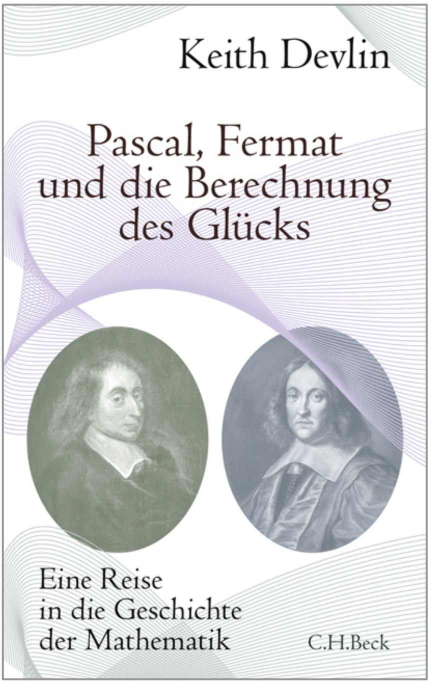
C.H.BECK
www.chbeck.de

Unverkäufliche Leseprobe



Keith Devlin
Pascal, Fermat und die Berechnung des Glücks
Eine Reise in die Geschichte der Mathematik

205 Seiten, Gebunden
ISBN: 978-3-406-59099-3

Kapitel I

Montag, den 24. August 1654

Mein Herr,

1. Ich konnte Ihnen mit der letzten Postsendung nicht alle meine Gedanken bezüglich des Spielabbruchproblems bei mehreren Spielern darlegen, und ich habe sogar einigen Widerwillen, dies zu tun, aus Furcht, dass dabei diese wunderbare Übereinstimmung, die zwischen uns war und die mir so teuer war, sich aufzuheben beginnt; denn ich befürchte, dass wir über diesen Gegenstand verschiedener Ansicht sind. Ich will Ihnen alle meine Argumente darlegen, und tun Sie mir den Gefallen, mich zu verbessern, wenn ich irre, oder mich zu bestärken, wenn ich recht habe. Ich bitte Sie darum inständig und aufrichtig, denn ich werde mich nur im Recht fühlen, wenn Sie meiner Ansicht sind.[1]

1 Der wichtigste Brief von Blaise Pascal an Pierre de Fermat steht fortlaufend jeweils an den Kapitelanfängen. Damit der Leser dem Gedankengang der Argumentation leichter folgen kann, erscheint der Briefwechsel zwischen Pascal und Fermat in kursiver Schrift. Weitere Briefe dieser Korrespondenz sind ebenfalls kursiv gesetzt. Die Übersetzung des Briefs von Pascal wurde mit freundlicher Genehmigung entnommen aus: Ivo Schneider (Hrsg.), *Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie von den Anfängen bis 1933. Einführung und Texte,* Darmstadt 1988, S. 32–38. Das französische Original in Blaise Pascal, *Œuvres complètes,* Bd. II, Bibliothèque européenne, Desclée de Brouwer 1970, 1147–1153.

Diese Zeilen stammen aus der Feder des berühmten französischen Mathematikers Blaise Pascal. Er hatte sich am Montag, dem 24. August 1654, an seinen Schreibtisch gesetzt, um einen Brief seines ebenfalls berühmten Landsmanns Pierre de Fermat zu beantworten. Die nur knapp dreitausend Wörter, die dabei herauskamen, sollten für das Leben der Nachgeborenen eine ungeheure Bedeutung erhalten: Sie beschrieben erstmals eine Methode, mit der sich Aussagen über die Zukunft treffen ließen.

Nicht in dem Sinn, dass nun sicher prognostiziert werden konnte, was geschehen würde: Dies vermochte auch kein Wunderkind wie Blaise Pascal, der mit 16 Jahren seine erste wissenschaftliche Abhandlung verfasst und noch im Jugendalter eine Tischrechenmaschine erfunden, in Serie hergestellt und verkauft hatte. Diese «Pascaline» stellte in vielerlei Hinsicht einen Vorläufer der handelsüblichen Rechenmaschinen dar, die dreihundert Jahre später allgegenwärtig wurden. Aber Pascal zeigte in seinem Brief auf, wie sich die Wahrscheinlichkeiten, mit denen bestimmte Ereignisse eintreten würden, präzise berechnen ließen.

