Springer-Lehrbuch

Mikroökonomik für Bachelorstudenten

Bearbeitet von
Bernd Woeckener

2., völlig überarb. Aufl. 2011. Taschenbuch. xii, 220 S. Paperback
ISBN 978 3 642 16546 7
Format (B x L): 15,5 x 23,5 cm
Gewicht: 322 g

Kapitel 2
Die Entscheidungen der Haushalte

Inhalt

2.1 Einführung

In diesem Kapitel werden wir uns mit den zentralen Entscheidungen der privaten Haushalte beschäftigen: den Entscheidungen über die Höhe und die Struktur der Konsumgüternachfrage, der Entscheidung über das Ausmaß des Arbeitsangebots und der Entscheidung über die Höhe des Sparens, also über das Angebot von neuem Finanzkapital. Diese Entscheidungen sind sehr eng miteinander verknüpft. Mit dem aktuellen Arbeitsangebot liegt bei gegebenem Lohnsatz das Arbeitseinkommen und mit dem kumulierten Sparen der Vergangenheit bei gegebenem Zinssatz das aktuelle Vermögenseinkommen fest. Beides zusammen steht für den aktuellen

B. Woeckener, *Mikroökonomik für Bachelorstudenten,* Springer-Lehrbuch,
DOI 10.1007/978-3-642-16547-4_2, © Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011

Konsum und das aktuelle Sparen zur Verfügung. Somit ist klar, dass die Konsum-, Arbeitsangebots- und Sparentscheidungen vom Haushalt simultan zu treffen sind. Wir werden im Folgenden auf einen Haushalt schauen, der diese Entscheidungen in nutzenmaximaler Weise treffen will. Gegeben die Konsumgüterpreise, den Lohnsatz und den Zinssatz will er seine Konsumgütermengen, seine Arbeitszeit und seine Sparhöhe so festlegen, dass seinen Vorlieben bzw. Abneigungen bezüglich der verschiedenen Konsumgüter sowie hinsichtlich der Arbeit und des aktuellen Konsumverzichts zwecks Sparens möglichst gut entsprochen wird. Damit unterstellen wir in unseren Analysen durchweg rationales, also vernünftiges Verhalten. Viele – insbesondere auch nachhaltig irrationale – menschliche Verhaltensweisen bleiben damit außen vor. Diese gehören allerdings auch nicht zum Kern der ökonomischen Entscheidungstheorie verstanden als Lehre vom vernünftigen Umgang mit knappen Ressourcen und Gütern.

In den folgenden drei Abschnitten werden wir das an sich simultane Entscheidungskalkül eines nutzenmaximierenden Haushalts in drei sukzessiven Schritten analysieren. Der Abschn. 2.2 diskutiert, wie eine vorgegebene Ausgabensumme für den Konsum mittels der so genannten Konsumregel nutzenmaximal auf die verschiedenen Konsumgüter verteilt wird. Im Abschn. 2.3 zeigen wir, wie man über die so genannte Arbeitsregel das nutzenmaximale Ausmaß an Arbeit (bzw. Arbeitseinkommen) und Konsum (bzw. Konsumausgaben) findet. Und im Abschn. 2.4 werden wir schließlich darauf eingehen, wie man über die so genannte Sparregel die nutzenmaximale Aufteilung des Einkommens in Gegenwartskonsum und Zukunftskonsum und damit die nutzenmaximale Sparhöhe ermittelt. In allen drei Abschnitten gehen wir wieder von vollständiger Markttransparenz aus: Der Haushalt kennt seine Vorlieben und Abneigungen – seine so genannten Präferenzen – und die Preise sowie den Lohn- und den Zinssatz und die Eigenschaften der Konsumgüter. Im abschließenden Abschn. 2.5 werden wir darauf eingehen, was sich ändert, wenn der Haushalt Entscheidungen unter Unsicherheit treffen muss.

2.2 Konsumregel und Konsumgüternachfrage

In diesem Abschnitt geht es im Kern um die Konsumregel als Entscheidungsregel für die nutzenmaximale Verwendung einer vorgegebenen Konsumausgabensumme sowie um die aus dieser Regel ableitbaren Verläufe der Konsumgüternachfragefunktionen. Dabei ist zunächst vorab zu klären, wie man die Präferenzen eines Konsumgüternachfragers kardinal messbar operationalisieren kann.

2.2.1 Präferenzen und Budgetrestriktion

Die Beziehung zwischen dem Nutzenniveau u_j eines von uns betrachteten j-ten Haushalts einerseits und den Mengen der konsumierten Konsumgüter andererseits kann man mittels einer Nutzenindexfunktion erfassen. Dabei wollen wir im Folgenden stets die Menge eines herausgegriffenen Konsumgutes x_j explizit betrachten und die Mengen aller anderen Konsumgüter in einem Mengenindex X_j zusammenfassen. Damit lässt sich die Nutzenindexfunktion notieren als

$$u_j = u_j(X_j,\ x_j). \tag{2.1}$$

Im Regelfall wird das Nutzenniveau mit dem Konsumniveau steigen, d. h., der Grenznutzen als Mehrnutzen aus dem Konsum einer weiteren Einheit des Mengenindex bzw. des herausgegriffenen Gutes wird positiv sein:

$$\frac{\partial u_j}{\partial X_j}(X_j, x_j) > 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{\partial u_j}{\partial x_j}(X_j, x_j) > 0.$$

Gibt man für die Konsumgütermengen bestimmte numerische Werte vor, so erhält man kardinale Werte für den Nutzenindex und für den Grenznutzen. Anders als beispielsweise bei einer Produktionsfunktion die produzierten Mengen und Grenzproduktivitäten sind diese kardinalen Ausprägungen des Nutzenindex und des Grenznutzens jedoch nicht sinnvoll interpretierbar und kommunizierbar.

Daher greift man zur kardinalen Erfassung und Beschreibung einer Präferenzstruktur nicht direkt auf eine Nutzenindexfunktion zurück, sondern auf die aus dieser ableitbaren Grenzraten der Substitution im Konsum. Die Grenzraten der Substitution eines Konsumguts durch ein anderes Konsumgut geben an, auf wie viele Einheiten des substituierten Gutes ein Nachfrager ohne schlechter oder besser gestellt zu werden verzichten kann, wenn er eine Einheit mehr vom substituierenden Gut bekommt. Diese Grenzraten der Substitution sind sinnvoll kardinal bezifferbar und kommunizierbar. Kennt man für einen Haushalt die Grenzraten der Substitution zwischen allen Konsumgüterpaaren, so ist damit seine Präferenzstruktur hinsichtlich des Konsums erschöpfend kardinal erfasst und beschrieben. Wir werden im Folgenden mit den Grenzraten der Substitution aller übrigen Konsumgüter durch ein jeweils herausgegriffenes Konsumgut argumentieren. Dabei bezeichnet man alle übrigen Konsumgüter auch etwas unscharf als „die übrige Einkommensverwendung“. Die von uns betrachteten Grenzraten der Substitution geben also an, wie viele Einheiten der übrigen Einkommensverwendung (gemessen am Mengenindex über alle anderen Konsumgüter) bei konstant gehaltenem Nutzenniveau durch eine weitere Einheit des betrachteten Konsumgutes substituiert werden. Diese Grenzraten der Substitution entsprechen definitionsgemäß betragsmäßig den Steigungswerten einer Linie gleichen Nutzens in der X_j-x_j-Konsumebene. Da der Haushalt zwischen allen Punkten bzw. X_j-x_j-Kombinationen auf dieser Linie gleichen Nutzens indifferent ist, bezeichnet man sie auch als Indifferenzkurve. Diese Indifferenzkurven verlaufen typischerweise konvex zum Ursprung; dies illustriert die Abb. 2.1. Denn je mehr der Haushalt von dem betrachteten Gut schon konsumiert, umso weniger wird eine weitere Einheit dieses Gutes von den anderen Konsumgütern substituieren können. Oder anders herum formuliert: Je mehr von einem Konsumgut

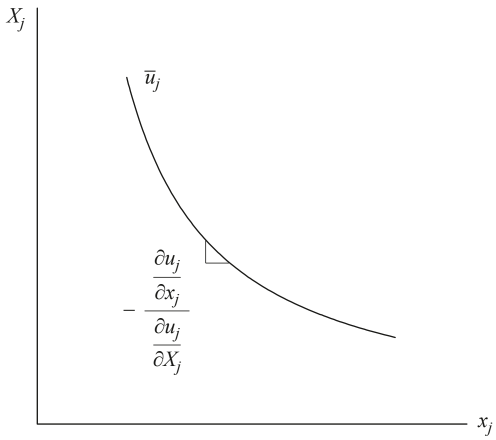


Abb. 2.1 Indifferenzkurve

schon konsumiert wird, umso weniger der übrigen Einkommensverwendung ist der Haushalt bereit für eine weitere Einheit dieses Gutes aufzugeben. Berechnet werden die Grenzraten der Substitution als Verhältnis der Grenznutzen

$$s_{X_j,x_j} = -\frac{dX_j}{dx_j} = \frac{\frac{\partial u_j}{\partial x_j}}{\frac{\partial u_j}{\partial X_j}}(X_j, x_j). \tag{2.2}$$

