

# Technische Mechanik. Festigkeitslehre

Lehrbuch mit Praxisbeispielen, Klausuraufgaben und Lösungen

Bearbeitet von  
Hans Albert Richard, Manuela Sander

5., erweiterte Auflage 2015. Buch. X, 221 S. Kartoniert

ISBN 978 3 658 09307 5

Format (B x L): 16,8 x 24 cm

[Weitere Fachgebiete > Technik > Werkstoffkunde, Mechanische Technologie > Festigkeitslehre, Belastbarkeit](#)

Zu [Inhaltsverzeichnis](#)

schnell und portofrei erhältlich bei



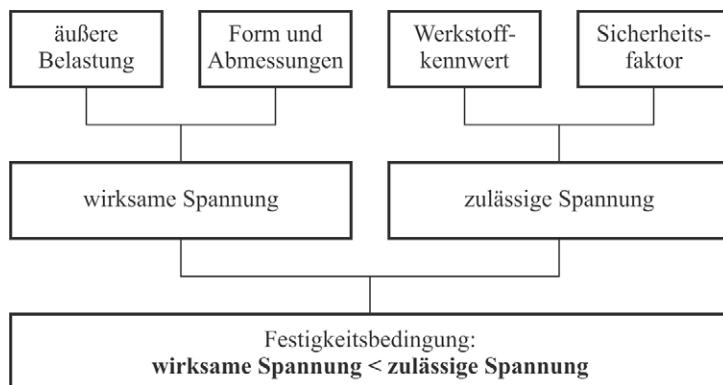
Die Online-Fachbuchhandlung beck-shop.de ist spezialisiert auf Fachbücher, insbesondere Recht, Steuern und Wirtschaft. Im Sortiment finden Sie alle Medien (Bücher, Zeitschriften, CDs, eBooks, etc.) aller Verlage. Ergänzt wird das Programm durch Services wie Neuerscheinungsdienst oder Zusammenstellungen von Büchern zu Sonderpreisen. Der Shop führt mehr als 8 Millionen Produkte.

## 2 Grundprinzipien einer Festigkeitsbetrachtung

Ziel einer Festigkeitsbetrachtung ist es, die strukturmechanische Funktionsfähigkeit einer Maschine oder eines Tragwerks dauerhaft zu sichern. D. h. es sollen im Betrieb weder Gewaltbrüche noch Dauerbrüche auftreten. Weiterhin gilt es, plastische Verformungen und Instabilitäten, wie z. B. das Ausknicken von druckbelasteten Komponenten, zu vermeiden. Eine wichtige Basis um derartiges Versagen zu verhindern, stellen verschiedene Nachweisverfahren, wie der Festigkeitsnachweis, der Verformungsnachweis, der Stabilitätsnachweis und der Standsicherheitsnachweis, dar. Das prinzipielle Vorgehen soll im Folgenden anhand eines Festigkeitsnachweises dargestellt werden.

### 2.1 Vorgehensweise beim Festigkeitsnachweis

Im Rahmen eines Festigkeitsnachweises werden aus den gegebenen Belastungen von Bauteilen und Strukturen zunächst die Schnittgrößen und daraus, mit den vorliegenden Querschnittsabmessungen der untersuchten Bauteile, eine maximal wirksame Spannung ermittelt. Diese wird dann mit der zulässigen Spannung verglichen, die sich prinzipiell aus dem entsprechenden Werkstoffkennwert und dem gewählten Sicherheitsfaktor ergibt, Bild 2-1.



**Bild 2-1** Grundlegende Vorgehensweise bei einem Festigkeitsnachweis

Der Festigkeitsnachweis ist erbracht, wenn die wirksame Spannung kleiner ist als die zulässige Spannung. Dies lässt sich auch wie folgt ausdrücken:

„Die Beanspruchung eines Bauteils muss für alle Belastungssituationen kleiner sein als die Tragfähigkeit.“

Sind die Belastungen und die Geometrie des Bau- oder Maschinenteils bekannt und ist der Werkstoff festgelegt, so ergibt sich mit dem Festigkeitsnachweis der *Sicherheitsfaktor* gegen Versagen. Werkstoffgrenzwerte sind hierbei z. B. die Streckgrenze oder die Zugfestigkeit des Materials.

