}{d_a} = \frac{30^2\,\text{mm} - 22^2\,\text{mm}}{22\text{mm}} 18{,}9\text{mm}$$

Stoffwerte bei $\frac{\vartheta_w + \vartheta_F}{2}$; $\vartheta_F = \frac{\vartheta_{ein} + \vartheta_{aus}}{2} = 50°C$; Die Wandtemperatur sei $\approx$ mittlere Wassertemperatur =30°C geschätzt $\Rightarrow 40°C$

$$R_e = \frac{40\,\text{m/s} \cdot 0{,}0189}{16{,}92 \cdot 10^{-6}\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 44681; \quad P_r = 0{,}69$$

Es gilt Gl.9.46 mit K=1

$$\xi = \left(0{,}7 \ln R_e - 1{,}64\right)^{-2} = 0{,}02151; \quad N_{um} = \frac{\frac{\xi}{8}\left(R_e - 1000\right) \cdot P_r}{1 + 12{,}7\left(P_r^{\,2/3} - 1\right) \cdot \sqrt{\frac{\xi}{8}}} = \frac{81{,}03}{0{,}8557} = 94{,}7$$

$$\alpha_a = \frac{N_{um} \cdot \lambda_F}{d_{ge}} = \frac{94{,}7 \cdot 0{,}0275 \frac{\text{W}}{\text{mK}}}{0{,}0189} = 137{,}8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$\alpha_i = ?\,; R_e = \frac{c \cdot L}{\nu}; L = d_i = 0{,}02\text{m}; \; c = \frac{\dot{V}}{A}; \; \dot{V} = \frac{\dot{m}}{\varsigma} = \frac{0{,}0068\,\text{kg/s}}{0{,}99515\,\text{kg/dm}^3} = 0{,}0068\,\text{dm}^2\text{/s}$$

$$c = \frac{0{,}0068\,\text{dm}^3\text{/s} \cdot 4}{0{,}2\text{dm}^2 \cdot \pi} = 0{,}2175\,\text{dm/s}; \; c = 0{,}02175\,\text{m/s}$$

$$R_e = \frac{0{,}02175\,\text{m/s} \cdot 0{,}02\text{m}}{0{,}832 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^2\text{/s}} = 523; \quad P_r = 5{,}69; \; R_e \cdot P_r \cdot \frac{d}{H} = P_e \cdot \frac{d}{H} = 19{,}8 \Rightarrow$$

es gilt Gl 9.45

$$N_{um} = \left[49{,}37 + \left(1{,}615 \cdot \sqrt[3]{P_e \cdot \frac{d}{H}} - 0{,}7\right)^3\right]^{\frac{1}{3}} \cdot k = 4{,}622$$

$$\alpha_i = \frac{N_{um} \cdot \lambda_F}{d_{ge}} = \frac{4{,}622 \cdot 0{,}6125 \frac{\text{W}}{\text{mK}}}{0{,}02\text{m}} = 141{,}5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$k_{tatsächlich} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta_{st}}{\lambda_{st}} + \frac{1}{\alpha_a}} = \frac{1}{\frac{1}{141{,}5} + \frac{0{,}001}{47} + \frac{1}{137{,}8}} = 69{,}71 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$\frac{k_{tatsächlich}}{k_{min}} = \frac{69{,}71 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}}{158 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}} \approx 44\%$; d.h. die tatsächliche Konstruktion erreicht nicht einmal die Hälfte der benötigten Leistung!! Die Konstruktion muss überarbeitet werden!!!!