Dies folgt direkt aus dem Umstand, dass auf der Indifferenzkurve definitionsgemäß gelten muss

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} dx_j = -\frac{\partial u_j}{\partial X_j} dX_j.$$

Zum Mengenindex über alle anderen Konsumgüter gehört ein Preisindex P. Multipliziert man die Grenzraten der Substitution der übrigen Einkommensverwendung durch das betrachtete Konsumgut mit diesem Preisindex, so erhält man die maximale Grenzzahlungsbereitschaft, also die maximale Zahlungsbereitschaft für eine weitere Einheit des betrachteten Konsumguts:

$$\frac{\partial z_j}{\partial x_j} = P \frac{\frac{\partial u_j}{\partial x_j}}{\frac{\partial u_j}{\partial X_j}}(X_j, x_j). \tag{2.3}$$

Während die Grenzrate der Substitution eine Mengengröße ist (gemessen in Einheiten), ist die maximale Grenzzahlungsbereitschaft eine Wertgröße (z. B. gemessen in Euro). Diese Wertgröße gibt an, auf wie viel in Euro bewertete übrige Einkommensverwendung man maximal bereit ist zu verzichten, wenn man eine Einheit mehr von dem betrachteten Gut bekommt. Wie die Grenzraten der Substitution fallen die maximalen Grenzzahlungsbereitschaften mit zunehmender Ausgangsmenge des betrachteten Konsumgutes. Je mehr man von einem Gut schon konsumiert, desto weniger wird einem im Regelfall eine weitere Einheit wert sein.

Kumuliert man die maximalen Grenzzahlungsbereitschaften bis zu einer bestimmten Menge, so erhält man die maximale Zahlungsbereitschaft für diese Menge des Konsumgutes $z_j(x_j)$. Die maximale Zahlungsbereitschaft ist das bewertete Maß der Präferenz für die jeweilige Konsummenge. Zieht man von ihr die tatsächlichen Ausgaben px_j ab, so erhält man die so genannte Konsumentenrente

$$r_j = z_j(X_j,\ x_j; P) - px_j. \tag{2.4}$$

Die Konsumentenrente als Differenz zwischen jenem Betrag, den der Haushalt maximal zu zahlen bereit wäre, und jenem Betrag, den er tatsächlich zahlen muss, ist das Wohlfahrtsmaß auf der Konsumseite. Als Nutzenmaximierer wird der Haushalt jene Menge wählen, bei der diese Differenz maximal wird. Nutzenmaximierung ist also Konsumentenrentenmaximierung.

Der Nutzenmaximierung des Konsumenten wird durch die zur Verfügung stehende Konsumsumme C_j eine einzuhaltende Nebenbedingung gesetzt. Diese Nebenbedingung wird durch die Budgetrestriktion (Budgetgleichung) formalisiert:

$$C_j = px_j + PX_j. \tag{2.5}$$

Nach X_j aufgelöst ergibt das die Budgetgerade in der Konsumebene:

$$X_j = \frac{C_j}{P} - \frac{p}{P}x_j.$$

Die Abb. 2.2 zeigt eine solche Budgetgerade bzw. Budgetrestriktion. Die Budgetgerade ist der Ort aller mit der vorgegebenen Konsumsumme erwerbbaren Konsum-

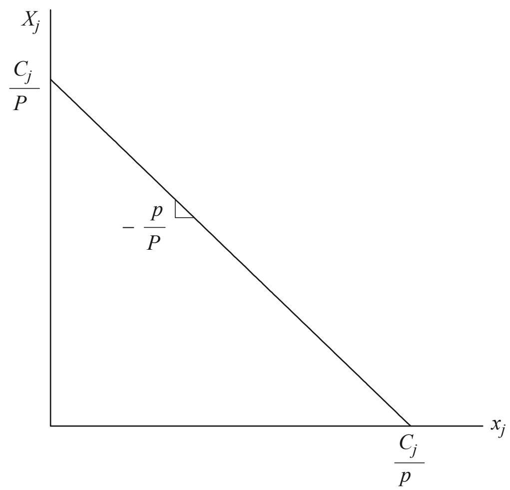


Abb. 2.2 Budgetrestriktion

gütermengenkombinationen. Ihre Steigung entspricht dem Verhältnis des Preises des betrachteten Konsumgutes zum Preisindex aller anderen Konsumgüter. Damit sagt der Steigungswert aus, auf wie viele Einheiten der übrigen Einkommensverwendung man verzichten muss, wenn man eine Einheit des betrachteten Gutes mehr kaufen will. Je höher die Konsumsumme ist, desto höher liegt die Budgetgerade.

2.2.2 Die Konsumregel

Nutzenmaximierung bedeutet für den Konsumenten, jene Konsumgütermengenkombination auf der vorgegebenen Budgetgerade zu realisieren, mit welcher er die höchstmögliche Indifferenzkurve erreicht. Das ist jene Mengenkombination, welche zu einem Tangentialpunkt zwischen seiner Budgetgerade und einer seiner Indifferenzkurven führt. Die Abb. 2.3 illustriert dies. In diesem Tangentialpunkt sind die Steigungen der sich tangierenden Funktionen definitionsgemäß gleich. Damit lautet die Nutzenmaximierungsbedingung: Wähle jene Mengenkombination von betrachtetem Konsumgut und übriger Einkommensverwendung, bei welcher die Grenzrate der Substitution der übrigen Einkommensverwendung durch das betrachtete Konsumgut dem Verhältnis des Preises des betrachteten Gutes zum Preisindex aller anderen Konsumgüter entspricht. Diese Nutzenmaximierungsbedingung für die Aufteilung einer gegebenen Konsumsumme auf die verschiedenen Konsumgüter bezeichnen wir als Konsumregel.

Als Gleichung gefasst lautet diese erste Formulierung der Konsumregel

$$\frac{p}{P} = \frac{\dfrac{\partial u_j}{\partial x_j}}{\dfrac{\partial u_j}{\partial X_j}}(X_j, x_j). \tag{2.6}$$

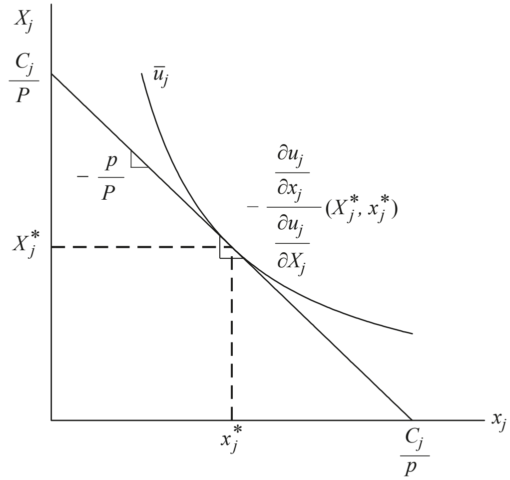


Abb. 2.3 Erste Formulierung der Konsumregel

Ihre ökonomische Logik wird deutlich, wenn man sich noch einmal die ökonomische Aussage der beiden Steigungswerte vergegenwärtigt. Die obige Grenzrate der Substitution gibt an, wie viele Einheiten der übrigen Einkommensverwendung auf der Indifferenzkurve durch eine weitere Einheit des betrachteten Gutes substituiert werden. Das obige Preisverhältnis gibt an, auf wie viele Einheiten der übrigen Einkommensverwendung man verzichten muss, wenn man eine Einheit des betrachteten Gutes mehr kaufen will. Solange die Grenzrate noch größer ist als dieses Preisverhältnis, kann man seinen Nutzen erhöhen, indem man auf Einheiten der übrigen Einkommensverwendung verzichtet und dafür mehr vom betrachteten Gut kauft. Ist die Grenzrate kleiner als dieses Preisverhältnis, so kann man seinen Nutzen noch erhöhen, indem man auf Einheiten des betrachteten Gutes verzichtet und dafür andere Konsumgüter kauft.

