

70

Maschinenelemente 1

Festigkeit, Wellen, Verbindungen,
Federn, Kupplungen

2., aktualisierte Auflage

Berthold Schlecht



Maschinenelemente 1

**Festigkeit, Wellen, Verbindungen,
Federn, Kupplungen**

2., aktualisierte Auflage

Berthold Schlecht

Kerbwirkungszahlen K_f für Zugdruck, Biegung, Schub und Torsion unter Berücksichtigung der tatsächlichen Bauteilkerbradien r und Bauteildurchmesser d .

Weiterhin bezeichnen $n_\sigma(r_p)$ bzw. $n_\tau(r_p)$ die Stützzahl der Probe für Normalspannung bzw. für Schubspannung je nach r_p , $n_\sigma(r)$ bzw. $n_\tau(r)$ die Stützzahl des Bauteiles für Normalspannung bzw. für Schubspannung je nach r und $n_\sigma(d)$ bzw. $n_\tau(d)$ die Stützzahl des Bauteiles für Normalspannung bzw. für Schubspannung in Abhängigkeit vom Bauteildurchmesser d .

Ferner ist zu beachten, dass die in Abschnitt 3.8.3 angegebenen, experimentell ermittelten Kerbwirkungszahlen zunächst nur für gekerbte Proben aus Stahl und ohne Randschichtverfestigung gelten. Es wird dort aber auch eine erweiterte Vorgehensweise für Bauteile mit Randschichtverfestigung und für Bauteile aus Eisengusswerkstoff und Aluminiumwerkstoff beschrieben.

Da zur Berechnung der Stützzahlen ein Radius erforderlich ist, der – vor allem für nicht eindeutige Fälle – im Abschnitt 3.8.3 festgelegt wird, sollen dabei mögliche Fehler durch die Bildung des Quotienten $n_\sigma(r_p) / n_\sigma(r)$ vermindert werden. Ebenso gilt wegen der Ähnlichkeit von Probe und Bauteil folgender Zusammenhang: $r / d = r_p / d_p$.

Bevor näher auf die Berechnung der Stützzahlen n_σ bzw. n_τ in Abhängigkeit vom bezogenen Spannungsgefälle G_σ bzw. G_τ eingegangen wird, erfolgt zunächst die Bestimmung der Konstruktionsfaktoren K_{WK} für nichtgeschweißte Bauteile beim Ermüdungsfestigkeitsnachweis mit örtlichen Spannungen gemäß der Gleichungen (3.398) bis (3.405).

Zugdruck Biegung	$K_{f,zd} = K_{f,zd}(d_p) \cdot \frac{n_\sigma(r_p)}{n_\sigma(r)}$	$K_{f,b} = K_{f,b}(d_p) \cdot \frac{n_\sigma(r_p)}{n_\sigma(r) \cdot n_\sigma(d)}$	(3.396)
Schub Torsion	$K_{f,s} = K_{f,s}(d_p) \cdot \frac{n_\tau(r_p)}{n_\tau(r)}$	$K_{f,t} = K_{f,t}(d_p) \cdot \frac{n_\tau(r_p)}{n_\tau(r) \cdot n_\tau(d)}$	(3.397)
Zu beachten:			
Für $K_{f,zd} < 1$ gilt $K_{f,zd} = 1$	Für $K_{f,b}(d_p) < \frac{n_\sigma(r)}{n_\sigma(r_p)}$ gilt $K_{f,b}(d_p) = \frac{n_\sigma(r)}{n_\sigma(r_p)}$		
Für $K_{f,s} < 1$ gilt $K_{f,s} = 1$	Für $K_{f,t}(d_p) < \frac{n_\tau(r)}{n_\tau(r_p)}$ gilt $K_{f,t}(d_p) = \frac{n_\tau(r)}{n_\tau(r_p)}$		

Zur Definition der Kerbwirkungszahl bei Biegung ist folgendes zu beachten:

Die Kerbwirkungszahl für den rechnerischen Festigkeitsnachweis gemäß FKM-Richtlinie entspricht dem Verhältnis zwischen Zugdruckwechselfestigkeit der glatten Probe und der Biege-Wechselfestigkeit des gekerbten Bauteils. Im Gegensatz dazu beschreibt die experimentell ermittelte Kerbwirkungszahl nach Abschnitt 3.8.3 das Verhältnis der Biege-Wechselfestigkeiten zwischen glatter und gekerbter Probe, was hier berücksichtigt wird.

