

Tabellenbuch Metall XXL

Kombination aus Tabellenbuch, Formelsammlung und CD Tabellenbuch Metall 7.0

von

Ulrich Fischer, Roland Gomeringer, Max Heinzler, Roland Kilgus, Friedrich Näher, Stefan Oesterle, Heinz Paetzold,
Andreas Stephan

45. Auflage 2011

Europa Lehrmittel 2011

Verlag C.H. Beck im Internet:
www.beck.de

ISBN 978 3 8085 1082 7



EUROPA-FACHBUCHREIHE
für Metallberufe

Ulrich Fischer
Roland Gomeringer

Max Heinzler
Roland Kilgus

Friedrich Näher
Stefan Oesterle

Heinz Paetzold
Andreas Stephan

Tabellenbuch Metall

45., neu bearbeitete und erweiterte Auflage

Europa-Nr.: 10609 mit Formelsammlung

Europa-Nr.: 1060X ohne Formelsammlung

Europa-Nr.: 10706 XXL, mit Formelsammlung und CD

VERLAG EUROPA LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Autoren:

Ulrich Fischer	Dipl.-Ing. (FH)	Reutlingen
Roland Gomeringer	Dipl.-Gwl.	Meßstetten
Max Heinzler	Dipl.-Ing. (FH)	Wangen im Allgäu
Roland Kilgus	Dipl.-Gwl.	Neckartenzlingen
Friedrich Näher	Dipl.-Ing. (FH)	Balingen
Stefan Oesterle	Dipl.-Ing.	Amtzell
Heinz Paetzold	Dipl.-Ing. (FH)	Mühlacker
Andreas Stephan	Dipl.-Ing. (FH)	Marktoberdorf

Lektorat:

Ulrich Fischer, Reutlingen

Bildbearbeitung:

Zeichenbüro des Verlages Europa-Lehrmittel, Ostfildern

Das vorliegende Buch wurde auf der **Grundlage der aktuellen amtlichen Rechtschreibregeln** erstellt.

Maßgebend für die Anwendung der Normen und der anderen Regelwerke sind deren neueste Ausgaben. Sie können durch die Beuth Verlag GmbH, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin, bezogen werden.

Inhalte des Kapitels „Programmaufbau bei CNC-Maschinen nach PAL“ (Seiten 412 bis 424) richten sich nach Veröffentlichungen der PAL-Prüfungsaufgaben- und Lehrmittelenwicklungsstelle der IHK Region Stuttgart.

45. Auflage 2011

Druck 6 5 4 3 2 1

Alle Drucke dieser Auflage sind im Unterricht nebeneinander einsetzbar, da sie bis auf korrigierte Druckfehler und kleine Normänderungen unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-1725-3 mit Formelsammlung
ISBN 978-3-8085-1675-1 ohne Formelsammlung
ISBN 978-3-8085-1082-7 XXL, mit Formelsammlung und CD

Umschlaggestaltung unter Verwendung eines Fotos der Firma TESA/Brown & Sharpe, CH-Renens

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2011 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt
Druck: M. P. Media-Print Informationstechnologie GmbH, 33100 Paderborn

Vorwort

Zielgruppen des Tabellenbuches

- Industrie- und Handwerksmechaniker
- Werkzeugmechaniker
- Fertigungsmechaniker
- Zerspanungsmechaniker
- Technische Zeichner
- Meister- und Techniker Ausbildung
- Praktiker in Handwerk und Industrie
- Studenten des Maschinenbaues

Inhalt

Der Inhalt des Buches ist in sieben Hauptkapitel gegliedert, die in der rechten Spalte benannt sind. Er ist auf die Bildungspläne der Zielgruppen abgestimmt und der Entwicklung der Technik und der KMK-Lehrpläne angepasst.

Die **Tabellen** enthalten die wichtigsten Regeln, Bauarten, Sorten, Abmessungen und Richtwerte der jeweiligen Sachgebiete.

Bei den **Formeln** wird in der Legende auf die Nennung von Einheiten verzichtet, wenn mehrere Einheiten möglich sind. Die oft parallel zum Buch verwendeten „**Formeln für Metallberufe**“ geben die Einheiten an, um vor allem Berufsanfängern beim Berechnen eine Hilfestellung zu geben.

Mit der CD „**Tabellenbuch Metall digital**“, der elektronischen Form des Tabellenbuches, können bei Berechnungen die Formeln und Einheiten gewählt und umgestellt werden. Die elektronisch ermittelten Rechenergebnisse können ebenfalls in verschiedenen Einheiten angezeigt werden. Ab Sommer 2011 wird auch eine Online-Version zur Verfügung stehen.

Das **Inhaltsverzeichnis** am Anfang des Buches wird durch Teilinhaltsverzeichnisse vor jedem Hauptkapitel ergänzt.

Das **Sachwortverzeichnis** am Schluss des Buches enthält neben den deutschen auch die englischen Bezeichnungen.

Im **Normenverzeichnis** sind alle im Buch zitierten aktuellen Normen und Regelwerke aufgeführt.

Änderungen in der 45. Auflage

In der vorliegenden Ausgabe wurden die zitierten Normen aktualisiert und wegen der technischen Entwicklung besonders folgende Kapitel neu strukturiert, aktualisiert, erweitert oder neu aufgenommen:

- Grundlagen der technischen Mathematik
- Festigkeitslehre
- Kunststoffe
- Produktionsmanagement
- Umformen
- Schweißen
- PAL-Programmiersysteme für NC-Drehen und NC-Fräsen
- Stahlsorten
- Werkstoffprüfung
- Spanende Fertigung
- Spritzgießen (neu)
- GRAFCET

Autoren und Verlag sind auch weiterhin allen Nutzern des Tabellenbuches für Hinweise und Verbesserungsvorschläge an lektorat@europa-lehrmittel.de dankbar.

1 Technische Mathematik	9 ... 28	M
--------------------------------	----------	----------

2 Technische Physik	29 ... 50	P
----------------------------	-----------	----------

3 Technische Kommunikation	51 ... 110	K
-----------------------------------	------------	----------

4 Werkstofftechnik	111 ... 200	W
---------------------------	-------------	----------

5 Maschinenelemente	201 ... 268	M
----------------------------	-------------	----------

6 Fertigungstechnik	269 ... 366	F
----------------------------	-------------	----------

7 Automatisierungstechnik	367 ... 424	A
----------------------------------	-------------	----------

Inhaltsverzeichnis

1 Technische Mathematik (M)

9

1.1 Einheiten im Messwesen	1.5 Flächen
SI-Größen und Einheiten 10	Eckige Flächen 22
Abgeleitete Größen und Einheiten . . . 11	Dreieck, Vielecke, Kreis 23
Einheiten außerhalb des SI 12	Kreisausschnitt, Kreisabschnitt 24
1.2 Formeln	Ellipse 24
Formelzeichen, mathem. Zeichen . . . 13	1.6 Volumen und Oberfläche
Formeln, Gleichungen, Diagramme . . . 14	Würfel, Zylinder, Pyramide 25
Umstellen von Formeln 15	Kegel, Kegelstumpf, Kugel 26
Größen und Einheiten 16	Zusammengesetzte Körper 27
Rechnen mit Größen 17	1.7 Masse
Prozent- und Zinsrechnung 17	Allgemeine Berechnung 27
1.3 Winkel und Dreiecke	Längenbezogene Masse 27
Winkelarten, Satz des Pythagoras . . . 18	Flächenbezogene Masse 27
Funktionen im Dreieck 19	1.8 Schwerpunkte
1.4 Längen	Linienschwerpunkte 28
Teilung von Längen 20	Flächenschwerpunkte 28
Gestreckte Längen 21	
Rohlängen 21	

2 Technische Physik (P)

29

2.1 Bewegungen	2.6 Festigkeitslehre
Konstante Bewegungen 30	Belastungsfälle, Beanspruchungs-
Beschleunigte Bewegungen 30	arten 40
Geschwindigkeiten an Maschinen . . . 31	Werkstoffkennwerte 40
2.2 Kräfte	Grenzspannungen 40
Zusammensetzen und Zerlegen 32	Festigkeitsrechnung 41
Kräftearten 33	Zulässige Spannungen 41
Drehmoment 34	Elastizitätsmodul 41
2.3 Arbeit, Leistung, Wirkungsgrad	Zug-, Druck-, Flächenpressung 42
Mechanische Arbeit 34	Abscherung, Biegung, Torsion 43
Einfache Maschinen 35	Flächenmomente 44
Energie 35	Widerstandsmomente 44
Leistung und Wirkungsgrad 36	2.7 Wärmetechnik
2.4 Reibung	Temperaturen, Längenänderung 45
Reibungskraft, Reibungszahlen 37	Schwindung 45
Rollreibungszahlen 37	Wärmemenge 46
2.5 Druck in Flüssigkeiten und Gasen	Heizwerte 46
Druck 38	2.8 Elektrotechnik
Auftrieb 38	Größen und Einheiten 47
Hydraulische Kraftübersetzung 38	Ohmsches Gesetz 47
Druckübersetzung 39	Leiterwiderstand 47
Durchflussgeschwindigkeit 39	Stromdichte 48
Zustandsänderung bei Gasen 39	Schaltung von Widerständen 48
	Stromarten 49
	Elektrische Arbeit und Leistung 50
	Transformator 50