Schon wenige Jahre nach Pascals Darlegungen sahen die Menschen die Zukunft nicht mehr als etwas vollständig Unvorhersehbares an, auf das sie keinerlei Einfluss hatten. Jetzt konnten sie die Wahrscheinlichkeiten berechnen, nach denen bestimmte Ereignisse eintreten würden, und sich in ihrem Tun – und ihrem Leben – auf sie einstellen. Pascal gab sozusagen den entscheidenden Hinweis, dass man Risiken beherrschen konnte. Sein Brief war maßgeblich an der Entstehung unserer modernen Einstellung gegenüber der Zukunft beteiligt.

Das Risiko

Heutzutage erscheint uns der Gedanke, dass Zukunft etwas mit Wahrscheinlichkeiten zu tun hat, so selbstverständlich, dass wir uns das Leben kaum anders vorstellen können: Es gibt bestimmte Aussichten, dass es morgen regnet, dass in den kommenden Monaten die Immobilienpreise steigen, dass eine bestimmte Person die nächsten fünf Jahre nicht überlebt oder dass Terroristen auf dem internationalen Flughafen von Los Angeles einen Anschlag verüben werden. Wir versichern unser Leben, unser Haus, unser Auto und unsere Urlaubsreise und finden es ganz selbstverständlich, dass Unternehmen Gewinne erwirtschaften, indem sie uns Risiken abnehmen. Weil die Konstrukteure beim Bau eines neuen Typs Flugzeug präzise berechnen können, wie sicher er fliegen wird, können sie bei einer akzeptablen niedrigen Unfallerwartung grünes Licht für die Serienproduktion und den Vertrieb geben. (So kam die amerikanische Raumfahrtbehörde NASA bei entsprechenden Berechnungen zum Ergebnis, dass beim Spaceshuttle auf ungefähr zweihundert Flüge mit einem größeren Unfall zu rechnen sei, was sich in der Realität denn auch auf tragische Weise als richtig erwies. Und auch die Versicherer von Flugzeugen können mit beachtlicher Präzision das – zum Glück unendlich geringere – Risiko beziffern, dass eine Boeing 777 abstürzt.)

Seitdem die Menschen über eine Methode verfügen, um die Wahrscheinlichkeit zu berechnen, mit der bestimmte Ereignisse eintreten werden, können wir unser Leben vorausschauender denn je gestalten. Nicht nur Wissenschaftler und Ingenieure, sondern auch gewöhnliche Sterbliche können seither Dinge tun oder sich an Orte begeben, die zuvor den Abenteurern, Steinreichen oder

Ahnungslosen vorbehalten waren. Wirtschaft, Politik, Verteidigung, Wissenschaft und Technik, Medizin, Sport, Freizeit, Finanzen, Architektur, Transport und zahlreiche weitere Bereiche, die unser Alltagsleben bestimmen, werden heute maßgeblich von der Berechnung von Wahrscheinlichkeiten geprägt.

Selbst mathematische Laien wissen, dass Zukunft nicht einfach blindes Schicksal ist. Häufig können wir ganz gut einschätzen, was demnächst geschehen wird, und uns danach richten. Dagegen hielten in der Zeit vor Pascals Brief an Fermat viele Gelehrte (darunter führende Mathematiker) entsprechende Vorhersagen für schlichtweg unmöglich.

Dank der Berechnung von Wahrscheinlichkeiten ließen sich jetzt aus statistischen Daten Schlüsse ziehen, die sachkundige Entscheidungen ermöglichten. Ohne die Fähigkeit, Risiken zu beziffern, gäbe es weder ein funktionierendes Kreditwesen noch global auftretende Konzerne wie Google, Yahoo!, Microsoft, DuPont, Alcoa, Merck, Boeing oder McDonald's. Und auch die Meinungsforscher, die uns heute sagen, wer die nächsten Wahlen wahrscheinlich gewinnen wird, machen unmittelbar Gebrauch von den mathematischen Techniken, deren Entwicklung Pascal und Fermat angestoßen haben. In der modernen Medizin dienen die statistischen Methoden, anhand derer sich künftige Verläufe bewerten lassen, ständig zur Aufstellung von Kosten-Nutzen-Analysen und Risikoabschätzungen, wenn neue Medikamente auf den Markt kommen sollen. Als Ergebnis leben in der entwickelten Welt die meisten Menschen heute gesünder und länger denn je.