Tabelle 3.64: Berechnung der Kerbwirkungszahlen aus experimentellen Werten

Vergleichbar zum Nennspannungsnachweis werden auch beim Ermüdungsfestigkeitsnachweis mit örtlichen Spannungen die eingangs angeführten Faktoren zur Berücksichtigung der Kerbwirkung K_F , Rauheit K_R , Randschicht K_V , Schutzschicht K_S und des nichtlinear-elastischen Spannungs-Dehnungs-Verhaltens von GJL bei Biegung $K_{NL,E}$ zu den folgenden Konstruktionsfaktoren K_{WK} nichtgeschweißter Bauteile für Normalspannung und für Schubspannung zusammengefasst:

$$K_{WK,\sigma} = \frac{1}{n_\sigma} \cdot \left[1 + \frac{1}{\tilde{K}_f} \cdot \left(\frac{1}{K_R} - 1 \right) \right] \cdot \frac{1}{K_V \cdot K_S \cdot K_{NL,E}} \quad (3.398)$$

$$K_{WK,\tau} = \frac{1}{n_\tau} \cdot \left[1 + \frac{1}{\tilde{K}_f} \cdot \left(\frac{1}{K_R} - 1 \right) \right] \cdot \frac{1}{K_V \cdot K_S} \quad (3.399)$$

Sollten mehrere Normalspannungs- oder Schubspannungskomponenten vorliegen, so sind die Konstruktionsfaktoren für diese Spannungskomponenten jeweils getrennt zu bestimmen. Liegt die Spannungskomponente σ_3 senkrecht zur Oberfläche, so gilt grundsätzlich:

$$K_{WK,\sigma 3} = 1 \quad (3.400)$$

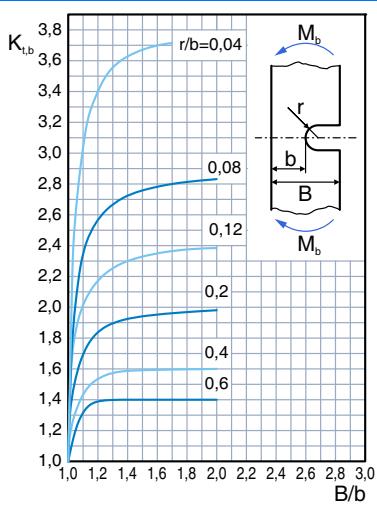
Auf die Berechnung der Stützzahlen n_σ bzw. n_τ wird anschließend genauer eingegangen, zunächst ist jedoch für die weitere Berechnung die Bestimmung eines Schätzwertes der Kerbwirkungszahl \tilde{K}_f erforderlich. Hierzu können in erster Näherung die Werte aus Tabelle 3.65 genutzt werden.

Werkstoffgruppe	Stahl / Alu-Knet	GS	GJS	GJM / Alu-Guss	GJL
Kerbwirkungszahl \tilde{K}_f	2,0	2,0	1,5	1,2	1,0

Tabelle 3.65: Schätzwerte der Kerbwirkungszahl \tilde{K}_f in Abhängigkeit von der Werkstoffgruppe nach [3.50]

Eine genauere Möglichkeit der Abschätzung ist mithilfe einer sogenannten Ersatzstruktur (beispielhaft dargestellt in Tabelle 3.66) und der folgenden Zusammenhänge für Normalspannungen und Schubspannungen möglich:

$$\tilde{K}_f = \text{MAX} \left(\frac{K_{t,\sigma}}{n_\sigma}; 1 \right) \text{ (Normal)} \quad \tilde{K}_f = \text{MAX} \left(\frac{K_{t,\tau}}{n_\tau}; 1 \right) \text{ (Schub)} \quad (3.401)$$



Zur Abschätzung der Formzahl für Normalspannung $K_{t,\sigma}$ und für Schubspannung $K_{t,\tau}$ soll einheitlich in Abhängigkeit vom Kerbradius r und der Wanddicke b die folgende Näherung gelten:

$$K_{t,\sigma} = K_{t,\tau} = \text{MAX} \left(10^{0,066 - 0,36 \cdot \lg \frac{r}{b}}; 1 \right) \quad (3.402)$$

Zu beachten ist, dass diese Gleichung nur für die links abgebildete Ersatzstruktur eines Flachstabes mit einseitiger, tiefer Kerbe bei Biegung gilt. Ferner gilt die Näherung als vorläufig und ist mit entsprechender Vorsicht anzuwenden [3.50].

Weitere Ersatzstrukturen sind in Abschnitt 3.8.3 zu finden.

Tabelle 3.66: Formzahl für eine Ersatzstruktur für große Verhältnisse von B / b nach [3.50]

Die hauptsächlich zur Abschätzung erforderlichen Größen Kerbradius r und Wanddicke b sind entsprechend der gegebenen Struktur zu bestimmen. Ist der Kerbradius r nicht direkt aus der Geometrie der Struktur abzuleiten, so kann er aus dem bezogenen Spannungsgefälle bzw. näherungsweise fiktiv bestimmt werden (s.a. Tabelle 3.71 – Bezogenes Spannungsgefälle für einfache Bauteilformen):

$$r = \frac{2}{G_\sigma} \text{ (Normalspannung)} \quad r = \frac{1}{G_\tau} \text{ (Schubspannung)} \quad (3.403)$$

In gleicher Weise ist auch bei der Bestimmung der Wanddicke b vorzugehen. Sofern sich diese nicht direkt aus der Struktur ergibt, kann sie über den gleichwertigen Durchmesser d_{eff} unter Verwendung von Tabelle 3.27 bestimmt werden, wobei je nach Werkstoffgruppe noch die zwei Fälle gemäß Tabelle 3.67 zu unterscheiden sind.