2. $-\Phi = \varepsilon \cdot c_s \cdot A_1 \left(\frac{T_1}{100}\right)^4$; $\varepsilon = a = 0{,}62$; $A_1 = D \cdot \pi \cdot 1 = 0{,}05\text{m} \cdot \pi \cdot 1\text{m} = 0{,}157\text{m}^2$

$T_1 = 1033\text{K}$;

$$\Phi = 0{,}62 \cdot 5{,}67 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4} \cdot 0{,}157\text{m}^2 \cdot \left(\frac{1033\text{K}}{100}\right)^4 = 6284{,}6\text{W}$$

$$\dot{Q} = \alpha_a \cdot A \cdot \Delta\vartheta \ ; \ \ \Delta\vartheta = 760°\text{C} - 40°\text{C} = 720°\text{C} \ ; \ \ \vartheta_{\text{Stoffwerte}} = \frac{760°\text{c} + 40°\text{C}}{2} = 400°\text{C}$$

$$\alpha = f\left(R_a\right) \quad R_a = \frac{L^3 \cdot g \cdot \left(\Delta\vartheta - \Delta\vartheta\right) \cdot \gamma}{\vartheta \cdot a}; \ \ L = \frac{D \cdot \pi}{2} = \frac{0{,}05\text{m} \cdot \pi}{2} = 0{,}0785\text{m}$$

$$R_a = \frac{\left(0{,}0785\text{m}\right)^3 \cdot 9{,}81 \,{}^{\text{m}}\!/_{\text{s}^2} \cdot 720\text{K} \cdot 1{,}486 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}}{62{,}95 \cdot 10^{-6} \,{}^{\text{m}^2}\!/_{\text{s}} \cdot 95{,}1 \cdot 10^{-6} \,{}^{\text{m}^2}\!/_{\text{s}}} = 848831 \ ; ; \ \ P_r = 0{,}66 \ ;$$

$$\text{Gl. 9.53} \ \ N_{u_m} = \ \ 0{,}6 + 0{,}387\left(R_a \cdot F_4\right)^{1/6} \ {}^{2} = 20{,}14 \ ; \ \ F_4 = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{0{,}559}{P_r}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{8/27}} = 1{,}2115$$

$$\alpha_m = \frac{N_{u_m} \cdot \lambda_F}{L} = \frac{20{,}14 \cdot 0{,}0485 \frac{\text{W}}{\text{mK}}}{0{,}0785\text{m}} = 12{,}4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$\dot{Q} = 12{,}4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \cdot 0{,}157\text{m}^2 \cdot 720\text{K} = 1406{,}8\text{W}$$

$$\dot{Q} = c_{12} \cdot A_1 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]; \ \ A_2 = 0{,}17\text{m}^2 \ ; \ T_2 = 573\text{K}$$

$$c_1 = 0{,}62 \cdot 5{,}76 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4} = 3{,}515 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$$

$$c_2 = 0{,}05 \cdot 5{,}76 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4} = 0{,}283 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$$

$$c_{12} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \left(\frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_s}\right)\frac{A_1}{A_2}} \ ; c_{12} = \left[\frac{1}{\frac{1}{3{,}515} + \left(\frac{1}{0{,}283} - \frac{1}{5{,}67}\right)\frac{0{,}157}{0{,}17}}\right] \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4} \ ;$$

$$c_{12} = 0{,}295 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$$

$$\dot{Q} = 0{,}295 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4} \cdot 0{,}157\text{m}^2 \cdot \left[\left(\frac{1033}{100}\right)^4 - \left(\frac{573}{100}\right)^4\right] = 477{,}5\text{W}$$

$$Q_{Außen} = \dot{Q}_{Str} + \dot{Q}_{Konv} = \varepsilon \cdot c_s \cdot A_2 \cdot \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 + \alpha \cdot A_2 \cdot \left(T_2 - T_L\right)$$

$$Q_{Außen} = 0{,}05 \cdot 5{,}67 \frac{W}{m^2K^4} \cdot 0{,}17m^2 \cdot \frac{573K}{100}^{4} + 9{,}6 \frac{W}{m^2K} \cdot 0{,}17 \cdot 260K$$

$$Q_{Außen} = 51{,}95W + 424{,}32W = 476{,}3W$$

3. $\alpha_{m,außen} = ?$ freie Konvektion $\Rightarrow N_{u_m} = f\left(Ra\right)$