Schon hundert Jahre nach der Entstehung von Pascals Brief bildeten in England Lebenserwartungstabellen die Grundlage, auf der Leibrenten zu bestimmten Preisen verkauft wurden, und florierte vor allem in London ein Versicherungsgeschäft, ohne das der Seehandel nur von den ganz reichen Schiffseignern hätte betrieben werden können, die die enormen Risiken aus eigener Kraft schultern konnten. Auch schuf Pascals und Fermats Briefwechsel eine Basis für die Entwicklung einer hoch lukrativen Glücksspielindustrie. Denn dank der Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung können die Kasinos anhand der Gesamtumsätze ihre wöchentlichen Gewinne ziemlich genau vorausberechnen. Im Gegensatz zu den Wahlforschern, die mit ihren Prognosen mitunter auch danebenliegen, treffen sie, solange das gesamte Spielaufkommen bekannt ist, immer mitten ins Schwarze.

Die Liste ließe sich verlängern. Das Risikomanagement spielt inzwischen in fast jedem Bereich unseres Daseins eine wichtige Rolle und bildet einen festen Teil unserer Lebensgestaltung. Dass dies keineswegs selbstverständlich ist, ahnt man allerdings, wenn man Pascals Brief an Fermat liest und die Schwierigkeiten sieht, mit der diese beiden großen Mathematiker das zugrunde liegende Konzept und eine Rechenmethode entwickelten, mit der sich Wahrscheinlichkeiten beziffern ließen. An dieser gewaltigen geistigen Herausforderung waren andere zuvor gescheitert.

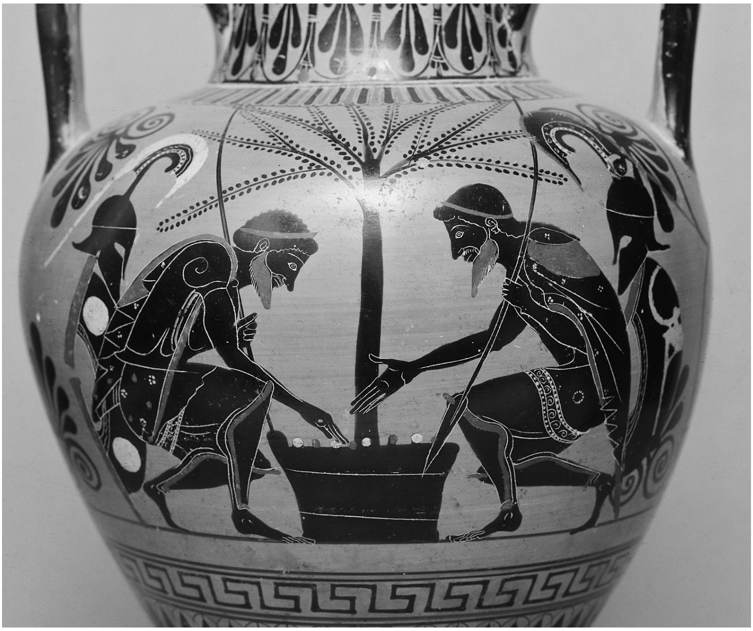
Ein langer Kampf

Da die Spannung und das Risiko dicht beieinanderliegen, sind Glücksspiele so alt wie die Menschheit. Bei den Ausgrabungen der Pyramiden tauchten auch *Astragali* auf, Würfel aus der Pharaonenzeit, die aus den Sprungbeinen von Tieren gefertigt wurden. Dass manche gezinkt waren, offenbart das von Anfang an bestehende Bestreben, dem Glück durch Betrug und Täuschung nachzuhelfen, da sich Gewinnchancen noch nicht berechnen ließen. Vasenmalereien aus dem antiken Griechenland zeigen junge Männer, die Würfel in einen gezeichneten Kreis werfen. Pontius Pilatus soll das Gewand des Gekreuzigten im Spiel gewonnen haben. Ein Imbiss verdankt seinen Namen dem Earl of Sandwich, der seine Mahlzeiten einnehmen wollte, ohne den Spieltisch verlassen zu müssen. Und auch von George Washington ist bekannt, dass er zur Zeit der Amerikanischen Revolution in seinem Zelt dem Glücksspiel frönte.

Wie ein roter Faden zieht sich die Begeisterung für das Glücksspiel auch durch die Mythen und Legenden. Im griechischen Olymp würfeln die Götter die Schicksale der Menschen aus. Ebenfalls beim Würfelspiel teilen drei Brüder das Universum unter sich auf: Zeus gewinnt den Himmel, Poseidon das Meer, und Hades muss sich mit der Herrschaft über die Unterwelt bescheiden.