Fall 1	Für Bauteile (auch Schmiedeteile) aus vergütetem Vergütungsstahl, aus Einsatzgehärtetem Einsatzstahl, aus vergütetem und nitriertem Nitrierstahl, aus Vergütungsstahlguss, GJS, GJM und GJL ergibt sich unter Nutzung von Tabelle 3.27 folgender Zusammenhang:	$b = \frac{d_{eff}}{2} \quad (3.404)$
Fall 2	Für Bauteile (auch Schmiedeteile) aus unlegiertem Baustahl, aus Feinkornbaustahl, aus normalgeglühtem Vergütungsstahl und aus allgemeinem Stahlguss und aus Aluminiumwerkstoff gilt unter Nutzung von Tabelle 3.27 folgender Zusammenhang:	$b = d_{eff} \quad (3.405)$

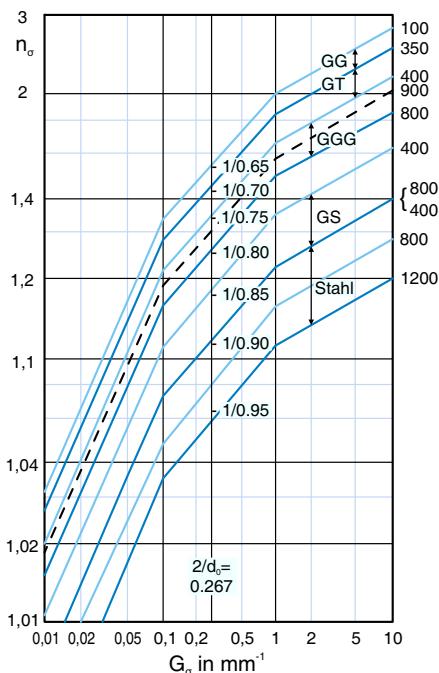
Tabelle 3.67: Wanddicke b in Abhängigkeit von der Werkstoffgruppe nach [3.50]

Anhand der bisher beschriebenen Konstruktionsfaktoren für beide Nachweisarten (Nennspannungen und örtliche Spannungen) wird deutlich, dass die Bestimmung der erforderlichen Kerbwirkungszahlen auf der Grundlage von Kerbformzahlen nur unter Verwendung sogenannter Stützwirkungskonzepte gelingt (s.a. Abschnitt 3.6.2). Die Beschreibung dieser Stützwirkung erfolgt mit den bereits oben erwähnten Stützzahlen, auf deren genauere Ermittlung im Folgenden näher eingegangen wird.

Zur Berechnung der Stützzahlen stehen in der FKM-Richtlinie zwei unterschiedliche Verfahren zur Verfügung [3.50].

- 1 Beim älteren Stützwirkungskonzept nach Erich Siebel (deutscher Maschinenbauingenieur, 1891 bis 1961, Professor an der TH Stuttgart und Direktor der Materialprüfungsanstalt Stuttgart) und Manfred Stieler (Doktorand bei Prof. Stieler bis 1954) hängt die Stützzahl n_σ wesentlich vom bezogenen Spannungsgefälle G_σ ab (s.a. Abschnitt 3.6.2) [3.138], [3.152]. Dieses Verfahren findet sich nicht nur in der FKM-Richtlinie, sondern auch in der DIN 743 zur Berechnung der Tragfähigkeit von Wellen und Achsen [3.12].
- 2 Die 6. Ausgabe der FKM-Richtlinie wird erweitert um eine werkstoffmechanisch begründete Stützzahl, die vor allem bei scharfen Kerben Festigkeitsreserven erschließt und darüber hinaus auch den statistischen Größeneinfluss berücksichtigt [3.50].

Da das ältere Verfahren nach Siebel / Stieler deutlich einfacher in der Anwendung ist, wird zunächst darauf eingegangen, wobei die wesentlichen Berechnungsgleichungen in Abbildung 3.108 zusammengestellt sind.



Die Stützzahlen für Normalspannung $n_\sigma(r)$ und $n_\sigma(d)$ berechnen sich je nach bezogenem Spannungsgefälle $G_\sigma(r)$ bzw. $G_\sigma(d)$ mit den unten angegebenen werkstoffabhängigen Konstanten a_G und b_G wie folgt. Für $G_\sigma \leq 0,1 \text{ mm}^{-1}$ gilt:

$$n_\sigma = 1 + G_\sigma \cdot \text{mm} \cdot 10^{-\left(a_G - 0,5 + \frac{R_m}{b_G \cdot \text{MPa}}\right)}$$

Für $0,1 \text{ mm}^{-1} < G_\sigma \leq 1 \text{ mm}^{-1}$ gilt:

$$n_\sigma = 1 + \sqrt{G_\sigma \cdot \text{mm}} \cdot 10^{-\left(a_G + \frac{R_m}{b_G \cdot \text{MPa}}\right)}$$

Für $1 \text{ mm}^{-1} < G_\sigma \leq 100 \text{ mm}^{-1}$ gilt:

$$n_\sigma = 1 + \sqrt[4]{G_\sigma \cdot \text{mm}} \cdot 10^{-\left(a_G + \frac{R_m}{b_G \cdot \text{MPa}}\right)}$$

Das Diagramm darf erweitert werden bis zu einem Wert von $G_\sigma = 100 \text{ mm}^{-1}$.