3 Technische Kommunikation (K)**51**

3.1 Diagramme		3.6 Maschinenelemente	
Kartesisches Koordinatensystem	52	Zahnräder	79
Diagrammformen	53	Wälzlager	80
3.2 Geom. Grundkonstruktionen		Dichtungen	81
Strecken, Lote, Winkel	54	Sicherungsringe, Federn	82
Tangenten, Kreisbögen	55	3.7 Werkstückelemente	
Inkreise, Ellipsen, Spirale	56	Butzen, Werkstückkanten	83
Zykloide, Evolvente, Hyperbel	57	Gewindeausläufe und -freistiche	84
3.3 Zeichnungselemente		Gewinde, Schraubenverbindungen	85
Schriftzeichen	58	Zentrierbohrungen, Freistiche	86
Normzahlen, Radien, Maßstäbe	59	3.8 Schweißen und Löten	
Zeichenblätter	60	Sinnbilder	88
Stücklisten, Positionsnummern	61	Bemaßungsbeispiele	91
Linienarten	62	3.9 Oberflächen	
3.4 Darstellung		Härteangaben in Zeichnungen	92
Projektionsmethoden	64	Gestaltabweichungen, Rauheit	93
Ansichten	66	Oberflächenprüfung, -angaben	94
Schnittdarstellung	68	Erreichbare Rauheit	96
Schraffuren	70	Verzahnungsqualität	97
3.5 Maßeintragung		3.10 Toleranzen und Passungen	
Maßlinien, Maßzahlen	71	Grundlagen	98
Bemaßungsregeln	72	ISO-Passungen	100
Zeichnungselemente	73	Allgemeintoleranzen	106
Toleranzangaben	75	Wälzlagerpassungen	106
Maßarten	76	Passungsempfehlungen	107
Zeichnungsvereinfachung	78	Geometrische Tolerierung	108

4 Werkstofftechnik (W)**111**

4.1 Stoffe		Gusseisenarten	158
Stoffwerte	112	4.7 Gießereitechnik	161
Periodisches System der Elemente	114	4.8 Leichtmetalle	
Chemikalien der Metalltechnik	115	Übersicht Al-Legierungen	163
4.2 Bezeichnungssystem der Stähle		Aluminium-Knetlegierungen	166
Definition und Einteilung	116	Aluminium-Gusslegierungen	167
Normung von Stahlprodukten	117	Aluminium-Profile	168
Werkstoffnummern	118	Magnesium- u. Titan-Legierungen	171
Bezeichnungssystem	119	4.9 Schwermetalle	
4.3 Stahlsorten		Bezeichnungssystem	172
Erzeugnisse aus Stahl, Übersicht	123	Kupfer-Legierungen	174
Stähle, Übersicht	124	4.10 Sonstige metallische Werkstoffe	176
Baustähle	126	4.11 Kunststoffe	
Einsatzstähle, Vergütungsstähle	129	Übersicht	178
Werkzeugstähle	132	Duroplaste	181
Nichtrostende Stähle	133	Thermoplaste	182
Federstähle	135	Elastomere, Schaumstoffe	185
Stähle für Blankstahlerzeugnisse	136	Kunststoffverarbeitung	186
4.4 Stahl-Fertigerzeugnisse		Polyblends, Schichtpresstoffe	187
Bleche, Bänder, Rohre	138	Kunststoffprüfung	188
Profile	142	4.12 Werkstoffprüfung	
Längen- u. flächenbezogene Masse	151	Übersicht	188
4.5 Wärmebehandlung		Zugversuch	190
Eisen-Kohlenstoff-Diagramm	152	Wöhler	192
Wärmebehandlungsverfahren	153	Härteprüfung	193
4.6 Gusseisen-Werkstoffe		4.13 Korrosion, Korrosionsschutz	196
Bezeichnung, Werkstoffnummern	157	Gefährliche Stoffe	197

5 Maschinenelemente (M)**201**

5.1 Gewinde		5.5 Scheiben	
Gewindearten, Übersicht.....	202	Bauarten, Übersicht.....	232
Ausländische Normen.....	203	Flache Scheiben.....	232
Metrisches ISO-Gewinde.....	204	Sonstige Scheiben.....	234
Sonstige Gewinde.....	205	5.6 Stifte und Bolzen	
Gewindetoleranzen.....	207	Bauarten, Übersicht.....	235
5.2 Schrauben		Zylinderstifte, Spannstifte.....	236
Schraubenarten, Übersicht.....	208	Kerbstifte, Bolzen.....	237
Bezeichnung.....	209	5.7 Welle-Nabe-Verbindungen	
Festigkeit.....	210	Keile.....	238
Sechskantschrauben.....	211	Passfedern, Keilwellen.....	239
Zylinderschrauben.....	214	Werkzeugkegel.....	240
Sonstige Schrauben.....	215	Werkzeugaufnahmen.....	241
Berechnung von Schrauben.....	220	5.8 Sonstige Maschinenelemente	
Schraubensicherungen.....	221	Federn.....	242
Schraubenantriebe.....	222	Griffe, Aufnahmen, Nutzensteine....	245
5.3 Senkungen		Schnellspannvorrichtung.....	248
Senkungen für Senkschrauben.....	223	5.9 Antriebs Elemente	
Senkungen für Zylinderschrauben..	224	Riemen.....	250
5.4 Muttern		Stirnräder, Maße.....	253
Mutternarten, Übersicht.....	225	Kegel- u. Schneckenräder, Maße...	255
Bezeichnung.....	226	Übersetzungen.....	256
Festigkeit.....	227	5.10 Lager	
Sechskantmuttern.....	228	Gleitlager.....	257
Sonstige Muttern.....	230	Wälzlager.....	259
		Schmieröle und Schmierfette.....	267

6 Fertigungstechnik (F)**269**

6.1 Qualitätsmanagement		Schneidstoffe.....	315
Normen, Begriffe.....	270	Schleifen, Honen.....	317
Qualitätsplanung, Qualitätsprüfung ..	272	6.6 Abtragen	
Statistische Auswertung.....	273	Drahterodieren.....	323
Statistische Prozesslenkung.....	275	Senkerodieren.....	324
Qualitätsfähigkeit von Prozessen...	277	6.7 Trennen durch Schneiden	
6.2 Maschinenrichtlinie	278	Schneidkraft, Pressen.....	325
6.3 Produktionsorganisation		Schneidwerkzeug.....	326
Erzeugnisgliederung.....	280	Werkzeug und Werkstückmaße...	328
Arbeitsplanung.....	282	Streifenausnutzung.....	329
Kalkulation.....	286	6.8 Umformen	
6.4 Instandhaltung		Biegen: Werkzeug, Verfahren.....	330
Wartung, Instandsetzung.....	289	Einstellwerte.....	332
Instandhaltungskonzepte.....	290	Tiefziehen: Werkzeug, Verfahren...	334
Dokumentationskonzepte.....	292	Einstellwerte.....	336
6.5 Spanende Fertigung		6.9 Spritzgießen	
Werkzeug- u. Schnittdatenwahl...	293	Spritzgießwerkzeug.....	338
Kräfte und Leistungen.....	294	Schwindung, Kühlung, Dosierung..	341
Drehzahldiagramm.....	297	6.10 Fügen	
Bohren, Reiben, Senken.....	298	Schmelzschweißen: Verfahren.....	343
Drehen.....	301	Nummern der Schweißverfahren...	344
Fräsen.....	305	Nahtvorbereitung.....	345
Wendeschneidplatten.....	308	Schutzgasschweißen.....	346
Kühlschmierung.....	311	Lichtbogenschweißen.....	348

Strahlschneiden	350
Kennzeichnung von Gasflaschen ...	352
Löten	354
Kleben	357

6.11 Arbeits- und Umweltschutz

Sicherheitszeichen	359
Warn-, Gebots-, Hinweiszeichen ...	360
Kennzeichnung von Rohrleitungen .	365
Schall und Lärm	366

7 Automatisierungstechnik (A)**367****7.1 Steuerungstechnik, Grundbegriffe**

Begriffe, Kennzeichnung	368
Analoge Regler	370
Unstetige und digitale Regler	371
Binäre Verknüpfungen	372
Zahlensysteme	373
Informationsverarbeitung	374

7.2 Elektrotechnische Schaltungen

Schaltzeichen	375
Kennzeichnungen in Schaltplänen ..	377
Stromlaufpläne	378
Sensoren	379
Schutzmaßnahmen	380

7.3 GRAFCET

Grundstruktur	382
Schritte, Transitionen	383
Aktionen	384
Verzweigungen	386

7.4 SPS-Steuerungen

Programmiersprachen, Übersicht ..	388
Kontaktplan (KOP)	389
Anweisungsliste	390
Einfache Funktionen	391
Programmierbeispiel	392

