

Vahlen's Übungsbücher der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften

Investition in Übungen

von

Prof. Dr. Hartmut Bieg, Prof. Dr. Heinz Kußmaul, Prof. Dr. Gerd Waschbusch

3., durchgesehene und überarbeitete Auflage

Verlag Franz Vahlen München 2015

Verlag Franz Vahlen im Internet:

www.vahlen.de

ISBN 978 3 8006 4970 9

Zu [Inhalts-](#) und [Sachverzeichnis](#)

schnell und portofrei erhältlich bei beck-shop.de DIE FACHBUCHHANDLUNG

Lösung

Teilaufgabe a)

Unter Verwendung von realen Größen in gegenwärtiger Kaufkraft und eines realen Zinssatzes von 8 % p. a. ergibt sich folgender Kapitalwert:

$$\begin{aligned}
 C_0 &= -1.000 + 300 \cdot 1,08^{-1} + 400 \cdot 1,08^{-2} + 500 \cdot 1,08^{-3} + 300 \cdot 1,08^{-4} \\
 &\quad + 400 \cdot 1,08^{-5} \\
 &= + \mathbf{510,37 \text{ EUR}}
 \end{aligned}$$

Teilaufgabe b)

Unter Verwendung von nominalen Größen ist die reale Zahlungsreihe wie folgt in eine nominale Zahlungsreihe zu transformieren:

t	0	1	2	3	4	5
Z _{t,real} (EUR)	- 1.000	300	400	500	300	400
Inflations- anpassung (g = 3 % p. a.)	—	1,03	1,03 ²	1,03 ³	1,03 ⁴	1,03 ⁵
Z _{t,nom} (EUR)	- 1.000	309	424,36	546,36	337,65	463,71

Auf die nominale Zahlungsreihe ist dann der nominale Zins anzuwenden.

Aus der Transformation der Gleichung $i^R = \frac{i-g}{1+g}$ ergibt sich:

$$i_{\text{nom.}} = (1 + i_{\text{real}}) \cdot (1 + g) - 1 = (1 + 0,08) \cdot (1 + 0,03) - 1 = 11,24 \% \text{ p. a.}$$

$$\begin{aligned}
 C_0 &= -1.000 + 309 \cdot 1,1124^{-1} + 424,36 \cdot 1,1124^{-2} + 546,36 \cdot 1,1124^{-3} \\
 &\quad + 337,65 \cdot 1,1124^{-4} + 463,71 \cdot 1,1124^{-5} \\
 &= + \mathbf{510,37 \text{ EUR}}
 \end{aligned}$$

Beide Verfahren zur Berücksichtigung der Geldentwertung führen zum gleichen Ergebnis. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die reale Zahlungsreihe mit dem realen Zinssatz diskontiert wird; demzufolge hebt sich damit die Inflationsbereinigung in der Rechnung auf, da bei jedem Element der Zahlungsreihe die gleiche sich neutralisierende Rechenoperation durchgeführt wird. Diese Vorgehensweise ist somit einer Rechnung unter Verwendung von nominalen Größen äquivalent.

5 Verfahren zur Ermittlung der optimalen Nutzungsdauer und des optimalen Ersatzzeitpunktes von Investitionen

5.1 Die Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer

Aufgabe 5.1: Optimale Nutzungsdauer

Der Investor Günther Geldweg hat die Möglichkeit, auf einem vollkommenen Kapitalmarkt (Kalkulationszinssatz $i = 10\%$ p. a.) ein Investitionsprojekt zu realisieren, für das die folgenden Daten gelten:

t/m	0	1	2	3	4	5	6
Z_t (EUR)	-10.000	5.500	4.500	1.000	1.000	800	700
L_m (EUR)	10.000	6.000	4.000	3.000	2.000	1.000	-

Alle Zahlungen sollen am Ende der jeweiligen Periode t ($t = 0, 1, \dots, m$) erfolgen. Bei einer Veräußerung des Investitionsprojektes in einer Periode t erhält der Investor also sowohl den Einzahlungsüberschuss dieser Periode (Z_t) als auch den für diese Periode vorgesehenen Liquidationserlös nach einer Nutzungsdauer von m Perioden (L_m).

- Berechnen Sie die optimale Nutzungsdauer, wenn der Investor einen (beschränkten) Planungshorizont von 6 Jahren hat!
- Berechnen Sie die optimale Nutzungsdauer, wenn der Investor einen unendlichen Planungshorizont hat und eine fortwährende Ersatzinvestition des gleichen Investitionsprojektes geplant ist!