Die Zahlenwerte 1 / 0,65 bis 1 / 0,95 gelten für die Werkstoffprobe (Durchmesser $d_0 = 7,5 \text{ mm}$) und berücksichtigen den Unterschied der Wechselfestigkeitskennwerte für Zugdruck und für Biegung. Folgende Eckwerte für $G_\sigma = 1 \text{ mm}^{-1}$ sind im Diagramm nicht eingetragen:

Nichtrostende Stähle: Eckwerte für $G_\sigma = 1 \text{ mm}^{-1}$:	größter Wert: $n_\sigma = 1,27$ für $R_m = 400 \text{ MPa}$ kleinster Wert: $n_\sigma = 1,14$ für $R_m = 1070 \text{ MPa}$						
Aluminiumknetwerkstoff: Eckwerte für $G_\sigma = 1 \text{ mm}^{-1}$:	größter Wert: $n_\sigma = 1,69$ für $R_m = 95 \text{ MPa}$ kleinster Wert: $n_\sigma = 1,18$ für $R_m = 590 \text{ MPa}$						
Aluminiumgusswerkstoff: Eckwerte für $G_\sigma = 1 \text{ mm}^{-1}$:	größter Wert: $n_\sigma = 2,02$ für $R_m = 130 \text{ MPa}$ kleinster Wert: $n_\sigma = 1,88$ für $R_m = 330 \text{ MPa}$						
Werkstoffgruppe	Nichtrostender Stahl	Anderer Stahl	GS	GJS	GJM GJL	Alu-Knet	Alu-Guss
a_G	0,40	0,50	0,25	0,05	- 0,05	0,05	- 0,05
b_G	2400	2700	2000	3200	3200	850	3200

Abbildung 3.108: Stützzahl n_σ nach Stieler nach [3.50]

Wenn gleich Abbildung 3.108 zunächst nur die Stützzahlen n_σ für Normalspannungen enthält, so lassen sich die Stützzahlen für Schubspannungen $n_t(r)$ und $n_t(d)$ in Abhängigkeit vom bezogenen Spannungsgefälle $G_t(r)$ bzw. $G_t(d)$ mit denselben Gleichungen ermitteln. Hierzu ist die Zugfestigkeit R_m mithilfe des Schubwechselfestigkeitsfaktor $f_{W,t}$ nach Tabelle 3.61 zu ersetzen durch $f_{W,t} \cdot R_m$.

Liegen randschichtgehärtete Bauteile vor (Bauteile mit chemisch-thermischer oder mit thermischer Randschichtverfestigung), so ist als Besonderheit zu beachten, dass die Stützzahlen im Vergleich zu nicht randschichtgehärteten Bauteilen aufgrund folgender Zusammenhänge niedriger sind:

- 1 Liegt der Anrißort am Rand, so ist die Stützzahl niedriger wegen der höheren Randzugfestigkeit (Zugfestigkeit der harten Randschicht) des Bauteiles im Vergleich mit der geringeren Kernzugfestigkeit (Zugfestigkeit des weichen Kernes entsprechend Werkstoffnorm).
- 2 Liegt der Anrißort im Kern, so ist die Stützzahl niedriger wegen des geringeren bezogenen Spannungsgefälles im Kern des Bauteiles im Vergleich mit dem höheren bezogenen Spannungsgefälle am Rand.

Dabei lässt sich die Randzugfestigkeit näherungsweise aus der Vickershärte HV der harten Randschicht zu $R_m = (3,3 \cdot HV) \cdot \text{MPa}$ bestimmen. Allerdings gilt dieser Zusammenhang nicht speziell für gehärtete Randschichten, weshalb die Anwendung mit Vorsicht zu erfolgen hat. Auf keinen Fall darf aus der so bestimmten Zugfestigkeit die Wechselfestigkeit der harten Randschicht berechnet werden, d.h. $\sigma_{W,zd} \neq f_{W,\sigma} \cdot R_m$.

In Erweiterung zu dem einfach handhabbaren Verfahren zur Bestimmung der Stützzahl nach Siebel / Stieler wird in der aktuellen Ausgabe der FKM-Richtlinie ein erweitertes Verfahren der sogenannten werkstoffmechanischen Stützzahl n_σ vorgeschlagen. Diese Stützzahl n_σ besteht aus der statistischen Stützzahl n_{st} , der verformungsmechanischen Stützzahl n_{vm} und der bruchmechanischen Stützzahl n_{bm} , um die jeweiligen Einflüsse getrennt erfassen zu können:

$$n_\sigma = n_{st} \cdot n_{vm} \cdot n_{bm} \quad (3.406)$$

Dabei ist zu beachten, dass die Stützzahl bei hohen Spannungsgradienten deutlich über derjenigen nach Stieler liegen kann, bei kleinen Gradienten auch darunter. Es können sogar Stützzahlen kleiner als 1 auftreten, da sich der Anteil des statistischen Größeneinflusses insbesondere bei großen, hoch beanspruchten Bauteilbereichen auch mindernd auf die Ermüdungsfestigkeit auswirken kann.