7.5 Hydraulik, Pneumatik

Schaltzeichen	393
Proportionalventile	395
Schaltpläne	396
Pneumatische Steuerung	397
Elektropneumatische Steuerung ...	398
Elektrohydraulische Steuerung ...	399
Druckflüssigkeiten	400
Luftverbrauch	401
Kräfte und Leistungen	402
Präzisionsstahlrohre	403

7.6 Handhabungs-, Robotertechnik

Koordinatensystem, Achsen	404
Aufbau von Robotern	405
Greifer, Arbeitssicherheit	406

7.7 CNC-Technik

Koordinatenachsen	407
Programmaufbau nach DIN	408
Werkzeug- und Bahnkorrekturen ...	409
Arbeitsbewegungen nach DIN	410
Programmaufbau nach PAL	412
PAL-Funktionen bei Dreh- maschinen	413
PAL-Zyklen bei Drehmaschinen ...	414
PAL-Funktionen bei Fräs- maschinen	417
PAL-Zyklen bei Fräsmaschinen	418

Normenverzeichnis**425 ... 429****Sachwortverzeichnis****430 ... 448**

Normen und andere Regelwerke

Normung und Normbegriffe

Normung ist eine planmäßig durchgeführte Vereinheitlichung von materiellen und nichtmateriellen Gegenständen, wie z. B. Bauteilen, Berechnungsverfahren, Prozessabläufen und Dienstleistungen, zum Nutzen der Allgemeinheit.

Normbegriff	Beispiel	Erklärung
Norm	DIN 7157	Eine Norm ist das veröffentlichte Ergebnis der Normungsarbeit. Beispiel: Die Auswahl bestimmter Passungen in DIN 7157.
Teil	DIN 30910-2	Normen können aus mehreren in Zusammenhang stehenden Teilen bestehen. Die Teilnummern werden mit Bindestrich an die Norm-Nummer angehängt. DIN 30910-2 beschreibt z. B. Sinterwerkstoffe für Filter, während die Teile 3 und 4 Sinterwerkstoffe für Lager und Formteile beschreiben.
Beiblatt	DIN 743 Bbl 1	Ein Beiblatt enthält Informationen zu einer Norm, jedoch keine zusätzlichen Festlegungen. Das Beiblatt DIN 743 Bbl 1 enthält z. B. Anwendungsbeispiele zu den in DIN 743 beschriebenen Tragfähigkeitsberechnungen von Wellen und Achsen.
Entwurf	E DIN 743 (2008-10)	Normentwürfe werden zur Einsicht und Stellungnahme veröffentlicht. Die geplante Neufassung DIN 743 für Tragfähigkeitsberechnungen von Wellen und Achsen liegt der Öffentlichkeit z. B. seit Oktober 2008 als Entwurf E DIN 743 vor.
Vornorm	DIN V 66304 (1991-04)	Eine Vornorm ist das Ergebnis einer Normungsarbeit, das wegen Vorbehalten nicht als Norm herausgegeben wird. DIN V 66304 behandelt z. B. ein Format zum Austausch von Normteildateien für das rechnergestützte Konstruieren.
Ausgabedatum	DIN 76-1 (2004-06)	Zeitpunkt des Erscheinens, welcher im DIN-Anzeiger veröffentlicht wird und mit dem die Norm Gültigkeit bekommt. Die DIN 76-1, welche Freistriche für metrische ISO-Gewinde festlegt, ist z. B. seit Juni 2004 gültig.

Normenarten und Regelwerke (Auswahl)

Art	Kurzzeichen	Erklärung	Zweck und Inhalte
Internationale Normen (ISO-Normen)	ISO	International Organisation for Standardization, Genf (O und S werden in der Abkürzung vertauscht)	Den internationalen Austausch von Gütern und Dienstleistungen sowie die Zusammenarbeit auf wissenschaftlichem, technischem und ökonomischem Gebiet erleichtern.
Europäische Normen (EN-Normen)	EN	Europäische Normungsorganisation CEN (Comunité Européen de Normalisation), Brüssel	Technische Harmonisierung und damit verbundener Abbau von Handelshemmnissen zur Förderung des Binnenmarktes und des Zusammenwachsens von Europa.
Deutsche Normen (DIN-Normen)	DIN	Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin	Die nationale Normungsarbeit dient der Rationalisierung, der Qualitätssicherung, der Sicherheit, dem Umweltschutz und der Verständigung in Wirtschaft, Technik, Wissenschaft, Verwaltung und Öffentlichkeit.
	DIN EN	Deutsche Umsetzung einer europäischen Norm	
	DIN ISO	Deutsche Norm, deren Inhalt unverändert von einer ISO-Norm übernommen wurde.	
	DIN EN ISO	Norm, die von ISO und CEN veröffentlicht wurde, und deren deutsche Fassung als DIN-Norm Gültigkeit hat.	
	DIN VDE	Druckschrift des VDE, die den Status einer deutschen Norm hat.	
VDI-Richtlinien	VDI	Verein Deutscher Ingenieure e.V., Düsseldorf	Diese Richtlinien geben den aktuellen Stand der Technik zu bestimmten Themenbereichen wieder und enthalten z. B. konkrete Handlungsanleitungen zur Durchführung von Berechnungen oder zur Gestaltung von Prozessen im Maschinenbau bzw. in der Elektrotechnik.
VDE-Druckschriften	VDE	Verband Deutscher Elektrotechniker e.V., Frankfurt am Main	
DGQ-Schriften	DGQ	Deutsche Gesellschaft für Qualität e.V., Frankfurt am Main	Empfehlungen für den Bereich der Qualitätstechnik.
REFA-Blätter	REFA	Verband für Arbeitsstudien REFA e.V., Darmstadt	Empfehlungen für den Bereich der Fertigung und Arbeitsplanung.

1 Technische Mathematik

M

Größe	Formelzeichen	Einheit	
		Name	Zeichen
Länge	l	Meter	m

1.1 Einheiten im Messwesen
 SI-Basisgrößen und Basiseinheiten 10
 Abgeleitete Größen und Einheiten 11
 Einheiten außerhalb des SI 12

Oberfläche

$$A_O = \pi \cdot d \cdot h + 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

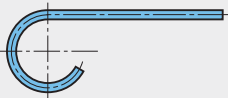
Mantelfläche

$$A_M = \pi \cdot d \cdot h$$

1.2 Formeln
 Formelzeichen, mathematische Zeichen 13
 Formeln und Gleichungen 14
 Umstellen von Formeln 15
 Größen und Einheiten 16
 Rechnen mit Größen 17
 Prozent- und Zinsrechnung 17

Sinus	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Kosinus	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Tangens	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

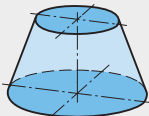
1.3 Winkel und Dreiecke
 Winkelarten, Winkelsumme 18
 Strahlensatz, Satz des Pythagoras 18
 Funktionen im rechtwinkligen Dreieck 19
 Funktionen im schiefwinkligen Dreieck 19



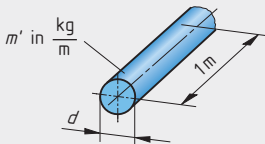
1.4 Längen
 Teilung von Längen 20
 Gestreckte Längen 21
 Rohlängen 21



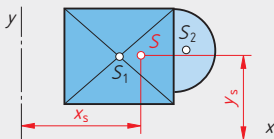
1.5 Flächen
 Eckige Flächen 22
 Dreieck, Vielecke, Kreis 23
 Kreisausschnitt, Kreisabschnitt 24
 Ellipse 24



1.6 Volumen und Oberfläche
 Würfel, Zylinder, Pyramide 25
 Pyramidenstumpf, Kegel, Kegelstumpf, Kugel ... 26
 Zusammengesetzte Körper 27



1.7 Masse
 Allgemeine Berechnung 27
 Längenbezogene Masse 27
 Flächenbezogene Masse 27



1.8 Schwerpunkte
 Linienschwerpunkte 28
 Flächenschwerpunkte 28

Einheiten im Messwesen

SI¹⁾-Basisgrößen und Basiseinheiten

vgl. DIN 1301-1 (2010-10), -2 (1978-02), -3 (1979-10)

Basisgröße	Länge	Masse	Zeit	Elektrische Stromstärke	Thermodynamische Temperatur	Stoffmenge	Lichtstärke
Basis-einheit	Meter	Kilo-gramm	Se-kunde	Ampere	Kelvin	Mol	Candela
Einheiten-zeichen	m	kg	s	A	K	mol	cd

¹⁾ Die Einheiten im Messwesen sind im Internationalen Einheitensystem (SI = *S*ystème *I*nternational d'Unités) festgelegt. Es baut auf den sieben Basiseinheiten (SI-Einheiten) auf, von denen weitere Einheiten abgeleitet sind.