Dabei ahnte bis zum Mittelalter keiner, dass es einst möglich sein sollte, die Wahrscheinlichkeit zu beziffern, mit der ein Spieler eine bestimmte Zahl würfeln oder mit der ein anderes Ereignis eintreten würde. Was nicht vorherbestimmt war, galt als unabsehbar. Die Zukunft liege allein in Gottes Hand, so der Glaube der Menschen. Das Kommende würde geschehen, und keiner könne den Lauf des Schicksals aufhalten. Man müsse beten und sich dem allmächtigen Weltenlenker anbefehlen.

Für Aristoteles, der in Mathematik und Philosophie Bahnbrechendes leistete, gab es nur drei Arten von Ereignissen: (1) die sicheren, die wie der Sonnenaufgang notwendig einträten; (2) die wahrscheinlichen, die sich meistens ereigneten (zum Beispiel Son-



Achill und Ajax beim Würfelspiel, attische Amphore, um 550 v. Chr.

nenschein und steigende Temperaturen im Juli um die Mittagszeit in meiner Heimat Kalifornien); und (3) die unberechenbaren, die ganz dem Zufall geschuldet und deswegen unabsehbar seien. Glücksspiele gehörten klar zur dritten Kategorie, weshalb es denn als ausgeschlossen galt, dass man seine Gewinnchancen bei ihnen anders als durch Betrug erhöhen konnte. Offenbar hatten weder Aristoteles noch seine Landsleute bemerkt, dass sich bestimmte Zahlenmuster ergaben, wenn wiederholt gewürfelt wurde, dass zum Beispiel beim Würfeln mit zwei Würfeln häufiger eine 7 als eine 6 herauskam. Angesichts des weitreichenden Wissens der

Griechen in der Mathematik und den Wissenschaften mag diese Erkenntnislücke überraschen, aber vielleicht wurden die Muster auch deshalb nicht entdeckt, weil die Würfel damals noch nicht absolut regelmäßig waren und beim Würfeln so reine Zufallsereignisse herauskamen. Als begeisterte Spieler würfelten die Griechen nicht mit den heute bekannten sechsseitigen Würfeln, sondern wie die Altägypter mit Astragali, die nur vier ebene Flächen mit je einer anderen Zahl und ansonsten abgerundete Seiten zeigten. Zwar glaubten offenbar auch sie, dass manche Ergebnisse häufiger vorkämen als andere, doch beruhte diese Überzeugung statt auf Beobachtungen auf einem Aberglauben, der sich nicht mit den heute rechnerisch ermittelbaren relativen Häufigkeiten der jeweiligen Ergebnisse deckt. Ebenso wenig starteten die römischen Kaiser, die Lotterien veranstalteten, um sich Geld zu beschaffen, irgendwelche Versuche, deren Ergebnisse mathematisch auszuwerten.

Das erste bekannte Bestreben, in den Ergebnissen von Glücksspielen Häufigkeitsmuster auszumachen, unternahm um 960 n. Chr. Bischof Wibold von Cambrai. Er bezifferte die Anzahl der möglichen Kombinationen in einem Spiel, bei dem gleichzeitig mit drei Würfeln gewürfelt wurde – 1, 1, 1; 1, 1, 2; 2, 3, 5, usw. –, richtig auf 56. In dem lateinischen Gedicht *De Vetula* aus dem 13. Jahrhundert taucht eine Liste mit den 216 (6 × 6 × 6) möglichen Ergebnissen auf, wenn drei Würfel hintereinander geworfen werden.

Im 14. Jahrhundert kamen zum Würfeln Kartenspiele dazu: In Europa tauchten sie zuerst in Italien auf, wo die Kirche ihre weitere Verbreitung zunächst behinderte. Anfangs gab es keine Versuche, die Häufigkeit, mit der sich verschiedene Blätter ergaben, aufzulisten und zu analysieren. Dies änderte sich erst Anfang des 15. Jahrhunderts, als italienische Mathematiker – für sich selbst

Luca Pacioli (um 1445 – um 1510), Gemälde eines unbekannten Malers, 1495; im Hintergrund möglicherweise Herzog Guidobaldo da Montefeltro von Urbino

oder für wohlhabende Adlige – nach Methoden suchten, mit denen man dem Glück am Spieltisch nachhelfen konnte.