Im Folgenden wird näher auf die Berechnung der einzelnen Stützzahlen eingegangen:

- 1 Statistische Stützzahl n_{st} – diese ist für alle Spannungsarten gleich und berechnet sich aus dem Verhältnis der hochbeanspruchten Oberfläche einer Referenzprobe $A_{ref,st}$ und der hoch beanspruchten Oberfläche des betrachteten Bauteils $A_{\sigma,st}$ unter Verwendung der vorläufig festgelegten Werte für den Weibull-Exponenten k_{st} nach Tabelle 3.68:

$$n_{st} = \left(\frac{A_{ref,st}}{A_{\sigma,st}} \right)^{\frac{1}{k_{st}}} \quad (3.407)$$

Als Referenzprobengeometrie $A_{ref,st}$ wird eine zylindrische Rundprobe mit einem Durchmesser von 8 mm und einem zylindrischen Abschnitt von 20 mm verwendet, so dass sich eine Fläche von $A_{ref,st} = 500 \text{ mm}^2$ ergibt.

Werkstoffgruppe	Stahl	GS	GJS, GJM, GJL	Alu-Knet	Alu-Guss
k_{st}	30	15	10	20	10

Tabelle 3.68: Weibull-Exponent k_{st} nach [3.50]

Zur Bestimmung der hoch beanspruchten Oberfläche des beanspruchten Bauteils $A_{\sigma,st}$ können beim Nachweis mit Nennspannungen für einfache Geometrien die in Tabelle 3.69 angegebene Werte verwendet werden. Dabei wird die hochbeanspruchte Oberfläche immer dann verwendet, wenn der Ermüdungsbruch von der Bauteilloberfläche oder von der oberflächennahen Randschicht ausgeht, was meistens der Fall ist.

Geometrie			
Spannungsart	Zugdruck	Zugdruck, Biegung	Zugdruck, Biegung
$A_{\sigma,st}$	$b \cdot \rho$	$b \cdot \rho$	$0,8 \cdot b \cdot \rho$
Geometrie			
Spannungsart	Zugdruck, Umlaufbiegung, Torsion	Biegung	Zugdruck, Umlaufbiegung, Torsion
$A_{\sigma,st}$	$\pi \cdot a \cdot \rho$	$0,3 \cdot \pi \cdot a \cdot \rho$	$0,8 \cdot \pi \cdot a \cdot \rho$
			$0,24 \cdot \pi \cdot a \cdot \rho$

Tabelle 3.69: Hoch beanspruchte Fläche $A_{\sigma,st}$ nach [3.50]

Wird der Nachweis mit örtlichen Spannungen geführt, so ist die hoch beanspruchte Oberfläche des betrachteten Bauteils auf der Grundlage von Finite-Elemente-Rechnungen zu ermitteln, wobei für genauere Informationen zum Vorgehen auf die weiterführende Literatur verwiesen wird [3.11], [3.50], [3.55], [3.141]. Insbesondere das Verfahren nach Diemar zeichnet sich durch seine einfache Handhabung aus [3.11].

Liegt der Ausgangspunkt des Ermüdungsbruchs jedoch im Bauteilinneren, so wird anstelle der hoch beanspruchten Oberfläche das hoch beanspruchte Volumen maßgebend. Dieses hoch beanspruchte Volumen $V_{\sigma,st}$ ist immer auf der Grundlage von örtlichen Spannungen zu ermitteln, auch beim Nachweis mit Nennspannungen [3.50].

2 Verformungsmechanische Stützzahl n_{vm} – diese berücksichtigt für alle Spannungsarten in gleicher Weise die Makrostützwirkung nach Neuber und wird für duktile Stähle und Aluminiumknetlegierungen bestimmt [3.95].

Somit gilt für alle anderen Werkstoffgruppen:

$$n_{vm} = 1 \quad (3.408)$$

Für duktile Stähle und Aluminiumknetlegierungen berechnet sich mit der Werkstoff-Wechselfestigkeit nach Gleichung (3.382), dem Elastizitätsmodul E nach Tabelle 3.35, der statistischen Stützzahl n_{st} nach Gleichung (3.407) und dem Fak-

tor $n' (n' = 0,15 \text{ für Stahl und } n' = 0,11 \text{ für Aluminium})$ die verformungsmechanische Stützzahl n_{vm} zu:

$$n_{vm} = \sqrt{1 + \frac{E \cdot \varepsilon_{pl,W}}{\sigma_W} \cdot (n_{st})^{\frac{1}{n'} - 1}} \quad (3.409)$$

Hierin bezeichnet $\varepsilon_{pl,W}$ die dauerfest ertragbare, wechselplastische Dehnung, die sich werkstoffabhängig (für Stahl unter Verwendung der Werkstoffzugfestigkeit R_m nach Gleichung (3.292) und (3.293)) wie folgt berechnen lässt:

$$\varepsilon_{pl,W} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \Psi \text{ für Stahl mit } \Psi = 1 \text{ bis } R_m \leq 630 \text{ MPa} \quad (3.410)$$

$$\text{und } \Psi = 1 - 0,375 \cdot \left(\frac{R_m}{630 \text{ MPa}} - 1 \right) \text{ ab } R_m > 630 \text{ MPa} \quad (3.411)$$

$$\varepsilon_{pl,W} = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ für Aluknetlegierungen} \quad (3.412)$$

$$\varepsilon_{pl,W} = 0 \text{ für sonstige, insbesondere Gusswerkstoffe} \quad (3.413)$$