Wandtemperatur wird auf 30°C geschätzt ϑ für Stoffwerte

$$= \frac{\vartheta_w + \vartheta_a}{2} = \frac{30+10}{2} = 20°C$$

$$Ra = G_r \cdot P_r \;\; ; \;\; L = d \;\; ; \;\; P_r = 0{,}7$$

$$G_r = \frac{L^3 \cdot g \cdot \left(\vartheta_F - \vartheta_w\right) \cdot \gamma}{\nu^2} = \frac{\left(10m\right)^3 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 20K \cdot 3{,}419 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}}{\left(15{,}13 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}\right)^2} = 2{,}93 \cdot 10^{12}$$

$$Ra = G_r \cdot P_r = 2{,}05 \cdot 10^{12}$$

$$N_{u_m} = \left[0{,}825 + 0{,}387\left(Ra \cdot F_3\right)^{\frac{1}{6}}\right]^2 \;\; ; \qquad F_3 = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{0{,}492}{P_r}\right)^{9/16}\right]^{8/27}} = 0{,}8378$$

$$N_{u_m} = 1864$$

$$\alpha_m = \frac{N_{u_m} \cdot \lambda_F}{L} = \frac{1864 \cdot 26{,}03 \cdot 10^{-3} \frac{W}{m^2K}}{10m} = 4{,}85 \frac{W}{m^2K}$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a}} = \frac{1}{\frac{1}{2\frac{W}{m^2K}} + \frac{0{,}001m}{0{,}05\frac{W}{mK}} + \frac{1}{4{,}85\frac{W}{m^2K}}} = 1{,}38 \frac{W}{m^2K}$$

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \Delta\vartheta \; ; \qquad A = 4\pi r^2 = 314{,}16m^2$$

$$\dot{Q} = 1{,}38 \frac{W}{m^2K} \cdot 314{,}16m^2 \cdot \left(64 - 10°C\right) = 23{,}4kW$$

$$\vartheta_{wi} = \vartheta_i - \frac{\dot{Q}}{\alpha_i \cdot A} = 64°C - \frac{23400W}{2\frac{W}{m^2K} \cdot 314{,}16m^2} = 26{,}76°C$$

$$\vartheta_{wa} = \vartheta_{wi} - \frac{\dot{Q} \cdot \delta}{\lambda \cdot A} = 26{,}76°C - \frac{23400W \cdot 0{,}001m}{0{,}05m \cdot 314{,}16m^2} = 25{,}27$$

$$\dot{Q} = m \cdot c_p \cdot \Delta\vartheta \; ; \qquad m = \frac{p \cdot V}{R_i \cdot T} \; ; \;\; V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = 523{,}6m^3$$

$$m = \frac{1 \cdot 10^5 \frac{N}{} \cdot 523{,}6m^3}{287 \, J/_{kgK} \cdot 337K} = 541{,}36kg$$

$\dot{Q} = m \cdot c_p \cdot \Delta\vartheta$

$$\Delta\vartheta = \frac{\dot{Q}}{m \cdot c_p} = \frac{23400W}{541{,}36kg \cdot 1009 \frac{Ws}{kgK}} = 0{,}04284 \, K/_s \qquad 23{,}34 \, s/_K$$

$23{,}34 \, s/_K \cdot 5K = 116{,}7$Sekunden

$$\Phi = \varepsilon \cdot c_s \cdot A \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4 \Rightarrow a + r + d = 1 \, ; \quad \varepsilon = a = 1 - r - d = 0{,}25$$

$\Phi = 0{,}25 \cdot 5{,}67 \frac{W}{m^2K^4} \cdot 314{,}16m^2 \cdot \frac{298{,}3K}{100}^4 = 35{,}26kW$; Kann nicht vernachlässigt werden, ist das 1,5 fache der konvektiv abgegebenen Menge!!!