Im Jahr 1494 erörterte Luca Pacioli in seinem Buch *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita* (Alles über Arithmetik, Geometrie, Größen und Proportionen) erstmals in gedruckter Form das Problem, das Pascal und Fermat zwei Jahrhunderte später lösen würden. Bei der später als das «Problem des abgebrochenen Spiels» bekannten Fragestellung geht es darum, wie der Gesamteinsatz aufzuteilen sei, wenn ein Glücksspiel, das mehrere

Runden dauert, vor dem eigentlichen Ende abgebrochen werden muss. Diese Denksportaufgabe ist auch als «Problem der Punkte» bekannt geworden, weil man an jeden Spieler für jede gewonnene Runde auch Punkte verteilen kann. Obwohl der genaue Ursprung unbekannt ist, sieht es so aus, als hätte es die Geister schon vor Pacioli beschäftigt. Und nun befasste sich Pascal am Anfang seines Briefs damit.

Das Problem des abgebrochenen Spiels

Angenommen, zwei Spieler – wir nennen sie Blaise und Pierre – setzen gleiche Einsätze darauf, wer die meisten von fünf Runden gewinnt, bei denen je eine Münze geworfen wird. Sie beginnen das Spiel, müssen aber aufhören, bevor einer gewonnen hat. Wie teilen sie jetzt den Einsatz auf?

Wenn jeder eine Runde gewonnen hat und das Spiel nach zwei Runden abgebrochen wird, müsste der Einsatz der Gerechtigkeit halber zu gleichen Teilen aufgeteilt werden. Das Gleiche gilt, wenn das Spiel nach vier Würfen endet und beide zwei Würfe gewonnen haben. Was aber geschieht, wenn das Spiel nach drei Würfen abgebrochen wird und ein Spieler mit 2 zu 1 Punkten in Führung liegt?

Diese stark vereinfachte Version des Problems entspricht nur in ungefähr der Fassung, über die Pascal und Fermat nachgedacht haben. Aber die Lösung erforderte die gleichen logischen Überlegungen wie beim ursprünglichen Problem, bezogen auf ein Würfelspiel in der allgemeinen Form «Bester bei *n* Würfen» für jede beliebige Zahl *n*. (Pascal und Fermat wählten eine vereinfachte Spielsituation, in der das Würfeln dem Werfen einer Münze entsprach, indem beispielsweise drei Seiten eine 0 und die drei anderen eine 1 zeigten. Für n setzten sie nur niedrige Werte an.)

Der Schlüssel zur Lösung des Problems liegt nun darin, irgendwie nachzuvollziehen, wie sich das Spiel weiterentwickelt hätte, wenn es zu Ende gespielt worden wäre. Auf den ersten Blick betrachtet, ist das natürlich unmöglich. Wie kann jemand wissen, wie die fehlenden Runden ausgegangen wären? Und es kostete zwei der damals bedeutendsten Mathematiker auch mehrere Wochen intensiver gedanklicher Arbeit, um das scheinbar unlösbare Problem tatsächlich zu knacken.

Einen Hinweis auf die Schwierigkeit der Aufgabe geben Pascals Zweifel an den eigenen Überlegungen. Im einleitenden Abschnitt zeigt er sich unsicher:

Ich will Ihnen alle meine Argumente darlegen, und tun Sie mir den Gefallen, mich zu verbessern, wenn ich irre, oder mich zu bestärken, wenn ich recht habe. Ich bitte Sie darum inständig und aufrichtig, denn ich werde mich nur im Recht fühlen, wenn Sie meiner Ansicht sind.

Dann fährt er fort:

Wenn nun zwei *Spieler beteiligt sind, ist Ihre Methode, die auf den Kombinationen*[2] *beruht, sehr sicher; wenn es aber* drei *sind, glaube ich, deren Unzulänglichkeit zeigen zu können, es sei denn, Sie handhaben sie auf eine andere, mir noch unbegreifliche Art. Die Methode aber, die ich Ihnen mitgeteilt habe und deren ich mich immer bediene, ist auf alle erdenklichen Bedingungen aller Arten*

2 Gemeint ist eine Auflistung aller möglichen Kombinationen von Würfelergebnissen, wenn das Spiel zu Ende gespielt worden wäre.

von Teilungsproblemen anwendbar, während die der Kombinationen (deren ich mich nur bei den Spezialfällen bediene, wo sie kürzer ist als die allgemeine) allein für diese Fälle taugt und für die anderen nicht.

Ich bin sicher, dass ich mich verständlich machen kann, aber ich werde ein wenig ausholen müssen, und Sie werden ein wenig der Geduld bedürfen.

Bisweilen tun sich selbst die Experten schwer damit, einen neuen mathematischen Gedanken deutlich zu machen.