3 Bruchmechanische Stützzahl n_{bm} – diese erfasst das langsamere Wachstum eines Ermüdungsanrisses in einem gradientenbehafteten Beanspruchungsfeld im Vergleich zu einem homogenen Feld gleicher Maximalbeanspruchung, wobei zwischen dem Nachweis mit Nennspannungen und mit örtlichen Spannungen unterschieden wird. Für den Nachweis mit Nennspannungen gilt:

$$n_{bm} = \frac{1}{\frac{n_{vm} \cdot n_{st}}{K_t} + \sqrt{\frac{2 - 3 \cdot K_t^{-1} + K_t^{-3}}{4 \cdot G_\sigma \cdot a^*}}} \text{ mit } a^* = 0,1 \text{ mm} \cdot \left(\frac{R_{m,bm}}{R_m} \right)^2 \quad (3.414)$$

Für den Nachweis mit örtlichen Spannungen gilt folgender Zusammenhang:

$$n_{bm} = \frac{5 + \sqrt{G \cdot mm}}{5 \cdot n_{vm} \cdot n_{st} + \frac{R_m}{R_{m,bm}} \cdot \sqrt{\frac{7,5 + \sqrt{G \cdot mm}}{1 + 0,2 \cdot \sqrt{G \cdot mm}}}} \quad (3.415)$$

Hierin bezeichnen n_{vm} die verformungsmechanische Stützzahl gemäß Gleichung (3.409), n_{st} die statistische Stützzahl nach Gleichung (3.407), K_t die Formzahl je nach Spannungsart gemäß Abschnitt 3.8.3, a^* die Mikrostrukturlänge und G_σ und G die bezogenen Spannungsgefälle. Die Zugfestigkeit R_m ergibt sich aus Gleichung (3.292) und (3.293) und die Referenzzugfestigkeit $R_{m,bm}$ ist Tabelle 3.70 zu entnehmen.

Werkstoffgruppe	Stahl	Aluminium
$R_{m,bm}$ [MPa]	680	270

Tabelle 3.70: Referenzzugfestigkeit $R_{m,bm}$ nach [3.50]

Sollte sich für die bruchmechanische Stützzahl n_{bm} aus den Gleichungen (3.414) und (3.415) ein Wert kleiner eins ergeben, so gilt:

$$n_{bm} = 1 \quad (3.416)$$

Bevor im Folgenden genauer auf die Berechnung der bezogenen Spannungsgefälle G_σ und G eingegangen wird, sei darauf verwiesen, dass die Stützzahlen für Schubspannungen n_τ in gleicher Weise mit Gleichung (3.406) berechnet werden wie für Normalspannungen n_σ .

Für den Ermüdungsfestigkeitsnachweis mit Nennspannungen berechnet sich das Gesamtspannungsgefälle G_σ bzw. G_τ gemäß Tabelle 3.71 aus dem bezogenen Nennspannungsgefälle infolge der Belastung (Biegung, Torsion; „globales Spannungsgefälle“) in Abhängigkeit vom Durchmesser bzw. der Abmessung d und dem lokal bezogenen Spannungsgefälle $G_\sigma(r)$ bzw. $G_\tau(r)$ infolge der Kerbe („örtliches Spannungsgefälle“) nach Tabelle 3.71:

$$G_\sigma(d) = G_\tau(d) = \frac{2}{d} \quad (3.417)$$

Bauteilform ¹⁾	$G_\sigma(r)$ ^{2) 3)}	$G_\tau(r)$ ⁴⁾	
	$\frac{2}{r} \cdot (1 + \varphi)$	$\frac{1}{r}$	Das Gesamtspannungsgefälle für die bruchmechanische Stützzahl berechnet sich aus dem globalen Spannungsgefälle (Gleichung (3.417)) und dem lokalen bezogenen Spannungsgefälle gemäß nebenstehender Bauteilform wie folgt:
	$\frac{2,3}{r} \cdot (1 + \varphi)$	$\frac{1,15}{r}$	$G_\sigma = G_\sigma(d) + G_\sigma(r) \quad (3.418)$ $G_\tau = G_\tau(d) + G_\tau(r)$
	$\frac{2}{r} \cdot (1 + \varphi)$	-	¹⁾ Sofern $r > 0$, gelten die Gleichungen näherungsweise auch für Längsbohrungen bei Rundstäben.
	$\frac{2,3}{r} \cdot (1 + \varphi)$	-	²⁾ $\varphi = 0$ für $t/d > 0,25$ oder $t/b > 0,25$ $\varphi = \frac{1}{4 \cdot \sqrt{\frac{t}{r} + 2}}$ für $t/d \leq 0,25$ bzw. $t/b \leq 0,25$
	$\frac{2,3}{r}$	-	³⁾ Das bezogene Spannungsgefälle $G_\sigma(r)$ gilt für Zugdruck und Biegung. Der Unterschied wird mit der Stützzahl $n_\sigma(d)$ in den Gleichungen (3.394) bis (3.397) berücksichtigt.
Rundstab oder Flachstab			⁴⁾ Das bezogene Spannungsgefälle $G_\tau(r)$ gilt für Schub und Torsion. Der Unterschied wird mit der Stützzahl $n_\tau(d)$ in den Gleichungen (3.394) bis (3.397) berücksichtigt.