Eine zweite Formulierung der Konsumregel erhält man, wenn man in der Formulierung (2.6) beide Seiten mit dem Preisindex der übrigen Konsumgüter multipliziert. Dann steht auf der rechten Seite die maximale Grenzzahlungsbereitschaft gemäß der Definitionsgleichung (2.3) und die Konsumregel lautet: Wähle die Mengen der Konsumgüter so, dass die maximalen Grenzzahlungsbereitschaften ihrem Preis entsprechen. Oder als Gleichung:

$$p = \frac{\partial z_j}{\partial x_j}(X_j, x_j; P). \tag{2.7}$$

Die Abb. 2.4 illustriert diese zweite Formulierung. Ihre ökonomische Logik ist unmittelbar einsichtig: Konsumiert man weniger als jene Menge, welche die Gl. (2.7) erfüllt, so ist die maximale Zahlungsbereitschaft für eine weitere Einheit größer als der zu zahlende Preis, sodass eine Erhöhung der Menge die Konsumentenrente erhöht. Konsumiert man mehr als die sich aus der Regel (2.7) ergebende Menge, so ist die maximale Zahlungsbereitschaft für die letzte konsumierte Einheit niedriger als der zu zahlende Preis, sodass eine Senkung der Menge die Konsumentenrente

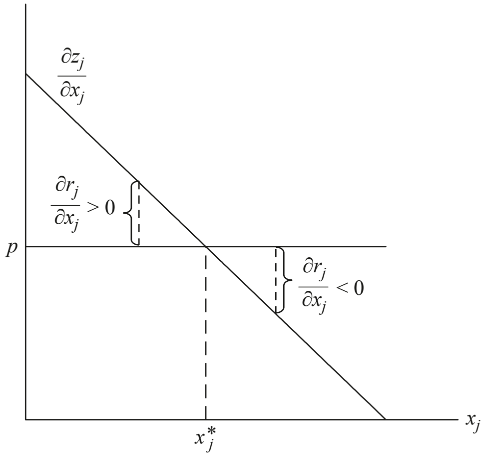


Abb. 2.4 Zweite Formulierung der Konsumregel

erhöht. Man erhält die Formulierung (2.7) auch direkt als Maximierungsbedingung erster Ordnung aus der Konsumentenrentendefinition (2.4). In der Abb. 2.4 entspricht die Konsumentenrente der Fläche zwischen der Funktion der maximalen Grenzzahlungsbereitschaft und der Preisgeraden vom Nullpunkt bis hin zur nutzenmaximalen Menge.

Eine weitere Formulierung der Konsumregel, die sich direkt aus der Formulierungsvariante der Gl. (2.6) ergibt, lautet

$$\frac{\frac{\partial u_j}{\partial X_j}(X_j, x_j)}{P} = \frac{\frac{\partial u_j}{\partial x_j}(X_j, x_j)}{p},$$

also in Worten: Wähle die Konsumgütermengen so, dass der letzte für ein Konsumgut ausgegebene Euro bei allen Konsumgütern zum gleichen Nutzenzuwachs führt.

Die Konsumregel in jeder ihrer Formulierungen ergibt zusammen mit der Budgetrestriktion ein Zwei-Gleichungs-System, durch das bei Vorgabe einer konkreten Präferenzstruktur und konkreter Konsumgüterpreise sowie einer konkreten Konsumsumme die nutzenmaximale Menge jedes beliebigen betrachteten Konsumgutes

$$x_j^* = x_j^*(p, P, C_j)$$

sowie die nutzenmaximale Höhe des Mengenindex über jeweils alle anderen Konsumgüter ermittelt werden kann.

2.2.3 *Konsumgüternachfragefunktionen*

Betrachtet man in der letzten Gleichung den Preis des herausgegriffenen Konsumgutes als variabel, so erhält man die einzelwirtschaftliche Konsumgüternachfragefunktion

$$x_j = x_j(p).$$

Diese Nachfragefunktion verläuft im Regelfall eindeutig fallend, d. h., je höher sein Preis ist, desto niedriger ist die Nachfrage nach einem Konsumgut. Dies hat zwei Gründe, die man sich an der Abb. 2.3 zur ersten Formulierung der Konsumregel verdeutlichen kann. Erhöht sich der Preis des betrachteten Gutes, so wird die Budgetgerade steiler. Wenn man auf der ursprünglichen Indifferenzkurve bliebe, so würde die Nachfrage eindeutig zurückgehen. Diese Bewegung auf der ursprünglichen Indifferenzkurve bezeichnet man als Substitutionseffekt. Dass dieser Substitutionseffekt eindeutig negativ ist, folgt aus der Logik der Konsumregel. Hinzu kommt, dass man nach der Preiserhöhung die alte Indifferenzkurve gar nicht mehr erreichen kann. Denn die Preiserhöhung senkt die reale Konsumsumme (die Konsumsumme

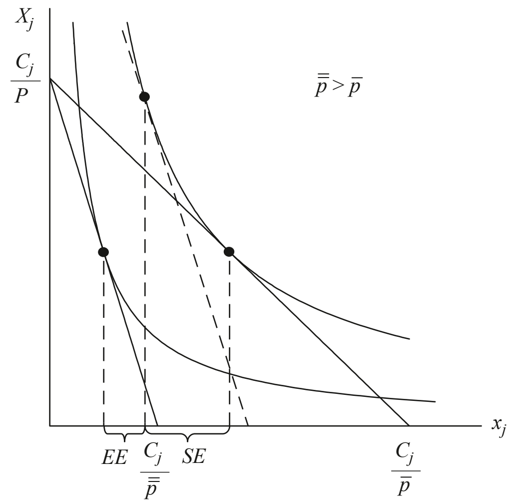


Abb. 2.5 Konsumgüternachfrage und Konsumgüterpreis

in Gütereinheiten). Diesen zweiten Teileffekt der Preiserhöhung bezeichnet man als Einkommenseffekt. Er ist ebenfalls negativ. In der Abb. 2.3 äußert er sich in einer Drehung der Budgetgeraden im Ordinatenabschnitt nach unten. Dies haben wir in der Abb. 2.5 dargestellt. Hier wird deutlich, dass durch die Preiserhöhung das Nutzenniveau sinkt. Das neue Nutzenmaximum liegt auf einer tieferen Indifferenzkurve. Gestrichelt und parallel zur neuen Budgetrestriktion eingezeichnet ist jene Budgetgerade, die sich ergäbe, wenn man den Haushalt derart durch eine höhere Konsumsumme kompensieren würde, dass er auch nach der Preiserhöhung weiterhin die alte Indifferenzkurve erreichen könnte. Durch diese fiktive Konsumsummenkompensation können wir den Preiseffekt in den negativen Substitutionseffekt (SE) auf der alten Indifferenzkurve und den ebenfalls negativen Einkommenseffekt (EE) im Übergang von der alten zur neuen Indifferenzkurve zerlegen.

Keine allgemeine Aussage ist dagegen mit Blick auf die Reaktion der Nachfrage nach allen anderen Konsumgütern auf die Preiserhöhung beim herausgegriffenen Gut möglich. Der Substitutionseffekt für sich gesehen wirkt hier in Richtung mehr Nachfrage nach anderen Gütern. Aber alle Konsumgüternachfragen leiden unter dem Einkommenseffekt, sodass per Saldo die Richtung der Änderung der Nachfrage nach anderen Konsumgütern auf eine Preiserhöhung beim betrachteten Gut offen bleibt. In der Abb. 2.5 haben wir speziell jenen Fall eingezeichnet, in dem die Nachfrage nach den anderen Konsumgütern unverändert bleibt. Hier sinkt die Nachfrage nach dem betrachteten Gut x_j in Reaktion auf die Erhöhung seines Preises p exakt derart, dass die Ausgaben px_j unverändert bleiben. Eine solche Reaktion ergibt sich, wenn mit Blick auf das betrachtete Konsumgut einerseits und alle anderen Konsumgüter andererseits so genannte Cobb-Douglas-Präferenzen bestehen. Dies werden wir uns gleich als ein erstes Beispiel anschauen. Bei Cobb-Douglas-Präferenzen beläuft sich die so genannte Substitutionselastizität betragsmäßig exakt auf eins: Erhöht sich das Preisverhältnis zwischen zwei Konsumgütern um ein Prozent, so sinkt ihr Nachfrageverhältnis genau um ein Prozent. Daher bleiben die Ausgaben für die beiden Güter unverändert. Unter anderen Präferenzstrukturen kann eine Preiserhöhung beim betroffenen Gut aber auch zu einer Ausgabenerhöhung oder zu einer Ausgabensenkung führen. Dann nimmt die Nachfrage nach den anderen Konsumgütern insgesamt ab bzw. zu. Der zweite Fall resultiert bei so genannten CES-Präferenzen (mit CES für constant elasticity of substitution) mit einer Substitutionselastizität von betragsmäßig kleiner als eins. Diese werden wir uns gleich als ein zweites Beispiel anschauen.