Lösung

Teilaufgabe a)

Berechnung der Kapitalwerte $C_0^{(m)}$ in Abhängigkeit der Nutzungsdauer m und Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer, wenn der Investor einen (beschränkten) Planungshorizont von 6 Jahren hat (Beträge in EUR):

t/m	0	1	2	3	4	5	6	$C_0^{(m)}$
0	–							–
1	– 10.000	11.500						454,55
2	– 10.000	5.500	8.500					2.024,79
3	– 10.000	5.500	4.500	4.000				1.724,27
4	– 10.000	5.500	4.500	1.000	3.000			1.519,36
5	– 10.000	5.500	4.500	1.000	1.000	1.800		1.270,99
6	– 10.000	5.500	4.500	1.000	1.000	800	700	1.045,21

Die optimale Nutzungsdauer bei einem (beschränkten) Planungshorizont von 6 Jahren beträgt 2 Jahre.

Dabei gilt:

$C_0^{(m)}$: Kapitalwert des Investitionsprojektes bei m-jähriger Nutzung;

m: Nutzungsdauer des Investitionsprojektes;

t: Periode ($t = 0, 1, 2, \dots, m$).

Teilaufgabe b)

Berechnung der Kettenkapitalwerte KC_0 und Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer, wenn der Investor einen unendlichen Planungshorizont hat und eine fortwährende Ersatzinvestition des gleichen Investitionsprojektes geplant ist:

m	$C_0^{(m)}$ (EUR)	KWF = $\frac{0,10 \cdot 1,10^m}{1,10^m - 1}$	Annuität = $C_0^{(m)} \cdot \text{KWF}$ (EUR)	$KC_0 = \frac{\text{Annuität}}{i}$ (EUR)
1	454,55	1,100000	500,01	5.000,10
2	2.024,79	0,576190	1.166,66	11.666,60
3	1.724,27	0,402115	693,35	6.933,50
4	1.519,36	0,315471	479,31	4.793,10
5	1.270,99	0,263797	335,28	3.352,80
6	1.045,21	0,229607	239,99	2.399,90

Die optimale Nutzungsdauer bei einem unendlichen Planungshorizont und fortwährender Ersatzinvestition des gleichen Investitionsprojektes beträgt ebenfalls 2 Jahre.

Dabei gilt:

KC_0 : der Kettenkapitalwert entspricht der Summe aller auf den Zeitpunkt $t = 0$ abgezinster Kapitalwerte der einzelnen Investitionsprojekte der unendlichen Investitionskette.

Aufgabe 5.2: Optimale Nutzungsdauer

Ein Unternehmen plant die einmalige, d. h. nicht zu wiederholende Beschaffung einer neuen Produktionsanlage. Zur Wahl stehen die Anlagen A und B. Aus technischen Gründen ist die Nutzungsdauer der beiden Anlagen jeweils auf maximal 4 Jahre beschränkt. Die Anschaffungsauszahlungen betragen für die Anlage A 96.150 EUR und für die Anlage B 120.000 EUR. Der Kalkulationszinssatz beträgt 10 % p. a.

Die im Folgenden angegebenen Einzahlungsüberschüsse und Liquidationserlöse der beiden Anlagen beziehen sich jeweils auf das Ende eines Jahres.

Jahr	1	2	3	4
Anlage A				
Einzahlungsüberschuss (EUR)	50.000	50.000	40.000	10.000
Restwert (EUR)	60.000	30.000	10.000	0
Anlage B				
Einzahlungsüberschuss (EUR)	40.000	40.000	60.000	50.000
Restwert (EUR)	108.000	84.000	48.000	0

Für die bevorstehenden 4 Jahre ist davon auszugehen, dass mit Ausnahme der Anlagen A und B nur Sach- und Finanzinvestitionen mit einer internen Verzinsung von maximal 10 % p. a. realisierbar sind.

- a) Bestimmen Sie die optimale Nutzungsdauer für die Anlage A und für die Anlage B!
- b) Ermitteln Sie die internen Zinsfüße der Anlagen A und B unter Zugrundelegung der jeweils optimalen Nutzungsdauer!
- c) Welche der beiden Investitionsalternativen ist unter den in der Aufgabenstellung genannten Voraussetzungen zu wählen? Begründen Sie Ihre Entscheidung!