Mit einer Festigkeitsbetrachtung kann aber auch die *zulässige Belastung* bestimmt werden, wenn die Geometrie und der Werkstoff des Bauteils bekannt sind und der Sicherheitsfaktor z. B. durch Regelwerke vorgegeben ist.

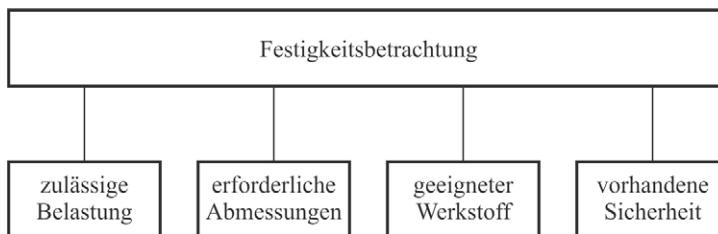
Bei der Produktentwicklung muss der Ingenieur aus der gegebenen Belastung, dem gewählten Werkstoff und dem Sicherheitsfaktor die *erforderlichen Abmessungen* der Maschinenstruktur ermitteln.

Letztlich kann es auch die Aufgabe des Konstrukteurs sein, den *geeigneten Werkstoff* für die Konstruktion auszuwählen, der die Festigkeitsbedingungen und / oder die ökonomischen Restriktionen am besten erfüllt.

Je nach Fragestellung liefert eine Festigkeitsbetrachtung demnach

- eine zulässige Belastung,
- erforderliche Bauteilabmessungen,
- einen geeigneten Werkstoff oder
- die vorhandene Sicherheit gegen Versagen,

siehe Bild 2-2.



**Bild 2-2** Ergebnisse einer Festigkeitsbetrachtung

Diese Festigkeitsnachweise werden im Allgemeinen an idealisierten Grundstrukturen wie Seilen, Stäben, Balken, Bogenträgern, Rahmen oder Scheiben (siehe Einzelkomponenten ebener Tragwerke, Kapitel 5.1 in [1]) durchgeführt. Dies bedeutet, dass jede Einzelkomponente und die Verbindungselemente einer komplexen Tragstruktur oder einer Maschine die Festigkeitsbedingung, siehe Bild 2-1, erfüllen müssen, damit die Funktionsfähigkeit der Gesamtstruktur dauerhaft gesichert werden kann.

## 2.2 Äußere Belastung von Bau- und Maschinenteilen

Bei vielen Vorgängen in Natur und Technik treten Kräfte und Momente auf. Will man eine Maschine oder eine Tragstruktur sicher dimensionieren, so muss man die wirkenden Belastungen kennen. Diese können einzelne äußere Kräfte und Momente, aber auch Volumenkräfte sein (siehe z. B. Kapitel 2.1 in [1]: Äußere Kräfte und Momente). Die Lasten können je nach ihrer Bedeutung, ihrer Wirkung und ihres zeitlichen Verlaufs unterteilt werden in

- Lasten auf Gesamtstrukturen und Maschinen (Gesamtbelastungen),
- elementare Belastungen auf Einzelkomponenten (Belastungsarten),

- unterschiedlich zeitlich veränderliche Belastungen (Belastungsfälle).

Gesamtbelastungen, Belastungsarten und Belastungsfälle werden im Folgenden erläutert.

### 2.2.1 Gesamtbelastungen

Die auf Gesamtstrukturen einwirkenden Lasten werden eingeteilt in:

- Hauptlasten,
- Zusatzlasten,
- Sonderlasten.

Hauptlasten wirken im Allgemeinen permanent. Hierzu zählen die Eigenlasten (Gewichte), die Nutzlasten bzw. Betriebslasten, die Massenkräfte und die dynamischen Belastungen bzw. Stoßkräfte.

Zusatzlasten treten im Allgemeinen nicht permanent auf. Hierzu zählen z. B. die Windlasten, die Schneelasten oder Kräfte infolge von Wärmeentwicklung.

Sonderlasten sind z. B. Prüflasten (vor Inbetriebnahme einer Anlage) oder auch Kräfte, die beim Transport oder bei der Montage auftreten. Die Transport- und Montagelasten können völlig andere Wirkungen auf Maschinen und Strukturen haben als die Haupt- oder Zusatzlasten.