$\varepsilon = a$; $\dot{E}_{Ein} = \dot{E}_{ab}$; $A_{einstr} = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = 78{,}54m^2$

Die absorbierte Wärmemenge ist

$$\dot{Q} = a \cdot M \cdot A = 0{,}25 \cdot 1{,}3 \frac{kW}{m^2} \cdot 78{,}54m^2 = 25{,}54kW$$

oder bei 35,26kW umgestellt nach $M = \frac{35{,}26\,kW}{0{,}25 \cdot 78{,}54m^2} = 1{,}796 \frac{kW}{m^2}$

das heißt der Strahlungsverlust kann nicht kompensiert werden!

4. Temperatur für Stoffwerte $= \frac{\vartheta_L + \vartheta_{Hk}}{2} = 40°C$

$\dot{Q} = \alpha \cdot A \cdot \Delta\vartheta$; $\qquad \Delta\vartheta = 60°C - 20°C = 40K$

$\qquad A = 2 \cdot b \cdot H = 2 \cdot 1{,}5m \cdot 0{,}8m = 2{,}4m^2$

$P_r = 0{,}69$; $L = H$

$$G_r = \frac{L^3 \cdot g \cdot \Delta\vartheta \cdot \gamma}{\nu^2} = \frac{(0{,}8m)^3 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 40K \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K}}{\left(16{,}92 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}\right)^2} = 2{,}2 \cdot 10^9$$

$R_a = G_r \cdot P_r$; $R_a = 1{,}55 \cdot 10^9$

$$N_{u_m} = \left[0{,}825 + 0{,}387 \left(R_a \cdot F_3\right)^{1/6}\right]^2 = 185{,}1 \, ; \quad F_3 = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{0{,}492}{P_r}\right)^{9/10}\right]^{8/27}} = 0{,}836$$

$$\alpha = \frac{N_{u_m} \cdot \lambda_F}{L} = \frac{185{,}1 \cdot 0{,}02749 \dfrac{W}{mK}}{0{,}8m} = 6{,}36 \frac{W}{m^2K}$$

$$\dot{Q} = 6{,}36 \frac{W}{m^2K} \cdot 2{,}4m \cdot 40K = 611W$$

$$\dot{Q} = c_{12} \cdot A_1 \cdot \left[\left(\frac{T_{MK}}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{Wand}}{100}\right)^4\right] ; \qquad c_{12} = \frac{1}{\dfrac{1}{c_1} + \left(\dfrac{1}{c_2} - \dfrac{1}{c_s}\right)\dfrac{A_1}{A_2}} = 5{,}236 \frac{W}{m^2K^4}$$

$$c_1 = \varepsilon_1 \cdot c_s = 5{,}245 \frac{W}{m^2K^4}$$

$$c_2 = \varepsilon_2 \cdot c_s = 5{,}273 \frac{W}{m^2K^4}$$

$$\dot{Q} = 5{,}236 \frac{W}{m^2K^4} \cdot 2{,}4m^2 \left[\left(\frac{333}{100}\right)^4 - \left(\frac{293}{100}\right)^4\right] = 619{,}1W$$

$$\dot{Q}_{H_2O} = \dot{Q}_{konv} + \dot{Q}_{Str} = 611W + 619W = 1230W$$

$$\dot{Q}_{H_2O} = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta\vartheta \; ; \quad \Delta\vartheta = 4°C \; ; \quad c_{p60°C} = 4{,}191 \, {}^{kJ}\!/\!_{kgK}$$

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}_{H_2O}}{c_p \cdot \Delta\vartheta} = \frac{1230W}{4191 \dfrac{Ws}{kgK} \cdot 4K} = 0{,}0733 \, {}^{kg}\!/\!_{s}$$