Lösung

Teilaufgabe a)

Ermittlung der optimalen Nutzungsdauer (Entscheidungskriterium: optimaler Kapitalwert $C_0^{(m)}$):

Anlage A:

$$0 \text{ Jahre: } C_0^{(0)} = 0 \text{ EUR}$$

$$1 \text{ Jahr: } C_0^{(1)} = -96.150 + (50.000 + 60.000) \cdot 1,1^{-1} = 3.850 \text{ EUR}$$

$$2 \text{ Jahre: } C_0^{(2)} = -96.150 + 50.000 \cdot 1,1^{-1} + (50.000 + 30.000) \cdot 1,1^{-2} \\ = +15.420,25 \text{ EUR}$$

$$3 \text{ Jahre: } C_0^{(3)} = -96.150 + 50.000 \cdot 1,1^{-1} + 50.000 \cdot 1,1^{-2} \\ + (40.000 + 10.000) \cdot 1,1^{-3} = +28.192,60 \text{ EUR}$$

$$4 \text{ Jahre: } C_0^{(4)} = -96.150 + 50.000 \cdot 1,1^{-1} + 50.000 \cdot 1,1^{-2} + 40.000 \cdot 1,1^{-3} \\ + 10.000 \cdot 1,1^{-4} = +27.509,59 \text{ EUR}$$

Die optimale Nutzungsdauer der Anlage A beträgt 3 Jahre.

Anlage B:

$$0 \text{ Jahre: } C_0^{(0)} = 0 \text{ EUR}$$

$$1 \text{ Jahr: } C_0^{(1)} = -120.000 + 148.000 \cdot 1,1^{-1} = 14.545,46 \text{ EUR}$$

$$2 \text{ Jahre: } C_0^{(2)} = -120.000 + 40.000 \cdot 1,1^{-1} + 124.000 \cdot 1,1^{-2} \\ = +18.842,98 \text{ EUR}$$

$$3 \text{ Jahre: } C_0^{(3)} = -120.000 + 40.000 \cdot 1,1^{-1} + 40.000 \cdot 1,1^{-2} + 108.000 \cdot 1,1^{-3} \\ = +30.563,49 \text{ EUR}$$

$$4 \text{ Jahre: } C_0^{(4)} = -120.000 + 40.000 \cdot 1,1^{-1} + 40.000 \cdot 1,1^{-2} + 60.000 \cdot 1,1^{-3} \\ + 50.000 \cdot 1,1^{-4} = +28.651,05 \text{ EUR}$$

Die optimale Nutzungsdauer der Anlage B beträgt 3 Jahre.

Teilaufgabe b)

Ermittlung des internen Zinsfußes:

Anlage A:

$$C_0 = -96.150 + 50.000 \cdot (1+r)^{-1} + 50.000 \cdot (1+r)^{-2} + 50.000 \cdot (1+r)^{-3} = 0$$

Näherungslösung mit Hilfe der linearen Interpolation:

$$i_1 = 10 \% \text{ p.a.}; C_{01} = +28.192,60 \text{ EUR}$$

$$i_2 = 30 \% \text{ p.a.}; C_{02} = -5.344,36 \text{ EUR}$$

$$\hat{r} = i_1 - C_{01} \cdot \frac{i_2 - i_1}{C_{02} - C_{01}}$$

Dabei gilt:

\hat{r} : Interner Zinsfuß p. a. der Investition;

i_1 : Versuchszinssatz 1 p. a. der Investition;

i_2 : Versuchszinssatz 2 p. a. der Investition;

C_{01} : Kapitalwert der Investition zum Zeitpunkt $t = 0$ und Verwendung des Versuchszinssatzes 1 p. a. der Investition;

C_{02} : Kapitalwert der Investition zum Zeitpunkt $t = 0$ und Verwendung des Versuchszinssatzes 2 p. a. der Investition.

$$\begin{aligned} \hat{r} &= 0,10 - 28.192,60 \cdot \frac{0,30 - 0,10}{-5.344,36 - 28.192,60} \\ &= 0,10 - 28.192,60 \cdot \frac{0,20}{-33.536,96} \\ &= 0,10 + 0,168129 = 0,268129 \end{aligned}$$

Der interne Zinsfuß der Anlage A beträgt näherungsweise **26,8129 % p. a.**

Anlage B:

$$\begin{aligned} C_0 &= -120.000 + 40.000 \cdot (1+r)^{-1} + 40.000 \cdot (1+r)^{-2} + 108.000 \cdot (1+r)^{-3} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$i_1 = 10 \% \text{ p.a.}; C_{01} = +30.563,49 \text{ EUR}$$

$$i_2 = 25 \% \text{ p.a.}; C_{02} = -7.104,00 \text{ EUR}$$

$$\hat{r} = i_1 - C_{01} \cdot \frac{i_2 - i_1}{C_{02} - C_{01}}$$

$$\begin{aligned} \hat{r} &= 0,10 - 30.563,49 \cdot \frac{0,25 - 0,10}{-7.104 - 30.563,49} \\ &= 0,10 - 30.563,49 \cdot \frac{0,15}{-37.667,49} \\ &= 0,10 + 0,121710 = 0,221710 \end{aligned}$$

Der interne Zinsfuß der Anlage B beträgt näherungsweise **22,1710 % p. a.**

Teilaufgabe c)

Anlage B sollte angeschafft werden, da sie bei einer dreijährigen Nutzungsdauer einen höheren Kapitalwert erbringt als die Anlage A. Zwar liegt der interne Zinsfuß der Anlage B unter dem der Anlage A, allerdings lässt sich an diesem Beispiel die Untauglichkeit der internen Zinsfußmethode als Entscheidungskriterium demonstrieren. Diese fehlende Tauglichkeit hat ihren Ursprung in den widersprüchlichen Voraussetzungen der internen Zinsfußmethode.