2.2.4 *Zwei Beispiele*

Im Falle der Cobb-Douglas-Präferenzen über ein beliebig herausgegriffenes Konsumgut einerseits und alle anderen Konsumgüter (die übrige Einkommensverwendung) andererseits lautet die Nutzenindexfunktion in der Standardformulierung

$$u_j = X_j^{\alpha} x_j^{\beta}.$$

Damit ergeben sich die kardinal interpretierbaren und messbaren Grenzraten der Substitution der übrigen Einkommensverwendung durch das betrachtete Konsumgut als

$$s_{X_j, x_j} = \frac{\beta X_j}{\alpha x_j}.$$

Diese Grenzraten sind umso kleiner, je mehr von dem betrachteten Gut schon konsumiert wird. Verschiedene Präferenzstrukturen äußern sich in verschiedenen numerischen Ausprägungen der Exponenten der Nutzenindexfunktion und führen zu verschieden gekrümmten Indifferenzkurven. Die Konsumregel lautet hier in ihren beiden Formulierungsvarianten (2.6) und (2.7)

$$\frac{p}{P} = \frac{\beta X_j}{\alpha x_j} \quad \text{bzw.} \quad p = P \frac{\beta X_j}{\alpha x_j}.$$

Dabei ist die rechte Seite der zweiten Formulierung die sich bei Cobb-Douglas-Präferenzen ergebende maximale Grenzzahlungsbereitschaft für das betrachtete Konsumgut. Auflösen der Konsumregel nach X_j und Einsetzen in die Budgetrestriktion (2.5) führt zur nutzenmaximalen Konsumgüternachfragefunktion

$$x_j = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{C_j}{p}.$$

Die Nachfragefunktion verläuft also fallend. Einsetzen in die Konsumregel ergibt

$$X_j = \frac{a}{\alpha + \beta} \frac{C_j}{P}.$$

Die Nachfrage nach den anderen Konsumgütern bleibt also von der Preiserhöhung unbeeinflusst. Dies liegt an der Unabhängigkeit der nutzenmaximalen Ausgabensumme für das betrachtete Gut vom eigenen Preis:

$$px_j = \frac{\beta}{\alpha + \beta} C_j.$$

Bei Cobb-Douglas-Präferenzen determinieren Präferenzstrukturparameter und Konsumsumme die nutzenmaximalen Ausgabensummen für die verschiedenen Konsumgüter. Die Konsumgüterpreise haben keinen Einfluss auf diese Ausgabensummen, sondern nur auf die konsumierten Mengen.

Im Falle der CES-Präferenzen lautet die Standardformulierung der Nutzenindexfunktion

$$u_j = \left(X_j^{\frac{\sigma+1}{\sigma}} + x_j^{\frac{\sigma+1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma+1}}.$$

Hier steht das griechische Sigma als einziger Präferenzstrukturparameter für die Substitutionselastizität. Diese ist kleiner als minus eins, also betragsmäßig größer als eins. Die zugehörigen Grenzraten der Substitution der übrigen Einkommensverwendung durch das betrachtete Konsumgut lauten

$$s_{X_j, x_j} = \left(\frac{x_j}{X_j} \right)^{\frac{1}{\sigma}}.$$

Also folgt für die beiden Formulierungen der Konsumregel

$$\frac{p}{P} = \left(\frac{x_j}{X_j} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \quad \text{bzw.} \quad p = P \left(\frac{x_j}{X_j} \right)^{\frac{1}{\sigma}}.$$

Auflösen nach X_j und Einsetzen in die Budgetrestriktion ergibt jetzt die Nachfragefunktion

$$x_j = \frac{C_j}{p + p^{-\sigma} P^{1+\sigma}}.$$

Auch diese Konsumgüternachfragefunktion verläuft im eigenen Preis fallend. Einsetzen in die Konsumregel führt zu

$$X_j = \frac{C_j}{P + P^{-\sigma} p^{1+\sigma}}.$$

Hier steigt also die Nachfrage nach den anderen Konsumgütern als Folge einer Preiserhöhung beim betrachteten Gut. Das liegt daran, dass die nutzenmaximalen Ausgaben für das von der Preiserhöhung betroffene Gut

$$px_j = \frac{C_j}{1 + \left(\frac{P}{p}\right)^{1+\sigma}}$$

in Reaktion auf die Preiserhöhung zurückgehen.

2.3 Arbeitsregel und Arbeitsangebot

In diesem Abschnitt geht es im Kern um die Arbeitsregel als Entscheidungsregel für die nutzenmaximale Aufteilung der einem Arbeitsanbieter zur Verfügung stehenden Gesamtzeit auf Arbeitszeit und Freizeit sowie um die aus dieser Regel ableitbaren Verläufe der Arbeitsangebotsfunktionen. Dabei betrachten wir einen Arbeitsanbieter, der an sich ungern arbeitet und dies daher nur tut, um mit dem dadurch entstehenden Arbeitseinkommen Konsumgüter kaufen zu können. Das Vermögenseinkommen bleibt in diesem Abschnitt exogen vorgegeben.

2.3.1 Präferenzen und Budgetrestriktion

Wir betrachten einen Arbeitsanbieter, der über ein Gesamtzeitbudget in Höhe von H verfügt, z. B. 24 Stunden pro Tag. Alle Zeit, die nicht Arbeitszeit A_j ist, gilt als Freizeit F_j. Damit gilt der definitorische Zusammenhang $H = A_j + F_j$. Während Freizeit ein Nutzen stiftendes Gut ist, ist Arbeitszeit per Annahme stets ein Übel. Dementsprechend fällt der Nutzen (bei konstant gehaltenem Konsum) stets mit zunehmender Arbeitszeit. Andererseits erhält man für die Arbeit ein Arbeitseinkommen, das man für Konsumgüter ausgeben kann. Durch zunehmenden Konsum von Konsumgütern steigt der Nutzen (bei konstant gehaltener Arbeitszeit). Der Kern des Entscheidungsproblems des Arbeitsanbieters besteht somit darin, die Arbeitszeit einerseits und die mit dem Arbeitseinkommen mögliche Konsummenge andererseits richtig auszubalancieren. Im Folgenden formulieren wir dieses Problem zunächst in den beiden „Gütern" Konsum X_j und Freizeit F_j. Dabei ist X_j nun ein Mengenindex über alle nutzenmaximalen Konsumgütermengen. Diese Konsum-gütermengenkombinationen und damit die nutzenmaximale Zusammensetzung des Mengenindex errechnen sich gemäß der Konsumregel. Dies wird im Folgenden nicht noch einmal betrachtet. Neu ist die endogene Bestimmung der nutzenmaximalen Konsumsumme $C_j = PX_j$ als Resultat des aus dem nutzenmaximalen Arbeitsangebot folgenden nutzenmaximalen Arbeitseinkommens (bei exogen vorgegebenem Vermögenseinkommen). Der Vorteil der Formulierung des Entscheidungsproblems in Konsummenge X_j und Freizeitmenge F_j liegt darin, dass seine Lösung dann über weite Strecken analog zum Problem der Suche nach den nutzenmaximalen Konsumgütermengen ist. Dabei ist angenommen, dass der betrachtete Haushalt tatsächlich stets die Wahl zwischen Freizeit und Arbeitszeit hat, sodass eine Stunde Freizeit stets mit Opportunitätskosten in Höhe des Stundenlohnsatzes verbunden ist. Der Preis der Freizeit ist also der Lohnsatz w. Hat man über diesen X_j-F_j-Ansatz die nutzenmaximale Freizeitmenge ermittelt, folgt die Höhe der nutzenmaximalen Arbeitszeit über die Definitionsgleichung $A_j = H - F_j$. Die Nutzenindexfunktion unseres j-ten Haushalts lautet damit

$$u_j = u_j(X_j, F_j) = u_j(X_j, H - A_j) \tag{2.8}$$

mit positiven Grenznutzen des Konsums und der Freizeit und negativem Grenznutzen der Arbeitszeit.