Basisgrößen, abgeleitete Größen und ihre Einheiten

Größe	Formel-zeichen	Einheit Name	Zeichen	Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
Länge	l	Meter	m	1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm 1 mm = 1000 μ m 1 km = 1000 m	1 inch = 1 Zoll = 25,4 mm In der Luft- und Seefahrt gilt: 1 internationale Seemeile = 1852 m
Fläche	A, S	Quadratmeter Ar Hektar	m ² a ha	1 m ² = 10 000 cm ² = 1 000 000 mm ² 1 a = 100 m ² 1 ha = 100 a = 10 000 m ² 100 ha = 1 km ²	Zeichen <i>S</i> nur für Querschnittsflächen Ar und Hektar nur für Flächen von Grundstücken
Volumen	V	Kubikmeter Liter	m ³ l, L	1 m ³ = 1000 dm ³ = 1 000 000 cm ³ 1 l = 1 L = 1 dm ³ = 10 dl = 0,001 m ³ 1 ml = 1 cm ³	Meist für Flüssigkeiten und Gase
ebener Winkel (Winkel)	$\alpha, \beta, \gamma \dots$	Radiant Grad Minute Sekunde	rad ° '	1 rad = 1 m/m = 57,2957...° = 180°/ π 1° = $\frac{\pi}{180}$ rad = 60' 1' = 1°/60 = 60" 1" = 1'/60 = 1°/3600	1 rad ist der Winkel, der aus einem um den Scheitelpunkt geschlagenen Kreis mit 1 m Radius einen Bogen von 1 m Länge schneidet. Bei technischen Berechnungen statt $\alpha = 33^\circ 17' 27,6''$ besser $\alpha = 33,291^\circ$ verwenden.
Raumwinkel	Ω	Steradian	sr	1 sr = 1 m ² /m ²	Ein Objekt, dessen Ausdehnung in einer Richtung 1 rad misst und senkrecht dazu ebenfalls 1 rad, bedeckt einen Raumwinkel von 1 sr.
Mechanik					
Masse	m	Kilogramm Gramm Megagramm Tonne	kg g Mg t	1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg 1 t = 1000 kg = 1 Mg 0,2 g = 1 Kt	Gewicht im Sinne eines Wägeregebnisses oder eines Wägestückes ist eine Größe von der Art der Masse (Einheit kg). Masse für Edelsteine in Karat (Kt).
längen-bezogene Masse	m'	Kilogramm pro Meter	kg/m	1 kg/m = 1 g/mm	Zur Berechnung der Masse von Stäben, Profilen, Rohren.
flächen-bezogene Masse	m''	Kilogramm pro Meter hoch zwei	kg/m ²	1 kg/m ² = 0,1 g/cm ²	Zur Berechnung der Masse von Blechen.
Dichte	ρ	Kilogramm pro Meter hoch drei	kg/m ³	1000 kg/m ³ = 1 t/m ³ = 1 kg/dm ³ = 1 g/cm ³ = 1 g/ml = 1 mg/mm ³	Die Dichte ist eine vom Ort unabhängige Größe.

Einheiten im Messwesen

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
Mechanik					
Trägheitsmoment, Massenmoment 2. Grades	J	Kilogramm mal Meter hoch zwei	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	Für homogene Körper gilt: $J = \rho \cdot r^2 \cdot V$	Das (Massen-)Trägheitsmoment hängt neben der Gesamtmasse des Körpers auch von dessen Form und der Lage der Drehachse ab.
Kraft Gewichtskraft	F F_G, G	Newton	N	$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}}$ $1 \text{ MN} = 10^3 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}$	Die Kraft 1 N bewirkt bei der Masse 1 kg in 1 s eine Geschwindigkeitsänderung von 1 m/s.
Drehmoment Biegemoment Torsionsmoment	M M_b T	Newton mal Meter	$\text{N} \cdot \text{m}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$	$1 \text{ N} \cdot \text{m}$ ist das Moment, das eine Kraft von 1 N bei einem Hebelarm von 1 m bewirkt.
Impuls	p	Kilogramm mal Meter pro Sekunde	$\text{kg} \cdot \text{m/s}$	$1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}$	Der Impuls ist das Produkt aus Masse mal Geschwindigkeit. Er hat die Richtung der Geschwindigkeit.
Druck mechanische Spannung	p σ, τ	Pascal Newton pro Millimeter hoch zwei	Pa N/mm^2	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 0,01 \text{ mbar}$ $1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ N/m}^2 = 10 \text{ N/cm}^2 = 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ mbar} = 1 \text{ hPa}$ $1 \text{ N/mm}^2 = 10 \text{ bar} = 1 \text{ MN/m}^2 = 1 \text{ MPa}$ $1 \text{ daN/cm}^2 = 0,1 \text{ N/mm}^2$	Unter Druck versteht man die Kraft je Flächeneinheit. Für Überdruck wird das Formelzeichen p_e verwendet (DIN 1314). $1 \text{ bar} = 14,5 \text{ psi}$ (pounds per square inch = Pfund pro Quadratinch)
Flächenmoment 2. Grades	I	Meter hoch vier Zentimeter hoch vier	m^4 cm^4	$1 \text{ m}^4 = 100\,000\,000 \text{ cm}^4$	früher: Flächenträgheitsmoment
Energie, Arbeit, Wärmemenge	E, W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$	Joule für jede Energieart, kW · h bevorzugt für elektrische Energie.
Leistung, Wärmestrom	P Φ	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg/s}^3$	Leistung beschreibt die Arbeit, die in einer bestimmten Zeit verrichtet wurde.
Zeit					
Zeit, Zeitspanne, Dauer	t	Sekunde Minute Stunde Tag Jahr	s min h d a	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$ $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$ $1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$	3 h bedeutet eine Zeitspanne (3 Std.), 3 ^h bedeutet einen Zeitpunkt (3 Uhr). Werden Zeitpunkte in gemischter Form, z.B. 3 ^h 24 ^m 10 ^s geschrieben, so kann das Zeichen min auf m verkürzt werden.
Frequenz	f, ν	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$	$1 \text{ Hz} \approx 1$ Schwingung in 1 Sekunde.
Drehzahl, Umdrehungsfrequenz	n	1 pro Sekunde 1 pro Minute	1/s 1/min	$1/\text{s} = 60/\text{min} = 60 \text{ min}^{-1}$ $1/\text{min} = 1 \text{ min}^{-1} = \frac{1}{60} \text{ s}^{-1}$	Die Anzahl der Umdrehungen pro Zeiteinheit ergibt die Drehzahl, auch Drehfrequenz genannt.
Geschwindigkeit	v	Meter pro Sekunde Meter pro Minute Kilometer pro Stunde	m/s m/min km/h	$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min} = 3,6 \text{ km/h}$ $1 \text{ m/min} = \frac{1 \text{ m}}{60 \text{ s}}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}$	Geschwindigkeit bei der Seefahrt in Knoten (kn): $1 \text{ kn} = 1,852 \text{ km/h}$ mile per hour = 1 mile/h = 1 mph $1 \text{ mph} = 1,60934 \text{ km/h}$
Winkelgeschwindigkeit	ω	1 pro Sekunde Radiant pro Sekunde	1/s rad/s	$\omega = 2\pi \cdot n$	Bei einer Drehzahl von $n = 2/\text{s}$ beträgt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 4\pi/\text{s}$.
Beschleunigung	a, g	Meter pro Sekunde hoch zwei	m/s^2	$1 \text{ m/s}^2 = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}}$	Formelzeichen g nur für Fallbeschleunigung. $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