α_i = erzwungene Konvektion= $f\left(R_e, P_r\right)$

Stoffwerte bei 60°C, $P_r = 3{,}01$

L= Rechteckkanal 1,5x0,003m; $\qquad d_{gl} = \dfrac{4A}{u} = \dfrac{4 \cdot 1{,}5m \cdot 0{,}003m}{3{,}006m}$

$$d_{gl} = 0{,}006m = 6mm$$

$$c = \frac{\dot{m}}{A \cdot \rho} = \frac{0{,}0733 \, {}^{kg}\!/\!_{s}}{1{,}5m \cdot 0{,}003m \cdot 983 \, {}^{kg}\!/\!_{m^3}} = 0{,}0165 \, {}^{m}\!/\!_{s}$$

$$R_e = \frac{c \cdot L}{\nu} = \frac{0{,}0165 \, {}^{m}\!/\!_{s} \cdot 0{,}006m}{0{,}478 \cdot 10^{-6} \dfrac{m^2}{s}} = 208 \qquad \text{laminar}$$

$$N_{u_m} = 0{,}664 \cdot R_e^{1/2} \cdot P_r^{1/3} \cdot k = 13{,}83 \; ; \quad \alpha = \frac{N_{u_m} \cdot \lambda_F}{L}$$

$$\alpha = \frac{13{,}83 \cdot 0{,}651 \dfrac{W}{mK}}{0{,}006m} = 1500 \frac{W}{m^2K}$$

$$\dot{Q}_{innen} = \dot{Q}_{außen} = \alpha_{i,erf} \cdot A \cdot \Delta\vartheta_m \Rightarrow \qquad \alpha_{i,erf} = \frac{\dot{Q}}{A \cdot \Delta\vartheta_m} = \frac{1230W}{2,4m^2 \cdot 1°C}$$

$$\alpha_i, erf = 512,5 \frac{W}{m^2K}$$

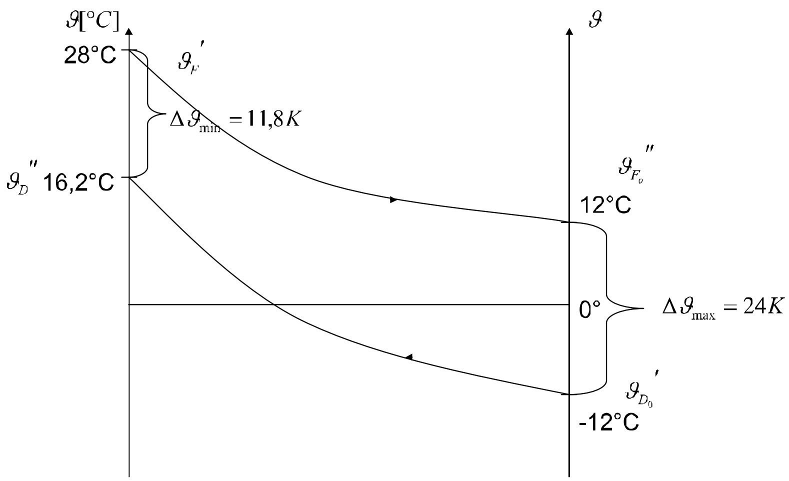
5a) $\dot{m}_{FL} \cdot c_{p_{FL}} \cdot \Delta\vartheta_{FL} = \dot{m}_D \cdot c_{p_D} \cdot \Delta\vartheta_D$ (D= Dampf, FL= Flüssigkeit)

da $\dot{m}_{FL} = \dot{m}_D$ gilt

$$c_{p_{FL}} \cdot \Delta\vartheta_{FL} = c_{p_D} \cdot \Delta\vartheta_D \,; \;\; \Delta\vartheta_D = \frac{c_{p_{FL}}}{c_{p_D}} \cdot \Delta\vartheta_{FL}$$

$$\Delta\vartheta_D = \frac{965 \; J/kgK}{548 \; J/kgK} \cdot 16K = 28,17K = 28,17°C$$

$$\Delta\vartheta_D'' = \vartheta' + \Delta\vartheta_D = -12°C + 28,17°C = 16,17°C$$