### 2.2.2 Belastungsarten

Als elementare Belastungs- und Verformungsarten bezeichnet man z. B. die Belastungen von Einzelkomponenten (idealisierte Grundstrukturen) wie Stäben, Balken, usw., Bild 2-3. Diese Belastungsarten sind z. B. Zug, Druck, Biegung, Schub und Torsion. Die elementaren Belastungsarten lassen sich wie folgt charakterisieren:

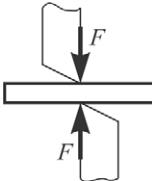
**Zug:** Zugkräfte wirken in Richtung der Stabachse. Zwei Nachbarquerschnitte entfernen sich voneinander. Der Stab wird verlängert. Zugbelastungen treten z. B. auf bei Spindeln, Fachwerkstäben, Seilen, usw.

**Druck:** Druckkräfte wirken in Richtung der Stabachse. Zwei Nachbarquerschnitte nähern sich an. Der Stab wird verkürzt. Druckbelastungen treten z. B. auf bei Stützen, Pfeilern, Fachwerkstäben, usw. Bei langen schlanken Druckstäben muss die Gefahr des Ausknickens gesondert betrachtet werden.

**Biegung:** Durch Momente bzw. durch Kräfte quer zur Balkenachse wird der Balken gebogen, d. h. die Balkenachse wird gekrümmmt. Dabei werden zwei Nachbarquerschnitte gegeneinander verdreht, d. h. ein Teil des Balkens wird verlängert, ein Teil verkürzt. Man unterscheidet reine Biegung, bei der das Biegemoment über die Balkenlänge konstant ist, und Querkraftbiegung, bei der im interessierenden Bereich neben dem Biegemoment noch eine Querkraft auftritt. Biegebelastungen treten z. B. auf bei Balken, Trägern, Wellen, Achsen, Rahmen, Bogenträgern, usw.

**Schub:** Kräfte wirken quer zur Balkenachse. Zwei Nachbarquerschnitte werden gegeneinander verschoben. Es tritt eine Abscherbewegung auf. Schubbelastungen treten z. B. auf beim Abscheren von Blechen oder bei Niet- oder Schraubenverbindungen sowie bei querkraftbelasteten Balken.

**Torsion:** Durch Torsionsmomente wird der Stab oder der Balken verdreht, wobei die Stabachse gerade bleibt. Zwei Nachbarquerschnitte vollziehen eine gegeneinander gerichtete Drehbewegung. Torsionsbelastungen liegen unter anderem bei Achsen, Wellen, Rohren, räumlichen Tragstrukturen, usw. vor.

Belastungsart	Einzelkomponente, Belastungssituation	Verformung
Zug		Verlängerung
Druck		Verkürzung
Biegung	 	Durchbiegung
Schub	 	Abscherung
Torsion		Verdrehung

**Bild 2-3** Elementare Belastungs- und Verformungsarten

In der Praxis treten diese elementaren Belastungs- und Verformungsarten häufig auch gleichzeitig auf. Bei linearem Belastungs- und Verformungsverhalten können dann die Einzelwirkungen überlagert werden.

Grundsätzlich gilt:

- Kräfte wirken als *Normal- und / oder Querkräfte*.
- Momente wirken als *Biege- und / oder Torsionsmomente*.

In den Querschnitten senkrecht zur Stab- oder Balkenachse führen

- Normalkräfte und Biegemomente zu *Normalspannungen* und
- Querkräfte und Torsionsmomente zu *Schubspannungen*.

### 2.2.3 Belastungsfälle

Belastungsfälle, auch Lastfälle genannt, beschreiben den zeitlichen Verlauf einer Belastung, siehe Bild 2-4. Neben der *ruhenden* oder *konstanten Belastung* existieren auch die *zeitlich*

*periodischen Belastungen*, wie Schwellbelastung, Wechselbelastung und allgemein periodische Belastung. Dabei entspricht die konstante Belastung Fall I nach BACH, die Schwellbelastung Fall II und die Wechselbelastung Fall III nach BACH. Da die zeitliche Veränderung nicht stoßartig, sondern eher kontinuierlich erfolgt, spricht man auch von quasistatischer Belastung.