Hinsichtlich der Präferenzstruktur können wir im Regelfall von abnehmenden Grenzraten der Substitution von Konsum durch Freizeit ausgehen. Gibt man dem Haushalt sukzessive eine weitere Stunde Freizeit, so wird diese (bei konstant gehaltenem Nutzen) mit steigendem Freizeitausgangsniveau immer weniger Konsum substituieren. Oder umgekehrt gedacht: Soll der Haushalt für jeweils eine Stunde mehr gewährte Freizeit sukzessive derart auf Konsum verzichten, dass sein Nutzen unverändert bleibt, wird man ihn im Regelfall zu immer weniger Konsumverzicht bewegen können. Die Konsum-Freizeit-Indifferenzkurven in einem X_j-F_j-Diagramm werden also typischerweise konvex zum Ursprung verlaufen. Dies zeigt die Abb. 2.6. In dieser Abbildung kann man sich eine zweite Abszisse hinzudenken,

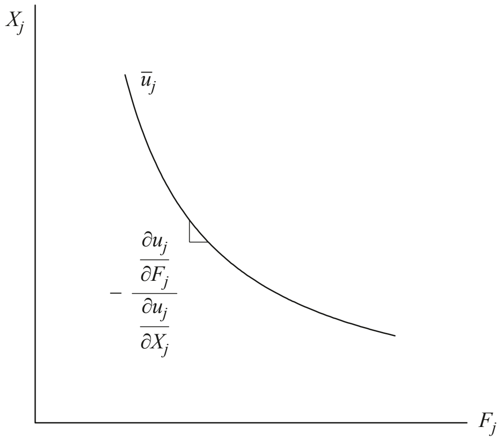


Abb. 2.6 Konsum-Freizeit-Indifferenzkurve

auf der die Arbeitszeit abgetragen ist und die daher der Freizeit-Abszisse entgegen gerichtet ist, also von rechts nach links verläuft. An dieser zweiten Abszisse sieht man, dass abnehmende Grenzraten der Substitution von Konsum durch Freizeit bedeuten, dass wenn man dem Haushalt sukzessive eine Stunde mehr Arbeit abverlangt, ein konstantes Nutzenniveau die Kompensation durch immer mehr zusätzlichen Konsum für jede weitere Arbeitsstunde erfordert. Berechnen lassen sich die Grenzraten der Substitution von Konsum durch Freizeit als Verhältnis der beiden Grenznutzen:

$$s_{X_j,F_j} = -\frac{dX_j}{dF_j} = \frac{\dfrac{\partial u_j}{\partial F_j}}{\dfrac{\partial u_j}{\partial X_j}}(X_j, F_j) = \frac{-\dfrac{\partial u_j}{\partial A_j}}{\dfrac{\partial u_j}{\partial X_j}}(X_j, A_j). \tag{2.9}$$

Das folgt aus dem Umstand, dass sich auf einer Indifferenzkurve durch Änderungen der Konsummenge und (entgegen gesetzte) Änderungen der Freizeitmenge verursachte Nutzenänderungen genau kompensieren müssen. (Diese Überlegung ist völlig analog zu jener bei X_j-x_j-Indifferenzkurven im Abschn. 2.2.)

Formuliert man die Grenzrate der Substitution in der Arbeitsmenge, so bezeichnet man sie als das Grenzleid der Arbeit (nicht zu verwechseln mit dem negativen Grenznutzen der Arbeit). Dieses Grenzleid der Arbeit ist eine kardinale Mengengröße. Sie gibt an, wie viele Konsumeinheiten man zusätzlich bekommen muss, wenn man für eine Stunde Mehrarbeit derart kompensiert werden soll, dass man auf der alten Indifferenzkurve verbleibt. Mit steigendem Freizeitniveau abnehmende Grenzraten der Substitution von Konsum durch Freizeit implizieren ein mit steigendem Arbeitszeitniveau zunehmendes Grenzleid der Arbeit. Multipliziert mit dem Preisindex der Konsumgüter ergibt sich der Wert des Grenzleids der Arbeit

$$\frac{\partial y_j}{\partial A_j} = P\frac{-\dfrac{\partial u_j}{\partial A_j}}{\dfrac{\partial u_j}{\partial X_j}}(X_j, A_j). \tag{2.10}$$

Diese Wertgröße gibt an, wie viel Euro Konsumsumme mehr man dem Haushalt geben muss, wenn er trotz einer Stunde Mehrarbeit auf dem alten Nutzenniveau (der alten Indifferenzkurve) bleiben soll. Der Wert des Grenzleids der Arbeit ist also die zur Nutzenkompensation einer weiteren Arbeitsstunde notwendige zusätzliche Konsumsumme. Mit dem Verlauf der Funktion des Grenzleids der Arbeit ist die Konsum-Arbeits-Präferenz eines Haushalts erschöpfend beschrieben. Kumuliert man den Wert des Grenzleids der Arbeit über mehrere Arbeitsstunden, so erhält man den Wert des Arbeitsleids aus dieser Stundenzahl $y_j(A_j)$. Dieser Wert des Arbeitsleids gibt an, wie viel mehr Euro Konsumsumme man dem Haushalt für die geleistete Arbeit geben müsste, wenn er nutzenmäßig genau kompensiert werden soll. Liegt das tatsächlich erhaltene Arbeitseinkommen wA_j über dem Wert des Arbeitsleids, so entsteht beim Arbeitsanbieter ein Wohlfahrtszuwachs durch die Arbeit. Die Differenz zwischen dem tatsächlich erhaltenen Arbeitseinkommen und dem bewerteten Arbeitsleid als jenem Betrag, der notwendig wäre, um das Nutzenniveau genau zu halten, bezeichnet man als Arbeitsrente:

$$AR_j = wA_j - y_j(X_j, A_j; P). \tag{2.11}$$

Nutzenmaximierung bedeutet für einen Arbeitsanbieter also Arbeitsrentenmaximierung.

Neben dem Arbeitseinkommen beziehe unser Haushalt noch ein exogen vorgegebenes Vermögenseinkommen iW_j mit i als dem Zinssatz und W_j als dem durch Sparen in der Vergangenheit gebildeten Vermögen (Finanzkapital). Damit lautet seine Budgetrestriktion

$$iW_j + w(H - F_j) = PX_j = C_j. \tag{2.12}$$

Diese Budgetrestriktion lässt sich auch formulieren als

$$iW_j + wH = PX_j + wF_j.$$

In dieser zweiten Formulierung wird deutlicher, dass ein rationaler Arbeitsanbieter gedanklich so tun wird, als ob er voll arbeitet und sich dann selbst Freizeit zum Preis w abkauft. Vorausgesetzt ist bei dieser Überlegung, dass der betrachtete Haushalt tatsächlich stets die Wahl hat, ob er noch eine Stunde mehr arbeiten will oder nicht. Andernfalls hat die Freizeit für ihn keine Opportunitätskosten. Nach dem Mengenindex für die Konsumgüter aufgelöst ergibt sich die Budgetgerade

$$X_j = -\frac{w}{P}F_j + \frac{iW_j + wH}{P},$$

siehe Abb. 2.7. Ihre Steigung entspricht dem Verhältnis von Lohnsatz zu Konsumgüterpreisindex. Dieser Reallohnsatz w/P gibt den (Nominal-) Lohnsatz in Einheiten des nutzenmaximal zusammengestellten Konsumpakets an. Er gibt also an, auf wie viele Konsumeinheiten man verzichten muss, wenn man eine Stunde mehr Freizeit haben will. Oder anders herum gedacht: Es zeigt, wie viel mehr Konsum man sich leisten kann, wenn man eine Stunde mehr arbeitet. Mit höherem Vermögenseinkommen verschiebt sich die Budgetrestriktion weiter vom Ursprung weg. Mit höherem Konsumgüterpreisindex dreht sie sich im Abszissenabschnitt gegen den Uhrzeigersinn nach unten. Je höher der Lohnsatz ist, desto steiler verläuft die Budgetrestriktion. Liegt kein Vermögenseinkommen vor, so dreht sie sich mit höherem Lohnsatz im Abszissenabschnitt im Uhrzeigersinn nach oben. Bei positivem Vermögenseinkommen verringert sich dabei zusätzlich der Abszissenabschnitt.

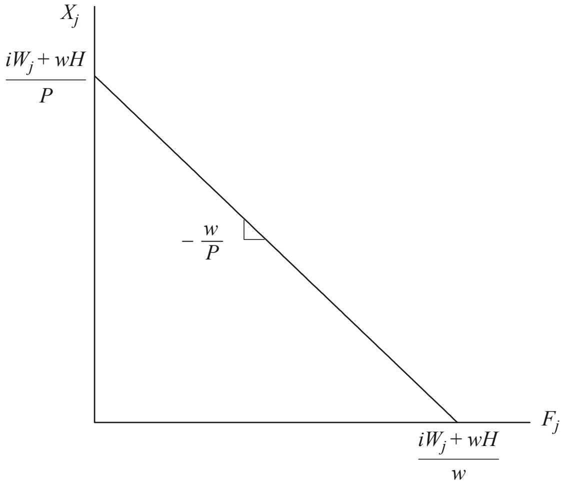


Abb. 2.7 Konsum-Freizeit-Budgetrestriktion

2.3.2 Die Arbeitsregel

Graphisch ergibt sich das Nutzenmaximum dort, wo mit gegebener Budgetrestriktion die höchstmögliche Indifferenzkurve erreicht wird. Die nutzenmaximale Konsum-Freizeit-Kombination liegt also im Tangentialpunkt von Budgetgerade und Indifferenzkurve. Die Abb. 2.8 illustriert dieses Zusammentreffen von Präferenzen gemäß Abb. 2.6 und Budgetrestriktion gemäß Abb. 2.7.