Einheiten im Messwesen

Größen und Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
Elektrizität und Magnetismus					
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A		Die Bewegung elektrischer Ladung nennt man Strom. Die Spannung ist gleich der Potentialdifferenz zweier Punkte im elektrischen Feld. Den Kehrwert des elektrischen Widerstands nennt man elektrischen Leitwert.
Elektr. Spannung	U	Volt	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W}/1 \text{ A} = 1 \text{ J}/\text{C}$	
Elektr. Widerstand	R	Ohm	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V}/1 \text{ A}$	
Elektr. Leitwert	G	Siemens	S	$1 \text{ S} = 1 \text{ A}/1 \text{ V} = 1/\Omega$	
Spezifischer Widerstand	ρ	Ohm mal Meter	$\Omega \cdot \text{m}$	$10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 1 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	$\rho = \frac{1}{\kappa} \text{ in } \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ $\kappa = \frac{1}{\rho} \text{ in } \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$
Leitfähigkeit	γ, κ	Siemens pro Meter	S/m		
Frequenz	f	Hertz	Hz	$1 \text{ Hz} = 1/\text{s}$ $1000 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$	Frequenz öffentlicher Stromnetze: EU 50 Hz, USA 60 Hz
Elektr. Arbeit	W	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ MJ}$ $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kJ}$	In der Atom- und Kernphysik wird die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet.
Phasenverschiebungswinkel	φ	–	–	für Wechselstrom gilt: $\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$	Winkel zwischen Strom und Spannung bei induktiver oder kapazitiver Belastung.
Elektr. Feldstärke	E	Volt pro Meter	V/m	$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}; 1 \text{ A} \cdot \text{h} = 3,6 \text{ kC}$ $1 \text{ F} = 1 \text{ C}/\text{V}$ $1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}/\text{A}$	$E = \frac{F}{Q}, C = \frac{Q}{U}, Q = I \cdot t$
Elektr. Ladung	Q	Coulomb	C		
Elektr. Kapazität	C	Farad	F		
Induktivität	L	Henry	H		
Leistung Wirkleistung	P	Watt	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J}/\text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{s} = 1 \text{ V} \cdot \text{A}$	In der elektrischen Energietechnik: Scheinleistung S in $\text{V} \cdot \text{A}$
Thermodynamik und Wärmeübertragung					
Größe	Formelzeichen	Einheit		Beziehung	Bemerkung Anwendungsbeispiele
		Name	Zeichen		
Thermodynamische Temperatur	T, Θ	Kelvin	K	$0 \text{ K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$	Kelvin (K) und Grad Celsius ($^\circ\text{C}$) werden für Temperaturen und Temperaturdifferenzen verwendet. $t = T - T_0; T_0 = 273,15 \text{ K}$ Grad Fahrenheit ($^\circ\text{F}$): $1,8 \text{ }^\circ\text{F} = 1 \text{ }^\circ\text{C}$
Celsius-Temperatur	t, ϑ	Grad Celsius	$^\circ\text{C}$	$0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ $0 \text{ }^\circ\text{C} = 32 \text{ }^\circ\text{F}$ $0 \text{ }^\circ\text{F} = -17,77 \text{ }^\circ\text{C}$	
Wärmemenge	Q	Joule	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3600000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$	
Spezifischer Heizwert	H_u	Joule pro Kilogramm Joule pro Meter hoch drei	J/kg J/m ³	$1 \text{ MJ}/\text{kg} = 1000000 \text{ J}/\text{kg}$ $1 \text{ MJ}/\text{m}^3 = 1000000 \text{ J}/\text{m}^3$	Freiwerdende Wärmeenergie je kg Brennstoff abzüglich der Verdampfungswärme des in den Abgasen enthaltenen Wasserdampfes.
Einheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems SI					
Länge	Fläche	Volumen	Masse	Energie, Leistung	
1 inch (in) = 25,4 mm	1 sq.in = 6,452 cm ²	1 cu.in = 16,39 cm ³	1 oz = 28,35 g	1 PSh = 0,735 kWh	
1 foot (ft) = 0,3048 m	1 sq.ft = 9,29 dm ²	1 cu.ft = 28,32 dm ³	1 lb = 453,6 g	1 PS = 735 W	
1 yard (yd) = 0,9144 m	1 sq.yd = 0,8361 m ²	1 cu.yd = 764,6 dm ³	1 t = 1000 kg	1 kcal = 4186,8 Ws	
1 See-meile = 1,852 km	1 acre = 4046,856 m ²	1 gallon (US) = 3,785 l	1 short ton = 907,2 kg	1 kcal = 1,166 Wh	
1 US-Land-meile = 1,6093 km	Druck, Spannung	1 gallon (UK) = 4,546 l	1 Karat = 0,2 g	1 kpm/s = 9,807 W	
	1 bar = 14,5 pound/in ²	1 barrel = 158,8 l	1 pound/in ³ = 27,68 g/cm ³	1 Btu = 1055 Ws	
	1 N/mm ² = 145,038 pound/in ²			1 hp = 745,7 W	

Formelzeichen, mathematische Zeichen

Formelzeichen vgl. DIN 1304-1 (1994-03)					
Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung	Formelzeichen	Bedeutung
Länge, Fläche, Volumen, Winkel					
l	Länge	r, R	Radius	α, β, γ	ebener Winkel
b	Breite	d, D	Durchmesser	Ω	Raumwinkel
h	Höhe	A, S	Fläche, Querschnittsfläche	λ	Wellenlänge
s	Weglänge	V	Volumen		
Mechanik					
m	Masse	F	Kraft	G	Schubmodul
m'	längenbezogene Masse	F_G, G	Gewichtskraft	μ, f	Reibungszahl
m''	flächenbezogene Masse	M	Drehmoment	W	Widerstandsmoment
ρ	Dichte	T	Torsionsmoment	I	Flächenmoment 2. Grades
J	Trägheitsmoment	M_b	Biegemoment	W, E	Arbeit, Energie
p	Druck	σ	Normalspannung	W_p, E_p	potenzielle Energie
p_{abs}	absoluter Druck	τ	Schubspannung	W_k, E_k	kinetische Energie
p_{amb}	Atmosphärendruck	ε	Dehnung	P	Leistung
p_o	Überdruck	E	Elastizitätsmodul	η	Wirkungsgrad
Zeit					
t	Zeit, Dauer	f, ν	Frequenz	a	Beschleunigung
T	Periodendauer	v, u	Geschwindigkeit	g	örtliche Fallbeschleunigung
n	Umdrehungsfrequenz, Drehzahl	ω	Winkelgeschwindigkeit	α	Winkelbeschleunigung
				Q, V, q_v	Volumenstrom
Elektrizität					
Q	Ladung, Elektrizitätsmenge	L	Induktivität	X	Blindwiderstand
U	Spannung	R	Widerstand	Z	Scheinwiderstand
C	Kapazität	ρ	spezifischer Widerstand	φ	Phasenverschiebungswinkel
I	Stromstärke	γ, κ	elektrische Leitfähigkeit	N	Windungszahl
Wärme					
T, θ	thermodynamische Temperatur	Q	Wärme, Wärmemenge	Φ, \dot{Q}	Wärmestrom
$\Delta T, \Delta t, \Delta \theta$	Temperaturdifferenz	λ	Wärmeleitfähigkeit	a	Temperaturleitfähigkeit
t, ϑ	Celsius-Temperatur	α	Wärmeübergangskoeffizient	c	spezifische Wärmekapazität
α, α'	Längenausdehnungskoeffizient	k	Wärmedurchgangskoeffizient	H_u	spezifischer Heizwert
Licht, elektromagnetische Strahlung					
E_v	Beleuchtungsstärke	f	Brennweite	I_e	Strahlstärke
		n	Brechzahl	Q_e, W	Strahlungsenergie
Akustik					
p	Schalldruck	L_p	Schalldruckpegel	N	Lautheit
c	Schallgeschwindigkeit	I	Schallintensität	L_N	Lautstärkepegel
Mathematische Zeichen vgl. DIN 1302 (1999-12)					
Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise	Math. Zeichen	Sprechweise
\approx	ungefähr gleich, rund, etwa	\sim	proportional	\log	Logarithmus (allgemein)
\dots	entspricht und so weiter	a^x	a hoch x, x-te Potenz von a	\lg	dekadischer Logarithmus
∞	unendlich	$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel aus	\ln	natürlicher Logarithmus
		$\sqrt[n]{\quad}$	n-te Wurzel aus	e	Eulersche Zahl (e = 2,718281...)
$=$	gleich	$ x $	Betrag von x	\sin	Sinus
\neq	ungleich	\perp	senkrecht zu	\cos	Kosinus
$\stackrel{def}{=}$	ist definitionsgemäß gleich	\parallel	ist parallel zu	\tan	Tangens
$<$	kleiner als	$\uparrow \uparrow$	gleichsinnig parallel	\cot	Kotangens
\leq	kleiner oder gleich	$\uparrow \downarrow$	gegensinnig parallel	$(, [, \{$	runde, eckige, geschweifte
$>$	größer als	\sphericalangle	Winkel		Klammer auf und zu
\geq	größer oder gleich	\triangle	Dreieck	π	pi (Kreiszahl = 3,14159 ...)
$+$	plus	\cong	kongruent zu		
$-$	minus	Δx	Delta x	\overline{AB}	Strecke AB
\cdot	mal, multipliziert mit		(Differenz zweier Werte)	\widehat{AB}	Bogen AB
$-, /, :$	durch, geteilt durch, zu, pro	$\%$	Prozent, vom Hundert	a', a''	a Strich, a zwei Strich
Σ	Summe	‰	Promille, vom Tausend	a_1, a_2	a eins, a zwei

Formeln, Gleichungen, Diagramme

Formeln

Die Berechnung physikalischer Größen erfolgt meist über Formeln. Sie bestehen aus:

- Formelzeichen, z. B. v_c für die Schnittgeschwindigkeit, d für den Durchmesser, n für die Drehzahl
- Operatoren (Rechenvorschriften), z. B. \cdot für Multiplikation, $+$ für Addition, $-$ für Subtraktion, $-$ (Bruchstrich) für Division
- Konstanten, z. B. π (pi) = 3,14159 ...
- Zahlen, z. B. 10, 15 ...

Die Formelzeichen (Seite 13) sind Platzhalter für Größen. Bei der Lösung von Aufgaben werden die bekannten Größen mit ihren Einheiten in die Formel eingesetzt. Vor oder während der Berechnung werden die Einheiten so umgeformt, dass

- der Rechengang möglich wird oder
- das Ergebnis die geforderte Einheit erhält.