5b) $\dot{Q} = m_{FL} \cdot c_{p_{FL}} \cdot \Delta\vartheta_{FL} \quad \left(= \dot{m}_D \cdot c_{p_D} \cdot \Delta\vartheta_D\right)$

$$\dot{Q} = 0,11 \, kg/s \cdot 965 \; J/kgK \cdot 16K = 1698,4W$$

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \Delta\vartheta_m \qquad \Delta\vartheta_m = \frac{\Delta\vartheta_{max} - \Delta\vartheta_{min}}{\ln \frac{\Delta\vartheta_{max}}{\Delta\vartheta_{min}}} = 17,18K$$

$$A = \frac{\dot{Q}}{k \cdot \Delta\vartheta_m} \,; \qquad A = \frac{1698,4W}{148 \frac{W}{m^2K} \cdot 17,18K} = 0,668m^2$$

$$\xi = \left(0,79 \ln R_e - 164\right)^{-2} = 0,02676$$

$$N_{u_m} = \frac{\frac{\xi}{8} \cdot (R_e - 1000) \cdot P_r}{1 + 12{,}7 \cdot \left(P_r^{2/3} - 1\right) \cdot \sqrt{\frac{\xi}{8}}} \cdot \left[1 + \left(\frac{d}{h}\right)^{2/3}\right] \cdot k$$

$$N_{u_m} = \frac{\frac{\xi}{8} \cdot (18292 - 1000) \cdot 3{,}05}{1 + 12{,}7 \cdot \left(3{,}05^{2/3} - 1\right) \cdot \sqrt{\frac{\xi}{8}}} \cdot \left[1 + \left(\frac{0{,}0063\text{m}}{6{,}347\text{m}}\right)^{2/3}\right] \cdot \left(\frac{3{,}05}{3{,}65}\right)^{0{,}11}$$

$$N_{u_m} = \frac{176{,}406}{1{,}8103} \cdot 1{,}00995 = 96{,}49 \approx 96{,}5$$

$$\alpha_a = \frac{N_{u_m} \cdot \lambda_F}{d_{ge}} = \frac{96{,}5 \cdot 0{,}007 \frac{\text{W}}{\text{mK}}}{0{,}0063\text{m}} = 1072 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}};$$

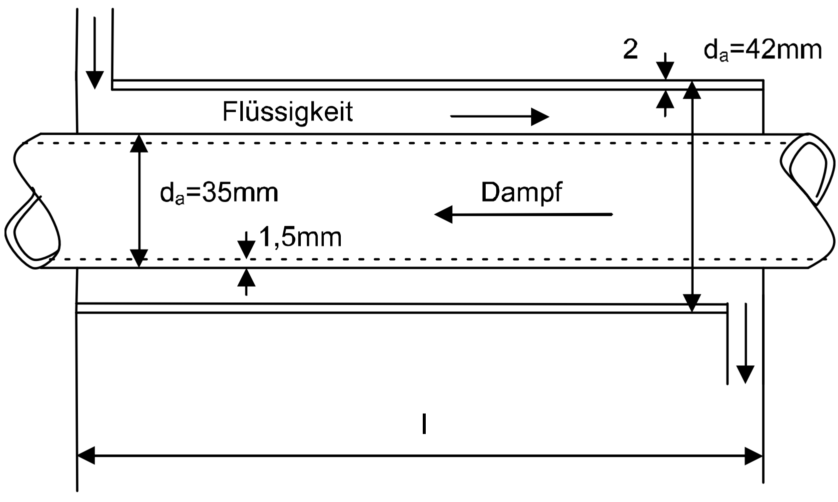
$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a}} \qquad \alpha_i = \frac{1}{\frac{1}{k} - \frac{\delta}{\lambda} - \frac{1}{\alpha_a}}; \alpha_i = \frac{1}{\frac{1}{148} - \frac{0{,}0015}{47} - \frac{1}{1072}} = 172{,}65$$