Da die Steigung der Budgetgeraden betragsmäßig dem Lohnsatz-Güterpreisindex-Verhältnis (Reallohnsatz) entspricht und die Steigung der Indifferenzkurve betragsmäßig gleich der Grenzrate der Substitution von Konsum durch Freizeit ist

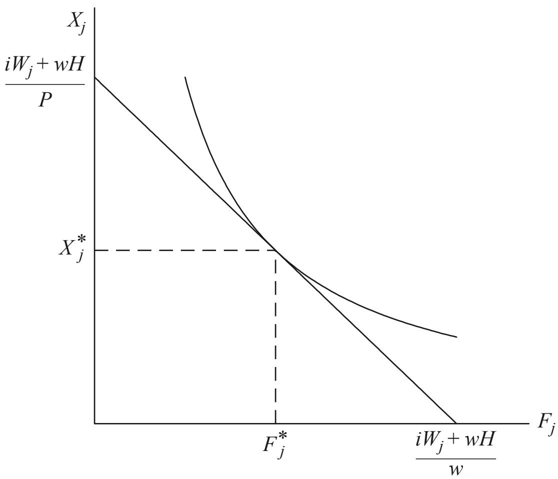


Abb. 2.8 Erste Formulierung der Arbeitsregel

bzw. dem Grenzleid der Arbeit entspricht, lautet die Nutzenmaximierungsbedingung erster Ordnung

$$\frac{w}{P} = \frac{\dfrac{\partial u_j}{\partial F_j}}{\dfrac{\partial u_j}{\partial X_j}}(X_j, F_j) = \frac{-\dfrac{\partial u_j}{\partial A_j}}{\dfrac{\partial u_j}{\partial X_j}}(X_j, A_j). \tag{2.13}$$

Diese Optimalbedingung wollen wir als Arbeitsregel bezeichnen. In Worten lautet sie: Wähle jene Kombination von Arbeitszeit und Konsum, bei der das Grenzleid der Arbeit dem Reallohnsatz entspricht. Diese Regel ist ökonomisch unmittelbar einsichtig. Ist das Grenzleid der Arbeit geringer als der Reallohnsatz, so ist die zur Nutzenkompensation für eine weitere Stunde Arbeit notwendige Konsummenge geringer als jene Konsummenge, die man sich mit dem Mehreinkommen in Höhe des Reallohnsatzes kaufen kann. Eine Ausdehnung des Arbeitsangebots erhöht also das Nutzenniveau. Ist in der Ausgangssituation das Grenzleid der Arbeit (also die zur Nutzenkompensation für eine weitere Stunde Arbeit notwendige Konsummenge) höher als der Reallohnsatz (also jene Konsummenge, die man sich mit dem Mehreinkommen aus einer weiteren Arbeitsstunde kaufen kann), so arbeitet man zuviel.

Multipliziert man in der obigen Formulierung der Arbeitsregel beide Gleichungsseiten mit dem Preisindex, so erhält man eine zweite Formulierung der Arbeitsregel, nun in Wertgrößen:

$$w = \frac{\partial y_j}{\partial A_j}(X_j, A_j; P). \tag{2.14}$$

Auf der rechten Gleichungsseite steht hier der Wert des Grenzleids der Arbeit; vergleiche die Definitionsgleichung (2.10). In Worte gefasst lautet diese zweite Formulierung der Arbeitsregel: Wähle Arbeitszeit und Konsum so, dass der Wert des Grenzleids der Arbeit (also die zur Nutzenkompensation einer weiteren Arbeitsstunde notwendigen zusätzlichen Konsumausgaben) dem Lohnsatz entspricht. Die Gl. (2.14) erhält man auch direkt durch Maximierung der Arbeitsrente gemäß Gl. (2.11). Die Abb. 2.9 illustriert diese zweite Formulierungsvariante der Arbeitsregel; die ökonomische Logik wird an dieser Abbildung unmittelbar einsichtig. Die Arbeitsrente als Maß der Wohlfahrt aus dem nutzenmaximalen Arbeitsangebot entspricht der Fläche zwischen der Lohnsatzgeraden und der Funktion des bewerteten Grenzleids der Arbeit vom Ursprung bis hin zum nutzenmaximalen Wert.

Zusammen mit der Budgetrestriktion ergibt die Arbeitsregel ein System von zwei Gleichungen in den zwei Unbekannten F_j (bzw. A_j) und X_j, aus dem sich die nutzenmaximale Freizeit und Arbeitszeit

$$F_j^* = F_j^*(w, P, iW_j) \quad \text{und} \quad A_j^* = A_j^*(w, P, iW_j)$$

sowie die nutzenmaximale Konsummenge X_j^* und damit die nutzenmaximale Konsumsumme PX_j^* ermitteln lassen.

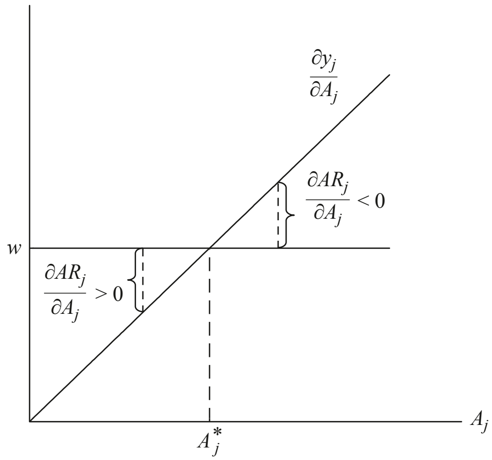


Abb. 2.9 Zweite Formulierung der Arbeitsregel

2.3.3 *Arbeitsangebotsfunktionen*

Für einen variablen Lohnsatz stellen die beiden obigen Gleichungen die einzelwirtschaftliche Freizeitnachfragefunktion bzw. die einzelwirtschaftliche Arbeitsangebotsfunktion

$$F_j = F_j(w) \quad \text{bzw.} \quad A_j = A_j(w)$$

dar. Über deren qualitativen Verlauf lässt sich ohne nähere Annahmen hinsichtlich der Präferenzstruktur nichts Generelles sagen, da Einkommens- und Substitutionseffekt einer Lohnsatzänderung in unterschiedliche Richtung weisen. Bei der Freizeitnachfrage ist der Substitutionseffekt einer Lohnsatzerhöhung negativ, er wirkt also positiv auf das Arbeitsangebot. Der höhere Lohnsatz verteuert die Freizeit und macht Arbeit lohnender. Dies folgt auch direkt aus der Logik der Arbeitsregel und zeigt sich, wenn man in der Abb. 2.9 eine Lohnsatzerhöhung einzeichnet. Dieser Substitutionseffekt ist aber nur ein Teileffekt. Eine Lohnsatzerhöhung hat zudem einen positiven Einkommenseffekt: Ein höherer Lohnsatz erhöht das Einkommen und dies für sich genommen erhöht sowohl den Konsum als auch die Freizeit und senkt damit das Arbeitsangebot. Mit Blick auf das Arbeitsangebot steht dem positiv wirkenden Substitutionseffekt einer Lohnsatzerhöhung also ein negativ wirkender Einkommenseffekt gegenüber, sodass der Gesamteffekt offen bleibt.

Dies kann man sich leicht an der Abb. 2.8 verdeutlichen. Die Lohnsatzerhöhung führt zu einer steileren Budgetgeraden. Bliebe man auf der alten Indifferenzkurve, würde die Freizeit verringert und damit die Arbeitszeit ausgedehnt. Dies ist der Substitutionseffekt. Aber die Budgetgerade dreht sich dabei nach oben und es werden höhere Indifferenzkurven erreichbar. Dahinter steht der Einkommenseffekt.

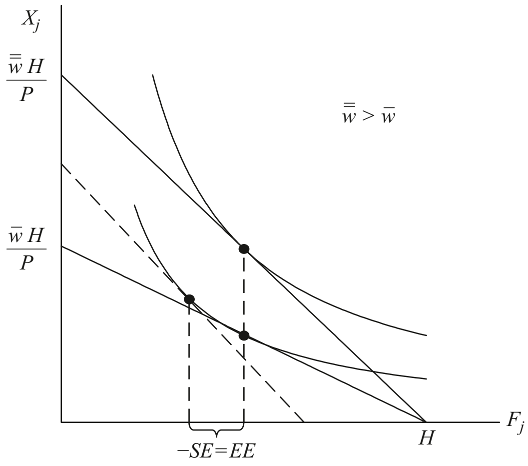


Abb. 2.10 Arbeitsangebot und Lohnsatz

Auf einer höher liegenden Indifferenzkurve kann der neue Tangentialpunkt links oder rechts vom alten liegen. Klar ist nur, dass der Konsum zunimmt. Die Richtung der Reaktion von Freizeit und Arbeitszeit bleibt offen.

