

Springer-Lehrbuch

# Algebra

von  
Siegfried Bosch

7., überarb. Aufl.

Algebra – Bosch

schnell und portofrei erhältlich bei [beck-shop.de](http://beck-shop.de) DIE FACHBUCHHANDLUNG

Springer 2009

Verlag C.H. Beck im Internet:

[www.beck.de](http://www.beck.de)

ISBN 978 3 540 92811 9

## Aus dem Vorwort zur ersten Auflage

In den Algebra-Vorlesungen nimmt heutzutage die Theorie der Körpererweiterungen, insbesondere die Galois-Theorie, einen zentralen Platz ein. Ich habe mich darum bemüht, diesen “Standard”-Stoff mit allen notwendigen Vorbereitungen in größtmöglicher Einfachheit und Übersichtlichkeit darzustellen, ohne jedoch auf simplifizierende Ad-hoc-Lösungen zurückzugreifen. Wichtig war mir dabei, die Dinge in behutsamer Weise so zu präsentieren, wie sie heute nach allgemeiner Einschätzung sowie aufgrund von Erfahrungen aus der aktuellen Forschung gesehen werden sollten, ohne jedoch den Blick für die historische Entwicklung der Theorie zu verlieren.

Neben Abschnitten, in denen der Standardstoff dargestellt wird, enthält das Buch noch eine ganze Reihe von Abschnitten, die mit einem Stern (\*) gekennzeichnet sind. Hier werden Ausblicke auf weiterführende Gebiete gegeben, die seltener in Vorlesungen behandelt werden, deren Kenntnis jedoch für ein vertieftes Studium der Algebra von großem Interesse ist, insbesondere im Hinblick auf Anwendungen in der algebraischen Geometrie. In diesen Abschnitten konnte schon aus Platzgründen nicht ganz so grundsätzlich vorgegangen werden wie im restlichen Teil des Buches, auch ist das Tempo der Darstellung etwas straffer. Hauptziel ist jeweils die Erläuterung eines begrenzten Themenkomplexes inklusive kompletter Beweise der wichtigsten zugehörigen Resultate. Dabei werden alle benötigten Hilfsmittel präzise erklärt, so dass das Material dem interessierten Leser auch zum Selbststudium anempfohlen werden kann.

Welche Funktion soll das vorliegende Buch nun erfüllen? Natürlich ist das Buch geschrieben für Studenten (und damit meine ich StudentInnen nach heutiger Terminologie), die im Anschluss an die mathematischen Anfängervorlesungen eine Vorlesung über Algebra hören bzw. sich auf eine entsprechende Examensprüfung vorbereiten. Ich denke, dass ein Student, der sich in das Gebiet der Algebra einarbeiten möchte, in idealer Weise zwei Texte gebrauchen könnte, und zwar einen ersten, der ihn problemorientiert in die Thematik der Algebra einführt, und einen zweiten, der die Theorie in systematischer Weise geordnet präsentiert. Ich habe versucht, beide Aspekte miteinander zu kombinieren. Die Anordnung des Stoffes erfolgt im Wesentlichen in systematischer Weise, schon deshalb, damit der Text nicht nur zu einer einzigen Vorlesung speziellen Geschmacks passt, sondern mehr oder weniger universell zu “jeder” Algebra-Vorlesung benutzt werden kann. Andererseits wird in der Einführung und zu Beginn eines jeden Kapitels der Aspekt der Problemorientiertheit realisiert, in-

dem auf die zugehörigen historisch gewachsenen Fragestellungen eingegangen wird.

Jeder Abschnitt wird mit einer Liste von ausgewählten Übungsaufgaben beendet, die dazu dienen sollen, die Handhabung des besprochenen Stoffes an Beispielen zu üben. Speziell hervorzuheben sind hierbei die *kursiv* gedruckten Aufgaben, zu denen es Lösungsvorschläge im Anhang gibt. Diese Aufgaben sind überwiegend nicht von der konventionellen einengenden Form, etwa “Man zeige, dass  $x = y$  gilt”, sondern sie sollen aufgrund ihrer offenen Art der Fragestellung dazu anleiten, einige Aspekte der dargebotenen Theorie nochmals zu überdenken. Man könnte sich etwa vorstellen, dass Fragen dieser Art in einer mündlichen Examensprüfung eine Rolle spielen. Lösungen müssen nicht unbedingt in Form und Inhalt mit den im Anhang aufgeführten Vorschlägen übereinstimmen, zumal letztere meist noch einige zusätzliche Erläuterungen enthalten. Man sollte den Anhang aber stets konsultieren, wenn man meint, bei der Bearbeitung einer Kursiv-Aufgabe zu einem gewissen Abschluss gelangt zu sein.

Münster, im Mai 1993

Siegfried Bosch

## Vorwort zur siebten Auflage

In der vorliegenden Neuauflage meiner ALGEBRA habe ich nur einige kleinere Änderungen und Ergänzungen vorgenommen. Das Buch beinhaltet nach wie vor das Programm einer traditionellen Algebra-Vorlesung und bietet in den optionalen Abschnitten, die mit einem Stern (\*) gekennzeichnet sind, einige weiterführende Themen an. Diese eignen sich insbesondere zur Behandlung in vertiefenden Seminaren. Das Spektrum erstreckt sich hier von Aspekten der linearen Algebra (Elementarteilerttheorie) über allgemeine Grundlagen der kommutativen Algebra (symmetrische Polynome, Diskriminante, Resultante, ganze Ringerweiterungen, Tensorprodukte) bis hin zu algebraisch-geometrisch bzw. zahlentheoretisch relevanten Problemen (Anfänge der algebraischen Geometrie, Galois-Descent, separable, primäre und reguläre Erweiterungen, Kalkül der Differentiale, bzw. pro-endliche Galois-Gruppen, Kummer-Theorie und Witt-Vektoren). Hinzu kommt ein Abschnitt, in dem die Auflösungsformeln algebraischer Gleichungen dritten und vierten Grades besprochen werden.

Münster, im November 2008

Siegfried Bosch