Tabelle 3.71: Bezogenes Spannungsgefälle $G_\sigma(r)$ und $G_\tau(r)$ für einfache Bauteilformen nach [3.50]

Beim Nachweis mit örtlichen Spannungen lässt sich das zur Berechnung der Stützzahlen erforderliche bezogene Spannungsgefälle senkrecht zur Spannungsrichtung bei punktweise bestimmten Spannungssamplituden für die Normalspannung σ_a und für die Schubspannung τ_a mit den Zusammenhängen nach Abbildung 3.109 bestimmen.

Dabei wird gemäß Gleichung (3.420) die Tangente an der Stelle der Randspannung σ_{1a} näherungsweise durch eine Sekante ersetzt. Bei der Festlegung der Stützpunkte ist darauf zu achten, dass die maximalen Werte für G_σ und G_τ berechnet werden.

Sofern keine punktweise bestimmten Spannungsamplituden – z.B. aus Finite-Elemente-Berechnungen – gemäß Abbildung 3.109 vorliegen, lässt sich das bezogene Spannungsgefälle an der Stelle der maximalen Spannung für Normalspannung und für Schubspannung näherungsweise mit dem Radius r (Einfluss der Konstruktion) und der Abmessung d (Einfluss der Belastung bei Biegung oder Torsion) wie folgt berechnen:

$$G_\sigma = \frac{2}{r} + \frac{2}{d} \quad \text{und} \quad G_\tau = \frac{1}{r} + \frac{2}{d} \quad (3.419)$$

$G_\sigma = \frac{1}{\sigma_{1a}} \cdot \frac{\Delta\sigma_a}{\Delta s} = \frac{1}{\Delta s} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{2a}}{\sigma_{1a}} \right) \quad (3.420)$ $G_\tau = \frac{1}{\tau_{1a}} \cdot \frac{\Delta\tau_a}{\Delta s} = \frac{1}{\Delta s} \cdot \left(1 - \frac{\tau_{2a}}{\tau_{1a}} \right)$	
σ_{1a} und τ_{1a} : Spannungsamplituden am Rand σ_{2a} und τ_{2a} : Spannungsamplituden bei Δs	Δs : Abstand des Nachbarpunktes vom Rand

Abbildung 3.109: Bezugenes Spannungsgefälle aus punktweise bestimmten Spannungsamplituden nach [3.50]

Sollte kein Spannungsgefälle vorhanden sein, dann entsteht auch keine Stützwirkung, so dass für die Stützzahlen demzufolge $n_\sigma = n_\tau = 1$ gilt.

Üblicherweise entsteht ein Spannungsgefälle senkrecht zur Spannungsrichtung, weshalb bei einem Spannungsgefälle in Spannungsrichtung – was nur die Spannung σ_3 senkrecht zur Oberfläche des Bauteiles betrifft – das Spannungsgefälle ebenfalls nicht berücksichtigt wird, so dass $n_{\sigma,3} = 1$ gilt.

Oftmals liegen bei einer Konstruktion zwei Kerbstellen so nahe beieinander, dass sich ihre Wirkungen gegenseitig beeinflussen bzw. überlagern. Wenngleich sich durch solche Überlagerungen zuweilen auch eine Minderung der Kerbwirkung ergeben kann (s.a. Abbildung 3.69 und 3.70), so ist in den meisten Fällen zunächst davon auszugehen, dass eine Verstärkung der Kerbwirkung eintritt.

Beim Nachweis mit Nennspannungen ermittelt man für solch einen Fall aus den Teilkerbwirkungszahlen $K_{f,1}$ und $K_{f,2}$ die Gesamtkerbwirkungszahl K_f wie folgt:

$$K_f = 1 + (K_{f,1} - 1) + (K_{f,2} - 1) \quad (3.421)$$

Wird der Nachweis mit örtlichen Spannungen geführt und liegen im Falle überlagerter Kerben keine punktweise bestimmten Spannungsamplituden gemäß Abbildung 3.109 vor, so ist aus den einzelnen bezogenen Spannungsgefällen G_1 bzw. G_2 für die jeweilige Einzelkerbe das folgende gesamte Spannungsgefälle G zu berechnen, woraus sich dann im günstigsten Fall die Gesamtstützzahl n ergibt:

$$G = G_1 + G_2 \quad (3.422)$$

Sofern kein Radius angegeben ist, kann dieser näherungsweise mit Gleichung (3.419) berechnet werden (z. B. $r \approx 2 / G_o$).

Für beide Nachweisarten gilt grundsätzlich, dass bei einem Abstand beider Kerben von $2 \cdot r$ und größer (wobei r der größere der beiden Radien ist) keine Überlagerung mehr berücksichtigt werden muss, da man annimmt, dass der Wert $2 \cdot r$ wahrscheinlich auf der sicheren Seite liegt [3.50].