Die meisten Größen und ihre Einheiten sind genormt (Seite 10).

Das **Ergebnis** ist immer ein **Zahlenwert** mit einer **Einheit**, z. B. 4,5 m, 15 s

Beispiel:

Wie groß ist die Schnittgeschwindigkeit v_c in m/min für $d = 200$ mm und $n = 630$ /min?

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \pi \cdot 200 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} \cdot 630 \frac{1}{\text{min}} = \mathbf{395,84 \frac{m}{\text{min}}}$$

Formel für die Schnittgeschwindigkeit

$$v_c = \pi \cdot d \cdot n$$

Zahlenwertgleichungen

Zahlenwertgleichungen sind Formeln, in welche die üblichen Umrechnungen von Einheiten bereits eingearbeitet sind. Bei ihrer Anwendung ist zu beachten:

Die Zahlenwerte der einzelnen Größen dürfen nur in der vorgeschriebenen Einheit verwendet werden.

- Die Einheiten werden bei der Berechnung nicht mitgeführt.
- Die Einheit der gesuchten Größe ist vorgegeben.

Beispiel:

Wie groß ist das Drehmoment M eines Elektromotors mit der Antriebsleistung $P = 15$ kW und der Drehzahl $n = 750$ /min?

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n} = \frac{9550 \cdot 15}{750} \text{ N} \cdot \text{m} = \mathbf{191 \text{ N} \cdot \text{m}}$$

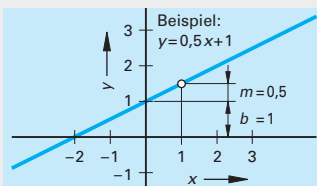
Zahlenwertgleichung für das Drehmoment

$$M = \frac{9550 \cdot P}{n}$$

vorgeschriebene Einheiten	
Bezeichnung	Einheit
M	Drehmoment N · m
P	Leistung kW
n	Drehzahl 1/min

Gleichungen und Diagramme

Bei Funktionsgleichungen ist y die Funktion von x , mit x als unabhängige und y als abhängige Variable. Die Zahlenpaare (x, y) einer Wertetabelle bilden ein Diagramm im x - y -Koordinatensystem.



1. Beispiel:

$$y = 0,5x + 1$$

x	-2	0	2	3
y	0	1	2	2,5

2. Beispiel:

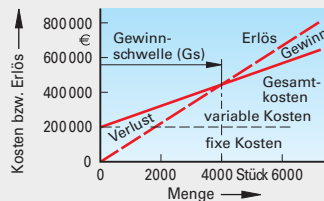
Kostenfunktion und Erlösfunktion

$$K_G = 60 \text{ €/Stck} \cdot M + 200000 \text{ €}$$

$$E = 110 \text{ €/Stck} \cdot M$$

M	0	4000	6000
K_G	200000	440000	560000
E	0	440000	660000

- K_G Gesamtkosten → abhängige Variable
- M Menge → unabhängige Variable
- K_f Fixe Kosten → y -Koordinatenabschnitt
- K_v Variable Kosten → Steigung der Funktion
- E Erlös → abhängige Variable



Zuordnungsfunktion

$$y = f(x)$$

Lineare Funktion

$$y = m \cdot x + b$$

Beispiele:

Kostenfunktion

$$K_G = K_v \cdot M + K_f$$

Erlösfunktion

$$E = E/\text{Stück} \cdot M$$

Umstellen von Formeln

Umstellen von Formeln

Formeln und Zahlenwertgleichungen werden umgestellt, damit die gesuchte Größe allein auf der linken Seite der Gleichung steht. Dabei darf sich der Wert der linken und der rechten Formelseite nicht ändern. Für alle Schritte einer Formelumstellung gilt.

Veränderungen auf der linken Formelseite

= Veränderungen auf der rechten Formelseite

Formel

$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

linke Formel-
seite = rechte
Formel-
seite

Zur Rekonstruktion der einzelnen Schritte ist es sinnvoll, jeden Schritt rechts neben der Formel zu kennzeichnen:

| · t → beide Formelseiten werden mit t multipliziert.

| : F → beide Formelseiten werden durch F dividiert.

Umstellung von Summen

Beispiel: Formel $L = l_1 + l_2$, Umstellung nach l_2

1 $L = l_1 + l_2$ - l_1 l_1 subtrahieren	3 $L - l_1 = l_2$ Seiten vertauschen
2 $L - l_1 = l_1 + l_2 - l_1$ subtrahieren durchführen	4 $l_2 = L - l_1$ umgestellte Formel

Umstellung von Produkten

Beispiel: Formel $A = l \cdot b$, Umstellung nach l

1 $A = l \cdot b$: b dividieren durch b	3 $\frac{A}{b} = l$ Seiten vertauschen
2 $\frac{A}{b} = \frac{l \cdot b}{b}$ kürzen mit b	4 $l = \frac{A}{b}$ umgestellte Formel

Umstellung von Brüchen

Beispiel: Formel $n = \frac{l}{l_1 + s}$, Umstellung nach s

1 $n = \frac{l}{l_1 + s}$ · $(l_1 + s)$ mit $(l_1 + s)$ multiplizieren	4 $n \cdot l_1 - n \cdot l_1 + n \cdot s = l - n \cdot l_1$: n subtrahieren dividieren durch n
2 $n \cdot (l_1 + s) = \frac{l \cdot (l_1 + s)}{(l_1 + s)}$ rechte Formelseite kürzen Klammer auflösen	5 $\frac{s \cdot n}{n} = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$ kürzen mit n
3 $n \cdot l_1 + n \cdot s = l$ - $n \cdot l_1$ - $n \cdot l_1$ subtrahieren	6 $s = \frac{l - n \cdot l_1}{n}$ umgestellte Formel

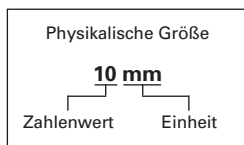
Umstellung von Wurzeln

Beispiel: Formel $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, Umstellung nach a

1 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ $()^2$ Formel quadrieren	4 $a^2 = c^2 - b^2$ $\sqrt{\quad}$ radizieren
2 $c^2 = a^2 + b^2$ - b^2 b^2 subtrahieren	5 $\sqrt{a^2} = \sqrt{c^2 - b^2}$ Ausdruck vereinfachen
3 $c^2 - b^2 = a^2 + b^2 - b^2$ subtrahieren, Seite tauschen	6 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ umgestellte Formel

Größen und Einheiten

Zahlenwerte und Einheiten



Physikalische Größen, z. B. 125 mm, bestehen aus einem

- **Zahlenwert**, der durch Messung oder Berechnung ermittelt wird, und aus einer
- **Einheit**, z. B. m, kg

Die Einheiten sind nach DIN 1301-1 genormt (Seite 10).

Sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte lassen sich über Vorsatzzeichen als dezimale Vielfache oder Teile vereinfacht darstellen, z. B. 0,004 mm = 4 μ m.

Dezimale Vielfache oder Teile von Einheiten

vgl. DIN 1301-1 (2004-10)

Vorsatz-Zeichen	Name	Zehnerpotenz	Mathematische Bezeichnung	Beispiele
T	Tera	10^{12}	Billion	12 000 000 000 000 N = $12 \cdot 10^{12}$ N = 12 TN (Tera-Newton)
G	Giga	10^9	Milliarde	45 000 000 000 W = $45 \cdot 10^9$ W = 45 GW (Giga-Watt)
M	Mega	10^6	Million	8 500 000 V = $8,5 \cdot 10^6$ V = 8,5 MV (Mega-Volt)
k	Kilo	10^3	Tausend	12 600 W = $12,6 \cdot 10^3$ W = 12,6 kW (Kilo-Watt)
h	Hekto	10^2	Hundert	500 l = $5 \cdot 10^2$ l = 5 hl (Hekto-Liter)
da	Deka	10^1	Zehn	32 m = $3,2 \cdot 10^1$ m = 3,2 dam (Deka-Meter)
–	–	10^0	Eins	1,5 m = $1,5 \cdot 10^0$ m
d	Dezi	10^{-1}	Zehntel	0,5 l = $5 \cdot 10^{-1}$ l = 5 dl (Dezi-Liter)
c	Zenti	10^{-2}	Hundertstel	0,25 m = $25 \cdot 10^{-2}$ m = 25 cm (Zenti-Meter)
m	Milli	10^{-3}	Tausendstel	0,375 A = $375 \cdot 10^{-3}$ A = 375 mA (Milli-Ampere)
μ	Mikro	10^{-6}	Millionstel	0,000 052 m = $52 \cdot 10^{-6}$ m = 52 μ m (Mikro-Meter)
n	Nano	10^{-9}	Milliardstel	0,000 000 075 m = $75 \cdot 10^{-9}$ m = 75 nm (Nano-Meter)
p	Piko	10^{-12}	Billionstel	0,000 000 000 006 F = $6 \cdot 10^{-12}$ F = 6 pF (Pico-Farad)

Umrechnung von Einheiten

Berechnungen mit physikalischen Größen sind nur dann möglich, wenn sich ihre Einheiten jeweils auf eine Basis beziehen. Bei der Lösung von Aufgaben müssen Einheiten häufig auf Basiseinheiten umgerechnet werden, z. B. mm in m, s in h, mm² in m². Dies geschieht durch Umrechnungsfaktoren, die den Wert 1 (kohärente Einheiten) darstellen.

