

# Vorwort

Dieses Buch ist ein *Arbeitsbuch für Lernende*. Es beansprucht nicht, Geometrie als fertige mathematische Wissenschaft zu präsentieren, sondern will diese „in statu nascendi“ nahe bringen und allmählich entstehen lassen.

Diese Feststellung hat zwei Konsequenzen:

Zum einen kann man das Buch nicht einfach „lesen“, sondern man muss es „erarbeiten“. Wer diese Mühe scheut, nimmt es besser nicht zur Hand. Es ist das Bild einer Bergtour, das mir vorschwebt: Man muss die Mühen und Strapazen des langen Aufstiegs auf sich nehmen, um das Gipfelglück und den Überblick über die Vielzahl der einzelnen Berggipfel genießen zu können. Dann erst erkennt man die Zusammenhänge und das „Herausragende“.

Der Kundige andererseits wird unbefriedigt sein über den oft „halbfertigen“ Zustand der Begriffsdefinitionen, über das Fehlen einer strengen Axiomatik und über die Vorläufigkeit mancher Theorien. Dies aber gehört zum Lernprozess notwendigerweise dazu. Ich bin überzeugt davon, dass sich Begriffe nicht mit einer einmal gegebenen Definition ausbilden, sondern in der laufenden Arbeit an einem wissenschaftlichen Gebiet fortentwickeln und ausdifferenzieren. Diesem Prozess will ich Raum geben.

Als **Adressaten** dieses Buches stelle ich mir in erster Linie Studierende der verschiedenen Lehrämter mit dem Fach Mathematik vor und zwar von der Primarstufe (mit einigen Abstrichen am gesamten Inhalt) über die Sekundarstufe 1 bis zur Sekundarstufe 2. Ich habe dabei in Rechnung gestellt, dass die Kenntnisse der Elementargeometrie bei heutigen Abiturienten oder Realschülern bei weitem nicht mehr in dem Umfang vorausgesetzt werden können wie dies etwa vor einer Generation noch der Fall war. Dem wird in der Darstellung Rechnung getragen, indem mit einfachen Vorübungen in die jeweilige Thematik eingeführt wird. Die Lernenden sollen dort abgeholt werden, wo sie stehen. Danach jedoch geht's flugs und steil bergauf.

Die **mathematische Symbolik** wird mit großer Zurückhaltung und einem weiten Herzen benutzt. Ich verwende z. B. die Bezeichnung „AB“ sowohl für die Gerade durch die Punkte A und B, für die Halbgerade von A in Richtung B, für die Strecke mit den Endpunkten A und B und ebenso für die Länge der Strecke AB. Nach meiner Erfahrung ist in aller Regel aus dem Kontext ersichtlich was gemeint ist. Manchmal habe ich es zur Verdeutlichung in Worten beigefügt. Eine ausgefeilte exakte Notation garantiert noch lange kein Verständnis der Sachverhalte geschweige denn hohe Motivation bei Lernenden, sich damit herumzuschlagen. Im Gegenteil, viele Lernende fühlen sich durch die Fülle an verschiedenen Symbolen und Bezeichnungen abgestoßen und überfordert.

Leider konnten für die Figuren im Buch aus Herstellergründen keine Farben verwendet werden. Ich bedaure dies, weil diese der Strukturierung und Übersichtlichkeit einer Zeichnung hätten dienen können und den ästhetischen Reiz der Figuren noch erhöht hätten. So habe ich mich bemüht, die Figuren in Grautönen so ansprechend und übersichtlich wie möglich zu gestalten.

Wer heute Geometrie betreibt, kann nicht so tun, als gäbe es den **Computer** mit dynamischer Geometriesoftware nicht. Ich halte den sinnvollen Umgang mit einem sol-

chen DGS für gleichermaßen wichtig wie das Anfertigen einer sauberen und genauen Bleistiftzeichnung oder einer Freihandskizze. Gerade die Existenz der DGS sollte dazu führen, dass Schüler und Studierende ihre **Kompetenzen im Skizzieren und freihändigen Zeichnen** weit mehr schulen als bisher. So wie die Existenz des Elektronischen Taschenrechners (ETR) und von Computeralgebra-Systemen (CAS) die Bedeutung des Kopfrechnens, Überschlagens und groben Abschätzens gegenüber dem schriftlichen Rechnen erhöht haben, genau so hat die Existenz von Dynamischen Geometriesystemen die Bedeutung des Skizzierens und geometrischen Freihandzeichnens ebenso wie der „Kopfgeometrie“ gegenüber dem exakten Zeichnen erhöht.

Mit Absicht habe ich keinen axiomatischen Zugang, sondern einen **experimentell orientierten inhaltlich-anschaulichen Weg** gewählt. Für Lernende dieser Zielgruppe ist die Art Geometrie zu betreiben, wie sie Heron von Alexandria oder Archimedes von Syrakus betrieben haben, weitaus angemessener als die in Jahrhunderten gepflegte Methode nach Euklid, die zur sprichwörtlichen „more geometrico“ wurde. Zum einen bietet diese Art Geometrie zu betreiben den unschätzbaren Vorteil der Schulung der Raumvorstellung – deshalb beginnen wir auch mit räumlichen Figuren und nicht mit ebenen Figuren – und außerdem gewinnen Lernende durch den Bau von geeigneten Modellen oft die wesentlichen und fundamentalen Einsichten in die geometrischen Zusammenhänge viel schneller, gründlicher und tragfähiger als durch verbale Explikation. Wir huldigen dem lerntheoretischen Grundsatz „Konstruktion vor Analyse“ auch in diesem Punkt.

Als Folge des Verzichts auf einen axiomatischen Aufbau sind sämtliche **„Beweise“** eigentlich im strengen Sinne nur **„Begründungen“**. Dennoch liefern sie die für die Sachverhalte wesentlichen geometrischen Einsichten – manchmal sogar grundlegender, als dies formale Beweise könnten. Eine weitere Folge des Verzichts auf einen systematischen axiomatischen Aufbau ist der Verzicht auf eine konsequente Durchnummerierung der Definitionen und Sätze. Das Buch soll seinen „Werkstattcharakter“ zeigen dürfen.

Dem Charakter des Buches als „Arbeitsbuch für Lernende“ entsprechend ist das **Literaturverzeichnis** bewusst knapp gehalten und beschränkt sich auf eine kleine durchaus subjektiv gefärbte Auswahl.

Für die zweite Auflage (2012) ist der Abschnitt 4.9 umgearbeitet und erweitert, der Anhang über EUKLID-DYNAGEO aktualisiert und außerdem das von C. Bescherer verfasste Kapitel **13. Trigonometrie neu** aufgenommen worden.

Ich danke allen Kolleginnen und Kollegen, die mir manchen hilfreichen Rat oder Hinweis zukommen lassen, insbesondere Wolfgang Gräßle, Herbert Löthe, Christoph Mohr, Markus Vogel und Heinrich Wölpert, sowie meinen Studentinnen Ulrike von Pokrzywnicki und Heidi Umstetter. Der Herausgeber dieser Reihe, Herr Kollege Friedhelm Padberg, hat mich vom ersten Entwurf an freundlich beraten und unterstützt, dafür danke ich ihm ebenso wie dem Verlag für die faire Zusammenarbeit bei der Erstellung. Dankbar bin ich auch allen künftigen Nutzern für Verbesserungsvorschläge oder für Hinweise auf Fehler oder Mängel.

Ich wünsche allen Benutzern dieses Buches viel Spaß und Erfolg bei der Arbeit.