In der Abb. 2.10 haben wir dies für jenen Sonderfall illustriert, in dem kein Vermögenseinkommen vorliegt. Dann führt die Lohnsatzerhöhung zu einer Drehung der Budgetgeraden im Uhrzeigersinn im Abszissenabschnitt. Im Fall der Abb. 2.10 bleiben Freizeit und damit Arbeitszeit speziell unverändert, Einkommens- und Substitutionseffekt sind hier also speziell betragsmäßig gleich groß. Wie wir gleich zeigen werden, resultiert dieser spezielle Fall bei Cobb-Douglas-Präferenzen über Konsum und Freizeit sofern kein Vermögenseinkommen vorliegt. Durch die mittels der gestrichelt eingezeichneten Budgetrestriktion verdeutlichte fiktive (hier negative) Einkommenskompensation (Tangentialpunkt mit der alten Indifferenzkurve bei neuer Steigung der Budgetgeraden) erhält man die Zerlegung des Lohnsatzeffekts in den Substitutionseffekt (Linksrutsch auf der alten Indifferenzkurve) und den Einkommenseffekt (von der alten zur neuen Indifferenzkurve). Im dargestellten Sonderfall ist das einzelwirtschaftliche Arbeitsangebot also völlig lohnsatzunelastisch. Dies ändert sich allerdings selbst bei Cobb-Douglas-Präferenzen, sobald ein Vermögenseinkommen vorliegt (dazu gleich).

Im dritten Kapitel werden wir bezüglich der Arbeitszeit-Konsum-Entscheidung von dominierenden Substitutionseffekten als Regelfall ausgehen, also von einer im Lohnsatz steigenden Arbeitsangebotsfunktion. Dies scheint zumindest bei niedrigen und mittleren Einkommensniveaus empirisch plausibel. Im Übrigen steigt eine aggregierte Arbeitsmarktangebotsfunktion auch dann im Lohnsatz, wenn alle einzelwirtschaftlichen Angebotsfunktionen lohnsatzunelastisch sind. Dies resultiert aus den – z. B. wegen unterschiedlicher Vermögenseinkommen – unterschiedlichen Einstiegslohnsätzen. Insbesondere das gleich folgende Cobbw-Douglas-Beispiel macht dies sehr deutlich: Je höher das Vermögenseinkommen ist, desto höher ist der Lohnsatz, bei dem man anfängt Arbeit anzubieten.

2.3.4 Zwei Beispiele

Schauen wir zunächst auf das Beispiel der Cobb-Douglas-Präferenzen über Konsum und Freizeit bzw. Arbeitszeit. Die Standardformulierung der Nutzenindexfunktion lautet hier

$$u_j = X_j^\alpha F_j^\beta = X_j^\alpha (H - A_j)^\beta.$$

Die zugehörigen Grenzraten der Substitution von Konsum durch Freizeit sind

$$s_{X_j,F_j} = \frac{\beta X_j}{\alpha F_j} = \frac{\beta X_j}{\alpha(H - A_j)}.$$

Damit ergibt sich die Arbeitsregel in ihren beiden Formulierungen (2.13) bzw. (2.14) als

$$\frac{w}{P} = \frac{\beta X_j}{\alpha F_j} = \frac{\beta X_j}{\alpha(H - A_j)} \quad \text{bzw.} \quad w = P\frac{\beta X_j}{\alpha F_j} = P\frac{\beta X_j}{\alpha(H - A_j)}.$$

Die beiden rechten Gleichungsseiten in der zweiten Formulierung sind der Wert des Grenzleids der Arbeit. Zusammen mit der Budgetrestriktion (2.12) führt die Arbeitsregel zur nutzenmaximierenden Freizeitnachfrage- und Arbeitsangebotsfunktion

$$F_j = \frac{\beta}{\alpha + \beta}\left(\frac{iW_j + wH}{w}\right) \quad \text{bzw.} \quad A_j = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}H - \frac{\beta}{\alpha + \beta}\frac{iW_j}{w}.$$

Mit Blick auf das Arbeitsangebot dominiert also der positive Substitutionseffekt einer Lohnsatzerhöhung den negativ wirkenden Einkommenseffekt und das Arbeitsangebot steigt. Der Einkommenseffekt einer Lohnsatzänderung gewinnt allerdings mit sinkendem Vermögenseinkommen an Bedeutung. Daher ist der gleichgerichtete Zusammenhang zwischen Arbeitsangebot und Lohnsatz umso schwächer, je geringer das Vermögenseinkommen wird. Liegt gar kein Vermögenseinkommen vor, so ist das Arbeitsangebot völlig lohnsatzunelastisch.

Bei Gültigkeit von CES-Präferenzen lautet die Nutzenindexfunktion in der Standardformulierung

$$u_j = \left(X_j^{\frac{\sigma+1}{\sigma}} + F_j^{\frac{\sigma+1}{\sigma}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma+1}} = \left(X_j^{\frac{\sigma+1}{\sigma}} + (H - A_j)^{\frac{\sigma+1}{\sigma}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma+1}}.$$

Dabei ist die Substitutionselastizität wieder kleiner als minus eins bzw. betragsmäßig größer als eins. Die zugehörigen Grenzraten der Substitution von Konsum durch Freizeit sind

$$s_{X_j,F_j} = \left(\frac{F_j}{X_j}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = \left(\frac{H - A_j}{X_j}\right)^{\frac{1}{\sigma}}.$$

Also lautet die Arbeitsregel in ihren beiden Formulierungen

$$\frac{w}{P} = \left(\frac{F_j}{X_j}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = \left(\frac{H - A_j}{X_j}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \quad \text{bzw.} \quad w = P\left(\frac{F_j}{X_j}\right)^{\frac{1}{\sigma}} = P\left(\frac{H - A_j}{X_j}\right)^{\frac{1}{\sigma}}.$$

Zusammen mit der Budgetrestriktion ergibt sich aus der Arbeitsregel die einzelwirtschaftliche Freizeitnachfragefunktion

$$F_j = \frac{iW_j + wH}{w + w^{-\sigma} P^{1+\sigma}} = \frac{iW_j}{w + w^{-\sigma} P^{1+\sigma}} + \frac{H}{1 + \left(\frac{w}{P}\right)^{-(1+\sigma)}}$$

und damit die einzelwirtschaftliche Arbeitsangebotsfunktion

$$A_j = H - \frac{iW_j}{w + w^{-\sigma} P^{1+\sigma}} - \frac{H}{1 + \left(\frac{w}{P}\right)^{-(1+\sigma)}}.$$

Auch bei CES-Präferenzen verläuft also die Arbeitsangebotsfunktion im Lohnsatz steigend. Dies ist hier auch bei Fehlen eines Vermögenseinkommens so.

2.4 Sparregel und Kapitalangebot

Mittels Sparen durch gegenwärtigen Konsumverzicht kann man Vermögen bilden, das in der Zukunft einen Konsum ermöglicht, der das zukünftige Einkommen überschreitet. Zudem führt die Vermögensbildung durch Sparen zu einem Vermögenseinkommen. In diesem Abschnitt werden wir uns anschauen, wie man über die Sparregel die nutzenmaximale Höhe des Sparens bestimmen kann. Da dies eine intertemporale Entscheidung ist, spielt dabei der Zinssatz eine entscheidende Rolle.

2.4.1 Präferenzen und Budgetrestriktion

Wir betrachten die intertemporale Nutzenmaximierung eines Haushalts über zwei Perioden t (Gegenwart) und $t+1$ (Zukunft). Die Arbeitseinkommen beider Perioden seien exogen vorgegeben. Gesucht ist die nutzenmaximale Aufteilung des Gegenwartswertes des Gesamtarbeitseinkommens in die Konsumsummen der beiden Perioden. Annahmegemäß liege in der Ausgangssituation kein Vermögenseinkommen vor.