Umrechnungsfaktoren für Einheiten (Auszug)

Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.	Größe	Umrechnungsfaktoren, z. B.
Längen	$1 = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}} = \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}}$	Zeit	$1 = \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$
Flächen	$1 = \frac{100 \text{ mm}^2}{1 \text{ cm}^2} = \frac{100 \text{ cm}^2}{1 \text{ dm}^2} =$	Winkel	$1 = \frac{60'}{1^\circ} = \frac{60''}{1'} = \frac{3600''}{1^\circ} = \frac{1^\circ}{60 \text{ s}}$
Volumen	$1 = \frac{1000 \text{ mm}^3}{1 \text{ cm}^3} = \frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ dm}^3} =$	Zoll	1 inch = 25,4 mm; 1 mm = $\frac{1}{25,4}$ inch

1. Beispiel:

Das Volumen $V = 3416 \text{ mm}^3$ ist in cm^3 umzurechnen.

Das Volumen V wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit cm^3 und im Nenner die Einheit mm^3 aufweist.

$$V = 3416 \text{ mm}^3 = \frac{1 \text{ cm}^3 \cdot 3416 \text{ mm}^3}{1000 \text{ mm}^3} = \frac{3416 \text{ cm}^3}{1000} = 3,416 \text{ cm}^3$$

2. Beispiel:

Die Winkelangabe $\alpha = 42^\circ 16'$ ist in Grad ($^\circ$) auszudrücken.

Der Teilwinkel $16'$ muss in Grad ($^\circ$) umgewandelt werden. Er wird mit dem Umrechnungsfaktor multipliziert, der im Zähler die Einheit Grad ($^\circ$) und im Nenner die Einheit Minute ($'$) hat.

$$\alpha = 42^\circ + 16' \cdot \frac{1^\circ}{60'} = 42^\circ + \frac{16 \cdot 1^\circ}{60} = 42^\circ + 0,267^\circ = 42,267^\circ$$

Rechnen mit Größen, Prozentrechnung, Zinsrechnung

Rechnen mit Größen

Physikalische Größen werden mathematisch behandelt wie Produkte.

• Addition und Subtraktion

Bei gleichen Einheiten werden die Zahlenwerte addiert und die Einheit im Ergebnis übernommen.

Beispiel:

$$L = l_1 + l_2 - l_3 \text{ mit } l_1 = 124 \text{ mm}, l_2 = 18 \text{ mm}, l_3 = 44 \text{ mm}; L = ?$$

$$L = 124 \text{ mm} + 18 \text{ mm} - 44 \text{ mm} = (124 + 18 - 44) \text{ mm} = \mathbf{98 \text{ mm}}$$

• Multiplikation und Division

Die Zahlenwerte und die Einheiten entsprechen den Faktoren von Produkten.

Beispiel:

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \text{ mit } F_1 = 180 \text{ N}, l_1 = 75 \text{ mm}, l_2 = 105 \text{ mm}; F_2 = ?$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2} = \frac{180 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} = 128,57 \frac{\text{N} \cdot \text{mm}}{\text{mm}} = \mathbf{128,57 \text{ N}}$$

• Multiplizieren und Dividieren von Potenzen

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert bzw. dividiert, indem die Exponenten addiert bzw. subtrahiert werden.

Beispiel:

$$W = \frac{A \cdot a^2}{e} \text{ mit } A = 15 \text{ cm}^2, a = 7,5 \text{ cm}, e = 2,4 \text{ cm}; W = ?$$

$$W = \frac{15 \text{ cm}^2 \cdot (7,5 \text{ cm})^2}{2,4 \text{ cm}} = \frac{15 \cdot 56,25 \text{ cm}^{2+2}}{2,4 \text{ cm}^1} = 351,56 \text{ cm}^{4-1} = \mathbf{351,56 \text{ cm}^3}$$

Regeln beim Potenzieren

a Basis
 $m, n \dots$ Exponenten

Multiplikation von Potenzen

$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3}$$

Division von Potenzen

$$\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3}$$

Sonderformen

$$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1$$

Prozentrechnung

Der **Prozentsatz** gibt den Teil des Grundwertes in Hundertstel an. Der **Grundwert** ist der Wert, von dem die Prozente zu rechnen sind. Der **Prozentwert** ist der Betrag, den die Prozente des Grundwertes ergeben.

P_s Prozentsatz, Prozent P_w Prozentwert G_w Grundwert

Beispiel:

Werkstückrohgewicht 250 kg (Grundwert); Abbrand 2 % (Prozentsatz)
Abbrand in kg = ? (Prozentwert)

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%} = \frac{250 \text{ kg} \cdot 2\%}{100\%} = \mathbf{5 \text{ kg}}$$

Prozentwert

$$P_w = \frac{G_w \cdot P_s}{100\%}$$

Zinsrechnung

K_0 Anfangskapital Z Zinsen t Laufzeit in Tagen,
 K_t Endkapital p Zinssatz pro Jahr Verzinsungszeit

Zins

$$Z = \frac{K_0 \cdot p \cdot t}{100\% \cdot 360}$$

1. Beispiel:

$$K_0 = 2800,00 \text{ €}; p = 6\% \frac{\%}{a}; t = \frac{1}{2} a; Z = ?$$

$$Z = \frac{2800,00 \text{ €} \cdot 6\% \frac{\%}{a} \cdot 0,5 a}{100\%} = \mathbf{84,00 \text{ €}}$$

2. Beispiel:

$$K_0 = 4800,00 \text{ €}; p = 5,1\% \frac{\%}{a}; t = 50 \text{ d}; Z = ?$$

$$Z = \frac{4800,00 \text{ €} \cdot 5,1\% \frac{\%}{a} \cdot 50 \text{ d}}{100\% \cdot 360 \frac{\text{d}}{a}} = \mathbf{34,00 \text{ €}}$$

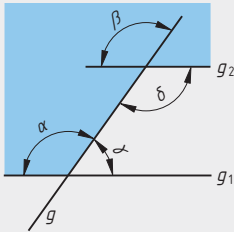
1 Zinsjahr (1 a) = 360 Tage (360 d)

360 d = 12 Monate

1 Zinsmonat = 30 Tage

Winkelarten, Strahlensatz, Winkel im Dreieck, Satz des Pythagoras

Winkelarten



- g Gerade
- g₁, g₂ parallele Geraden
- α, β Stufenwinkel
- β, δ Scheitelwinkel
- α, δ Wechselwinkel
- α, γ Nebenwinkel

Werden zwei Parallelen durch eine Gerade geschnitten, so bestehen unter den dabei gebildeten Winkeln geometrische Beziehungen.

Stufenwinkel

$$\alpha = \beta$$

Scheitelwinkel

$$\beta = \delta$$

Wechselwinkel

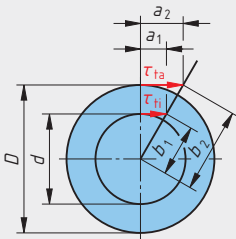
$$\alpha = \delta$$

Nebenwinkel

$$\alpha + \gamma = 180^\circ$$

Strahlensatz

- τ_{ta} Torsionsspannung außen
- τ_{ti} Torsionsspannung innen



Werden zwei Geraden durch zwei Parallelen geschnitten, so bilden die zugehörigen Strahlenabschnitte gleiche Verhältnisse.

Beispiel:

- D = 40 mm, d = 30 mm,
- τ_{ta} = 135 N/mm²; τ_{ti} = ?

$$\frac{\tau_{ti}}{\tau_{ta}} = \frac{d}{D} \Rightarrow \tau_{ti} = \frac{\tau_{ta} \cdot d}{D}$$

$$= \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 101,25 \text{ N/mm}^2$$

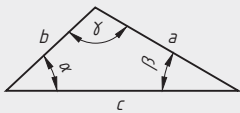
Strahlensatz

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{d}{D}$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$$

$$\frac{b_1}{d} = \frac{b_2}{D}$$

Winkelsumme im Dreieck



- a, b, c Dreiecksseiten
- α, β, γ Winkel im Dreieck

Beispiel:

$$\alpha = 21^\circ, \beta = 95^\circ, \gamma = ?$$

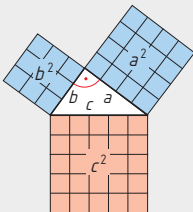
$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 21^\circ - 95^\circ = 64^\circ$$

Winkelsumme im Dreieck

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

In jedem Dreieck ist die Winkelsumme 180°.

Lehrsatz des Pythagoras



Im **rechtwinkligen Dreieck** ist das Hypotenusenquadrat flächengleich der Summe der beiden Kathetenquadrate.