Belastungsfall	zeitlicher Verlauf der Belastung
ruhende, statische Belastung	<p><i>konstante Belastung</i> Fall I nach BACH</p>
zeitlich veränderliche, periodische Belastung	<p><i>Schwellbelastung</i> Fall II nach BACH</p> <p><i>Wechselbelastung</i> Fall III nach BACH</p> <p><i>allgemeine periodische Belastung</i></p>
zeitlich veränderliche, nichtperiodische Belastung	<p><i>nichtperiodisch ablaufende Belastung</i></p>
dynamische, stoßartige Belastung	<p><i>dynamische Belastung mit Wellenausbreitungsvorgängen</i></p>

Bild 2-4 Grundlegende Belastungsfälle

Nichtperiodisch ablaufende Vorgänge, wie sie z. B. bei Verkehrsfahrzeugen vorkommen, können entweder als *stochastische* oder *deterministische Belastungen* auftreten. Sie können quasistatisch verlaufen, aber bei schnell verlaufenden Vorgängen auch mit erheblichen Trägheitswirkungen verbunden sein.

Bei einer *stoßartigen Belastung* wird in sehr kurzer Zeit eine hohe Kraft oder ein hohes Moment übertragen. Hierbei sind die Trägheitswirkungen erheblich und es kommt zu Wellenausbreitungsvorgängen in der Struktur.

## 2.3 Wirksame Spannungen

Die über den Bauteilquerschnitt verteilten inneren Kräfte, die Spannungen, hängen im Wesentlichen von der Art und Höhe der äußeren Belastung und von den Bauteilabmessungen ab. Dabei sind insbesondere die Form und die Abmessungen der interessierenden Querschnitte von Bedeutung. Während bei Zugbelastung die Querschnittsfläche entscheidend ist, siehe Kapitel 3.1 und 4.1.1, spielt bei Biegebelastung das Flächenträgheitsmoment oder das Widerstandsmoment der Querschnittsfläche eine entscheidende Rolle, siehe Kapitel 5.2.3. Bei Torsionsbelastung hat das Flächenträgheitsmoment und das Widerstandsmoment gegen Torsion eine wesentliche Bedeutung, Kapitel 7.1.1 und 7.2.1.

Man erkennt also, dass es für die Spannungsverteilungen keine allgemeingültigen Lösungen gibt. Vielmehr muss für jede Belastungsart eine spezifischen Lösung gefunden werden.

## 2.4 Werkstoffkennwerte

Im Rahmen eines Festigkeitsnachweises hat auch der verwendete Werkstoff eine große Bedeutung. Das Werkstoffverhalten ist dabei von Werkstoff zu Werkstoff grundsätzlich verschieden. Zudem ist der zu verwendende Werkstoffkennwert auch noch von der Belastungsart und dem Belastungsfall abhängig. Man erkennt, dass auch hier die jeweils vorliegende Belastungs- und Werkstoffsituation die Werkstoffauswahl beeinflusst. Welche Werkstoffkennwerte im Einzelnen zu verwenden sind, geht aus den nachfolgenden Kapiteln hervor. Kennwerte für häufig verwendete Werkstoffe sind im Anhang A1 angegeben.

## 2.5 Zulässige Spannungen

Werkstoffkennwerte stellen oft Grenzwerte dar. So gibt z. B. die Zugfestigkeit die maximal ertragbare Spannung in einem Zugstab an. Will man nun Gewaltbruch mit Sicherheit vermeiden, so darf der Werkstoff nicht bis zur Zugfestigkeit belastet werden. Abhängig von der Versagensart und dem Gefährdungspotential werden daher Sicherheitsfaktoren gewählt, um die der Werkstoffgrenzwert vermindert wird. Man erhält dann die zulässigen Spannungen. Bekanntlich müssen beim Festigkeitsnachweis, siehe Bild 2-1, die wirksamen Spannungen kleiner sein als die zulässigen Spannungen, die Sicherheitszahlen müssen also größer eins sein.

Die Sicherheitsfaktoren werden im Allgemeinen in technischen Vorschriften fest vorgegeben. Eine Auswahl von Sicherheitsfaktoren findet sich in Anhang A2.



<http://www.springer.com/978-3-658-09307-5>

Technische Mechanik. Festigkeitslehre  
Lehrbuch mit Praxisbeispielen, Klausuraufgaben und  
Lösungen

Richard, H.A.; Sander, M.  
2015, X, 221 S. 112 Abb., Softcover  
ISBN: 978-3-658-09307-5