Der interne Zinsfuß wird mit dem Kalkulationszinssatz verglichen. Liegt er darüber (was bei den Anlagen A und B erfüllt ist), so gilt die Investition als vorteilhaft. Der Kalkulationszinssatz wird aus Kapitalbeschaffungsmöglichkeiten und/oder aus den Kapitalanlagealternativen des Investors abgeleitet. Die Methode des internen Zinsfußes geht aber von sich widersprechenden Voraussetzungen aus, wenn sie einerseits unterstellt, dass finanzielle Mittel zum Kalkulationszinssatz beschafft bzw. angelegt werden können, andererseits in ihrer Wiederanlageprämisse aber davon ausgeht, eben diese Mittel zum internen Zinsfuß beschaffen oder anlegen zu können.

In den hier untersuchten Anlagen wird diese Inkonsequenz noch deutlicher, denn man unterstellt, dass finanzielle Mittel der Anlage A zu 26,81 % p. a., finanzielle Mittel der Anlage B dagegen zu 22,17 % p. a. angelegt bzw. aufgenommen werden können. Da diese Vorgehensweise völlig unrealistisch ist, sollte der Kapitalwertmethode der Vorzug eingeräumt werden. Nach diesem Kriterium ist somit Anlage B zu wählen.

Aufgabe 5.3: Optimale Nutzungsdauer³⁵

Ein Textilhersteller möchte eine Maschine, die bei der Herstellung von Oberbekleidung benötigt wird, anschaffen. Außerdem sieht er vor, diese Maschine einmalig durch eine identische zu ersetzen. Die Folgeinvestition hat keinen Nachfolger, da der Textilhersteller damit rechnet, dass die zu fertigende Oberbekleidung nur begrenzt in Mode ist und sich anschließend nicht mehr verkaufen lässt. Die Erst- und Folgeinvestition weisen die folgenden, identischen Daten auf: Die Anschaffungskosten betragen 500.000 EUR, der Kalkulationszinssatz beträgt 7 % p. a. und den relevanten Zeitpunkten der technischen Nutzungsdauer (6 Perioden) sind die in der nachfolgenden Tabelle aufgeführten Rückflüsse und Liquidationserlöse zuzuordnen.

³⁵ Stark modifiziert entnommen aus *Götze, Uwe: Investitionsrechnung: Modelle und Analysen zur Beurteilung von Investitionsvorhaben*, 6. Aufl., Berlin/Heidelberg 2008, S. 241–242.

t	1	2	3	4	5	6
Rückflüsse (EUR)	150.000	140.000	130.000	120.000	110.000	100.000
Liquidationserlöse (EUR)	400.000	300.000	250.000	200.000	150.000	100.000

Berechnen Sie zunächst die optimale Nutzungsdauer der Folgeinvestition, sodann diejenige der Erstinvestition!

Lösung

(1) Berechnung der optimalen Nutzungsdauer der Folgeinvestition:

t/m	– A ₀ bzw. R _t (EUR)	L _m (EUR)	C ₀ ^(m) (EUR)
0	– 500.000	500.000	0,00
1	150.000	400.000	14.018,69
2	140.000	300.000	24.499,96
3	130.000	250.000	72.661,53
4	120.000	200.000	112.713,53
5	110.000	150.000	145.510,89
6	100.000	100.000	171.831,41

Bei der Folgeinvestition ist eine Nutzungsdauer von 6 Perioden optimal, da dann der maximale Kapitalwert in Höhe von 171.831,41 EUR erzielt wird. Eine Nachfolgeinvestition ist nicht zu berücksichtigen.

Dabei gilt:

t: Periode (t = 0, 1, 2, ..., m);

m: Nutzungsdauer des Investitionsprojektes;

A₀: Anschaffungsauszahlung im Zeitpunkt t₀;

R_t: Rückfluss im Zeitpunkt t;

L_m: Liquidationserlös nach einer Nutzungsdauer von m Perioden;

C₀^(m): Kapitalwert bei einer Nutzungsdauer von m Perioden.