- a Kathete
- b Kathete
- c Hypotenuse

1. Beispiel:

$$c = 35 \text{ mm}; a = 21 \text{ mm}; b = ?$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35 \text{ mm})^2 - (21 \text{ mm})^2} = 28 \text{ mm}$$

2. Beispiel:

CNC-Programm mit R = 50 mm und I = 25 mm.

$$K = ?$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$R^2 = I^2 + K^2$$

$$K = \sqrt{R^2 - I^2} = \sqrt{50^2 \text{ mm}^2 - 25^2 \text{ mm}^2}$$

$$K = 43,3 \text{ mm}$$

Quadrat über der Hypotenuse

$$c^2 = a^2 + b^2$$

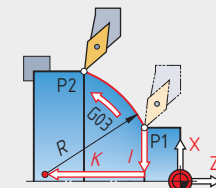
Länge der Hypotenuse

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Länge der Katheten

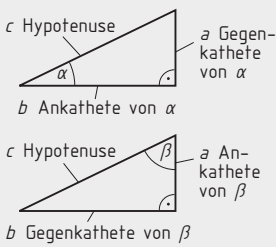
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$



Funktionen im Dreieck

Funktionen im rechtwinkligen Dreieck (Winkelfunktionen)



c Hypotenuse (längste Seite)
 a, b Katheten
 Bezogen auf den Winkel α ist
 - b die Ankathete und
 - a die Gegenkathete
 α, β, γ Winkel im Dreieck, mit $\gamma = 90^\circ$
 \sin Schreibweise für Sinus
 \cos Schreibweise für Kosinus
 \tan Schreibweise für Tangens
 $\sin \alpha$ Sinus des Winkels α

Winkelfunktionen

Sinus	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Cosinus	=	$\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
Tangens	=	$\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

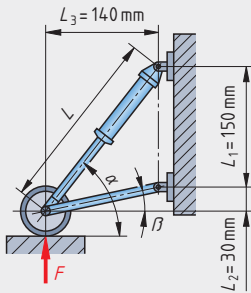
Bezogen auf den Winkel α ist:

$\sin \alpha = \frac{a}{c}$	$\cos \alpha = \frac{b}{c}$	$\tan \alpha = \frac{a}{b}$
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

Bezogen auf den Winkel β ist:

$\sin \beta = \frac{b}{c}$	$\cos \beta = \frac{a}{c}$	$\tan \beta = \frac{b}{a}$
----------------------------	----------------------------	----------------------------

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z. B. \arcsin .



1. Beispiel

$L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, L_3 = 140 \text{ mm};$
 Winkel $\alpha = ?$

$$\tan \alpha = \frac{L_1 + L_2}{L_3} = \frac{180 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 1,286$$

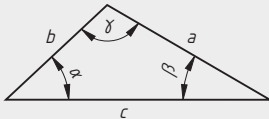
Winkel $\alpha = 52^\circ$

2. Beispiel

$L_1 = 150 \text{ mm}, L_2 = 30 \text{ mm}, \alpha = 52^\circ;$
 Länge des Stoßdämpfers $L = ?$

$$L = \frac{L_1 + L_2}{\sin \alpha} = \frac{180 \text{ mm}}{\sin 52^\circ} = 228,42 \text{ mm}$$

Funktionen im schiefwinkligen Dreieck (Sinussatz, Kosinussatz)



Im Sinussatz entsprechen die Seitenverhältnisse dem Sinus der entsprechenden Gegenwinkel im Dreieck. Aus einer Seite und zwei Winkeln lassen sich die anderen Werte berechnen.

- Kathete a → Gegenwinkel $\sin \alpha$
- Kathete b → Gegenwinkel $\sin \beta$
- Hypotenuse c → Gegenwinkel $\sin \gamma$

Beispiel

$F = 800 \text{ N}, \alpha = 40^\circ, \beta = 38^\circ; F_z = ?, F_d = ?$

Die Berechnung erfolgt jeweils aus dem Kräfteplan.

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_z}{\sin \beta} \Rightarrow F_z = \frac{F \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$F_z = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 38^\circ}{\sin 40^\circ} = 766,24 \text{ N}$$

$$\frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F_d}{\sin \gamma} \Rightarrow F_d = \frac{F \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha}$$

$$F_d = \frac{800 \text{ N} \cdot \sin 102^\circ}{\sin 40^\circ} = 1217,38 \text{ N}$$

Die Berechnung eines Winkels in Grad ($^\circ$) oder als Bogenmaß (rad) erfolgt mit der Arcus-Funktion, z. B. \arcsin .

Sinussatz
$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$
$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

Vielfältige Umstellungen sind möglich:

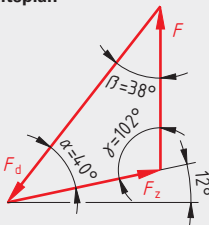
$a = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$
$b = \frac{a \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$
$c = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{b \cdot \sin \gamma}{\sin \beta}$

Kosinussatz
$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$
$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$
$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$

Umstellung, z. B.

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

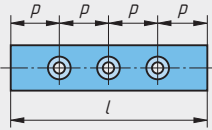
Kräfteplan



Teilung von Längen, Bogenlänge, zusammengesetzte Länge

Teilung von Längen

Randabstand = Teilung



l Gesamtlänge n Anzahl der Bohrungen
 p Teilung

Teilung

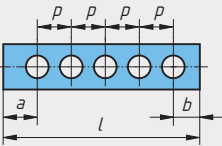
$$p = \frac{l}{n+1}$$

Beispiel:

$l = 2 \text{ m}$; $n = 24$ Bohrungen; $p = ?$

$$p = \frac{l}{n+1} = \frac{2000 \text{ mm}}{24+1} = 80 \text{ mm}$$

Randabstand \neq Teilung



l Gesamtlänge n Anzahl der Bohrungen
 p Teilung a, b Randabstände

Teilung

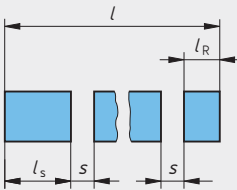
$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1}$$

Beispiel:

$l = 1950 \text{ mm}$; $a = 100 \text{ mm}$; $b = 50 \text{ mm}$;
 $n = 25$ Bohrungen; $p = ?$

$$p = \frac{l - (a + b)}{n - 1} = \frac{1950 \text{ mm} - 150 \text{ mm}}{25 - 1} = 75 \text{ mm}$$

Trennung von Teilstücken



l Stablänge s Sägeschnittbreite
 z Anzahl der Teile l_R Restlänge
 l_s Teillänge

Anzahl der Teile

$$z = \frac{l}{l_s + s}$$

Beispiel:

$l = 6 \text{ m}$; $l_s = 230 \text{ mm}$; $s = 1,2 \text{ mm}$; $z = ?$; $l_R = ?$

$$z = \frac{l}{l_s + s} = \frac{6000 \text{ mm}}{230 \text{ mm} + 1,2 \text{ mm}} = 25,95 = 25 \text{ Teile}$$

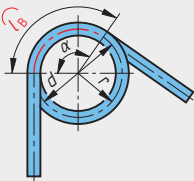
Restlänge

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s)$$

$$l_R = l - z \cdot (l_s + s) = 6000 \text{ mm} - 25 \cdot (230 \text{ mm} + 1,2 \text{ mm}) = 220 \text{ mm}$$

Bogenlänge

Beispiel: Schenkelfeder



l_B Bogenlänge α Mittelpunktswinkel
 r Radius d Durchmesser

Bogenlänge

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ}$$

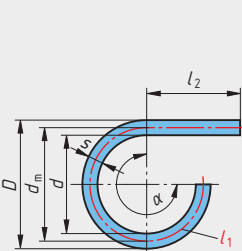
Beispiel:

$r = 36 \text{ mm}$; $\alpha = 120^\circ$; $l_B = ?$

$$l_B = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 36 \text{ mm} \cdot 120^\circ}{180^\circ} = 75,36 \text{ mm}$$

$$l_B = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360^\circ}$$

Zusammengesetzte Länge



D Außendurchmesser d Innendurchmesser
 d_m mittlerer Durchmesser s Dicke
 l_1, l_2 Teillängen L zusammengesetzte Länge
 α Mittelpunktswinkel

Zusammengesetzte Länge

$$L = l_1 + l_2 + \dots$$

Beispiel (Zusammengesetzte Länge, Bild links):

$D = 360 \text{ mm}$; $s = 5 \text{ mm}$; $\alpha = 270^\circ$; $l_2 = 70 \text{ mm}$;
 $d_m = ?$; $L = ?$

$$d_m = D - s = 360 \text{ mm} - 5 \text{ mm} = 355 \text{ mm}$$

$$L = l_1 + l_2 = \frac{\pi \cdot d_m \cdot \alpha}{360^\circ} + l_2 = \frac{\pi \cdot 355 \text{ mm} \cdot 270^\circ}{360^\circ} + 70 \text{ mm} = 906,45 \text{ mm}$$