Neben den bisher beschriebenen Bauteilkerben aufgrund der makroskopischen Gestalt hat auch die Oberflächenrauheit einen Einfluss auf die Ermüdungsfestigkeit, der mithilfe der Rauheitsfaktoren $K_{R,\sigma}$ bzw. $K_{R,\tau}$ erfasst wird.

Für polierte Bauteile, also den besten Oberflächenzustand, ist verständlicherweise kein minderer Einfluss festzustellen, weshalb für diesen Fall gilt:

$$K_{R,\sigma} = K_{R,\tau} = 1 \quad (3.423)$$

Weist das Bauteil jedoch eine Walzhaut, Schmiedehaut oder Guss Haut auf, so wird zur Beschreibung dieses schlechtesten Oberflächenzustandes eine mittlere Rauheit von $R_z = 200 \mu\text{m}$ angenommen.

In Abhängigkeit vom Bearbeitungszustand der Oberfläche (poliert, geschliffen, geschlichtet, geschruppt) und der sich daraus ergebenden mittleren Rauheit der Oberfläche des Bauteiles R_z nach DIN 4768 lässt sich nun aus Abbildung 3.110 der Rauheitsfaktor für Normalspannung $K_{R,\sigma}$ bzw. für Schubspannung $K_{R,\tau}$ in Abhängigkeit von der Zugfestigkeit R_m sowie der Konstanten $a_{R,\sigma}$ und der minimalen Zugfestigkeit $R_{m,N,min}$ nach Tabelle 3.72 und dem Schubwechselfestigkeitsfaktor nach Tabelle 3.61 entnehmen, bzw. mithilfe der folgenden Gleichungen bestimmen [3.14]:

$$K_{R,\sigma} = 1 - a_{R,\sigma} \cdot \lg\left(\frac{R_z}{\mu\text{m}}\right) \cdot \lg\left(\frac{2 \cdot R_m}{R_{m,N,min}}\right) \quad (3.424)$$

$$K_{R,\tau} = 1 - f_{W,\tau} \cdot a_{R,\sigma} \cdot \lg\left(\frac{R_z}{\mu\text{m}}\right) \cdot \lg\left(\frac{2 \cdot R_m}{R_{m,N,min}}\right) \quad (3.425)$$

Werkstoffgruppe	Stahl	GS	GJS	GJM	GJL	Alu-Knet	Alu-Guss
$a_{R,\sigma}$	0,22	0,20	0,16	0,12	0,06	0,22	0,20
$R_{m,N,min} [\text{MPa}]$	400	400	400	350	100	133	133

Tabelle 3.72: Konstanten $a_{R,\sigma}$ und minimale Zugfestigkeit in der Werkstoffgruppe $R_{m,N,min}$ nach [3.50]

Dabei ist zu beachten, dass bei randschichtgehärteten Bauteilen und bei einem Anrisssort am Rand der Rauheitsfaktor aufgrund der höheren Randzugfestigkeit R_m ungünstigere (kleinere) Werte annimmt als bei nicht randschichtgehärteten Bauteilen [3.50].

Weiterhin ist beim Nachweis mit Nennspannungen zu beachten, dass in Verbindung mit experimentell bestimmten Kerbwirkungszahlen der Rauheitsfaktor in der Regel nicht berücksichtigt werden muss, so dass $K_{R,\sigma} = K_{R,\tau} = 1$ gilt. Sollten sich jedoch die Rauheiten von Bauteil und Probe deutlich unterscheiden, sind die Werte für $K_{R,\sigma}$ und $K_{R,\tau}$ in den Gleichungen (3.390) bis (3.393) wie folgt zu ersetzen:

$$\tilde{K}_{R,\sigma} = \frac{K_{R,\sigma}(R_z)}{K_{R,\sigma}(R_{z,P})} \quad \text{und} \quad \tilde{K}_{R,\tau} = \frac{K_{R,\tau}(R_z)}{K_{R,\tau}(R_{z,P})} \quad (3.426)$$

Copyright

Daten, Texte, Design und Grafiken dieses eBooks, sowie die eventuell angebotenen eBook-Zusatzdaten sind urheberrechtlich geschützt. Dieses eBook stellen wir lediglich als **persönliche Einzelplatz-Lizenz** zur Verfügung!

Jede andere Verwendung dieses eBooks oder zugehöriger Materialien und Informationen, einschließlich

- der Reproduktion,
- der Weitergabe,
- des Weitervertriebs,
- der Platzierung im Internet, in Intranets, in Extranets,
- der Veränderung,
- des Weiterverkaufs und
- der Veröffentlichung

bedarf der **schriftlichen Genehmigung** des Verlags. Insbesondere ist die Entfernung oder Änderung des vom Verlag vergebenen Passwortschutzes ausdrücklich untersagt!

Bei Fragen zu diesem Thema wenden Sie sich bitte an: info@pearson.de

Zusatzdaten

Möglicherweise liegt dem gedruckten Buch eine CD-ROM mit Zusatzdaten bei. Die Zurverfügungstellung dieser Daten auf unseren Websites ist eine freiwillige Leistung des Verlags. **Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.**

Hinweis

Dieses und viele weitere eBooks können Sie rund um die Uhr und legal auf unserer Website herunterladen:

<http://ebooks.pearson.de>