$$\Delta\vartheta_{\text{Außen}} = \frac{\dot{Q}}{\alpha_a \cdot A} = \frac{1698{,}4\text{W}}{1072 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \cdot 0{,}668\text{m}^2} = 2{,}37\text{K} \qquad \Rightarrow \vartheta_{\text{Wandaußen}} = 17{,}63°\text{C}$$

$$\Delta\vartheta_{\text{amRohr}} \qquad \frac{\dot{Q} \cdot \delta}{\lambda \cdot A} \quad 0{,}08\ \text{C} \qquad \Rightarrow \vartheta_{\text{Wand,innen}} = 17{,}55°\text{C}$$

$$\Delta\vartheta_{\text{innen}} = \frac{\dot{Q}}{\alpha_i \cdot A} = 14{,}73°\text{C} \qquad \Rightarrow \vartheta_{\text{innen}} = 2{,}82°\text{C}$$

5c)



Innenrohr wird wie eine ebene Wand betrachtet (bezüglich der Fläche)

$$A = d_m \cdot \pi \cdot l\,;\;\; d_m = \frac{d_a + d_i}{2} = 33{,}5\,\text{mm}\,;\;\; l = \frac{A}{d_m \cdot \pi} = \frac{0{,}668\,\text{m}^2}{0{,}0335\,\text{m} \cdot 3{,}14} = 6{,}347\,\text{m}$$

$$N_u = f\left(R_e, P_r\right);\;\; R_e = \frac{c \cdot L \cdot \delta}{\eta}\;;\;\; L = d_{gl} = \frac{D^2 - d^2}{d} = \frac{\left(38\,\text{mm}\right)^2 - \left(35\,\text{mm}\right)^2}{35\,\text{mm}}$$

$$d_{gl} = 6{,}257\,\text{mm} \approx 6{,}3\,\text{mm}$$

$$c = ?\;\;\; V = A \cdot c = \frac{\dot{m}}{\delta}\,; \qquad c = \frac{\dot{m}}{A \cdot \delta} = \frac{0{,}11\,{}^{\text{kg}}\!/\!_{\text{s}}}{\dfrac{\left(\alpha_{ia}{}^2 - d_{ai}{}^2\right) \cdot \pi}{4} \cdot 1328\,{}^{\text{kg}}\!/\!_{\text{m}^3}} = 0{,}481\,{}^{\text{m}}\!/\!_{\text{s}}$$

$$R_e = \frac{0{,}481\,{}^{\text{m}}\!/\!_{\text{s}} \cdot 0{,}0063\,\text{m} \cdot 1328\,{}^{\text{kg}}\!/\!_{\text{m}^3}}{22 \cdot 10^{-5}\,\dfrac{\text{Ns}}{\text{m}^2} \cdot \dfrac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{N}}} = 18292\,, \qquad P_r = 3{,}05$$

Flüssigkeit: $\rightarrow d_{gl}$ = 6,3 mm, c= 0,481 m/s, Re = 18292 $\rightarrow$ Gl.9.46 $\rightarrow Nu_m$ = 96,5, α = 1072 W/m²K. Das ergibt bei gegebenem K-Wert von 148 auf der Dampfseite ein α von 172,65 W/m²K. Die arithm. Mitteltemperatur der Flüssigkeit ist 20°C $\rightarrow$ $\vartheta_{\text{Wand,außen}}$ = 17,63 °C, $\vartheta_{\text{Wand,innen}}$ = 17,55 °C, ϑ_{innen} = 2,82 °C. Die arithm. Mitteltemperatur des Dampfes ist 2,1 °C. Der Unterschied kommt daher, dass die Differenz der mittleren arithmetischen Temperaturen 20°C – 2,1 °C = 17,9 °C ist. Die Flächenbestimmung erfolgte jedoch mit der mittl. logarithmischen Temperaturdifferenz von 17,18°C. Die Differenz von 17,9°C – 17,18°C = 0,72 °C kommt nun im Rechenergebnis 2,82°C – 2,1°C = 0,72 zum Ausdruck.