Der Haushalt kann in der ersten Periode sparen. Diese Ersparnis steht dann dem Konsum in der zweiten Periode zusätzlich zur Verfügung. Umgekehrt kann er in der ersten Periode einen Kredit aufnehmen, den er in der zweiten Periode zurückzahlt. Eine Kreditaufnahme ist negatives Sparen. Das Sparen S_j ist im Folgenden ausschließlich ein Sparen für künftigen Konsum. Es gibt kein Sparen (auch kein negatives) über die zweite Periode hinaus. Die intertemporale Nutzenindexfunktion unseres Haushalts lautet

$$u_j = u_j(C_{j,t+1}, C_{j,t}) = u_j(S_j). \tag{2.15}$$

Da die Arbeitseinkommen beider Perioden vorgegeben sind, steht mit der Entscheidung über die beiden Konsumsummen die Höhe des Sparens fest und umgekehrt. Anders als in den Nutzenindexfunktionen bisher sind hier mit den Konsumsummen und dem Sparen Wertgrößen (nicht Mengengrößen) die unabhängigen Variablen. Bei gegebenen Periodenpreisniveaus spielt das allerdings keine Rolle.

Die intertemporale Präferenzstruktur eines Haushalts wird durch den Verlauf der Grenzrate der intertemporalen Substitution von Zukunftskonsum(summe) durch Gegenwartskonsum(summe) beschrieben. Diese Grenzraten entsprechen betragsmäßig den Steigungswerten einer intertemporalen Indifferenzkurve. Eine solche intertemporale Indifferenzkurve ist in der Abb. 2.11 dargestellt. Die Grenzraten der intertemporalen Substitution geben an, wie viel Zukunftskonsumsumme ein weiterer Euro Gegenwartskonsumsumme bei konstant gehaltenem Nutzen substituiert. Typischerweise liegen mit zunehmendem Niveau des Gegenwartskonsums abnehmende Grenzraten der intertemporalen Substitution vor. Je höher das Niveau des Gegenwartskonsums in der Ausgangssituation ist (und je geringer damit das Niveau des Zukunftskonsums ist), desto weniger Zukunftskonsum(summe) kann man durch einen weiteren Euro Gegenwartskonsum(summe) substituieren. Dementsprechend verlaufen die intertemporalen Indifferenzkurven konvex zum Ursprung. In der Abb. 2.11 sowie in den folgenden Abbildungen dieses Abschnitts kann sich der Leser stets eine zweite Abszisse hinzudenken, auf der das Sparen abgetragen wird. Diese verläuft der Abszisse für den Gegenwartskonsum entgegen. Denn auf der Basis unserer Annahmen hinsichtlich der Entscheidungssituation gilt definitionsgemäß $S_j = wA_{j,t} - C_{j,t}$.

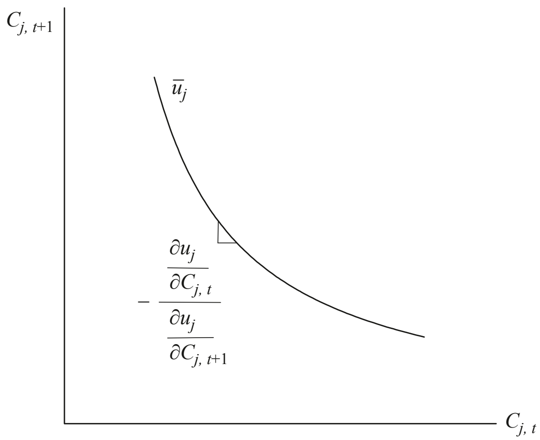


Abb. 2.11 Intertemporale Indifferenzkurve

Da sich auf einer Indifferenzkurve durch Änderungen des Gegenwartskonsums und durch Änderungen des Zukunftskonsums bewirkte Nutzenänderungen stets ausgleichen müssen, also

$$\frac{\partial u_j}{\partial C_{j,t}} dC_{j,t} = -\frac{\partial u_j}{\partial C_{j,t+1}} dC_{j,t+1}$$

gilt, kann man die Grenzraten der intertemporalen Substitution berechnen als

$$s_{C_{j,t+1},C_{j,t}} = -\frac{dC_{j,t+1}}{dC_{j,t}} = \frac{\dfrac{\partial u_j}{\partial C_{j,t}}}{\dfrac{\partial u_j}{\partial C_{j,t+1}}}(C_{j,t+1}, C_{j,t}) = \frac{\dfrac{\partial u_j}{\partial C_{j,t}}}{\dfrac{\partial u_j}{\partial C_{j,t+1}}}(S_j). \tag{2.16}$$

Vermindert man die Grenzrate der intertemporalen Substitution um eins, so erhält man den Wert des Grenzleids des Sparens, also das bewertete Leid aus dem Sparen eines weiteren Euros

$$\frac{\partial e_j}{\partial S_j} = \frac{\dfrac{\partial u_j}{\partial C_{j,t}}}{\dfrac{\partial u_j}{\partial C_{j,t+1}}}(S_j) - 1. \tag{2.17}$$

Die Grenzrate der intertemporalen Substitution zeigt, wie viel Euro Zukunftskonsum(summe) durch einen weiteren Euro Gegenwartskonsum(summe) (also: weniger Sparen) substituiert werden. Dementsprechend zeigt der Wert des Grenzleids des Sparens, wie viel bewerteter Zukunftskonsum über diesen einen Euro mehr Gegenwartskonsum hinaus substituiert wird. Sei beispielsweise die Grenzrate der intertemporalen Substitution 1,05, d. h., durch einen Euro zusätzlichen Gegenwartskonsum (weniger Sparen) wird 1,05 € Zukunftskonsum substituiert. Dann beläuft sich das bewertete Grenzleid des Sparens auf 5 Cent, d. h., würde man diesen Euro sparen statt ihn jetzt zum Konsum zu verwenden, so bliebe der Nutzen unverändert, wenn man dafür in der Zukunft 5 Cent mehr bekommt. Der Wert des Grenzleids des Sparens steht also für jenen zusätzlichen Betrag, den man als Nutzenkompensation für einen weiteren Euro Sparen (gegenwärtigen Konsumverzicht) bekommen muss. Kumuliert man das bewertete Grenzleid des Sparens über die Sparsumme, so erhält man das bewertete Sparleid $e_j(C_{j,t+1}, C_{j,t}) = e_j(S_j)$. Dieses gibt an, wie viel Euro man zur Nutzenkompensation für das Sparen bekommen muss. Der Sparer wird sein bewertetes Sparleid mit dem aus dem Sparen resultierenden neuen Vermögenseinkommen iS_j vergleichen. Denn dieses neue Vermögenseinkommen ist der Lohn des Sparens in Form größerer Konsummöglichkeiten in der Zukunft. Ist das entstehende Vermögenseinkommen größer als das bewertete Sparleid, so entsteht dem Haushalt durch das Sparen eine positive Sparrente

$$SR_j = iS_j - e_j(S_j). \tag{2.18}$$

Diese Sparrente ist das kardinale Wohlfahrtsmaß des Sparens. Der Haushalt wird jene Sparhöhe wählen, welche die Differenz zwischen dem neu geschaffenen Vermögenseinkommen und dem dafür in Kauf zu nehmenden Sparleid maximiert. Nutzenmaximierung bedeutet also mit Blick auf das Sparen Maximierung der Sparrente.

Nebenbedingung der intertemporalen Nutzenmaximierung ist die intertemporale Budgetrestriktion

$$wA_{j,t} + \frac{wA_{j,t+1}}{1+i} = C_{j,t} + \frac{C_{j,t+1}}{1+i}. \tag{2.19}$$

Diese ist in den Gegenwartswerten der Einkommen bzw. Konsumsummen zum Entscheidungszeitpunkt t formuliert. Daraus ergibt sich in einem Zukunftskonsum(summe)-Gegenwartskonsum(summe)-Diagramm die Budgetgerade

$$C_{j,t+1} = -(1+i)C_{j,t} + (1+i)wA_{j,t} + wA_{j,t+1},$$

siehe Abb. 2.12. Der Steigungswert dieser Budgetgeraden entspricht betragsmäßig dem Aufzinsungsfaktor $1+i$, da ein heute nicht konsumierter (weil gesparter) Euro $1+i$ Euro zusätzlichen Zukunftskonsum ermöglicht. Der Abszissenabschnitt zeigt, wie hoch die Konsumsumme in der Gegenwart sein kann, wenn man in Zukunft überhaupt nicht konsumieren will. Dann kann man zusätzlich zum aktuellen Arbeitseinkommen auch noch das zukünftige Arbeitseinkommen verkonsumieren. Letzteres muss allerdings abgezinst werden, denn um es vorzuziehen, muss man einen Kredit aufnehmen, der zu verzinsen ist. Umgekehrt gibt der Ordinatenabschnitt an, wie viel man in Zukunft konsumieren kann, wenn man in der Gegenwart völlig auf Konsum verzichtet. Diese zukünftige Konsumsumme ist dann höher als

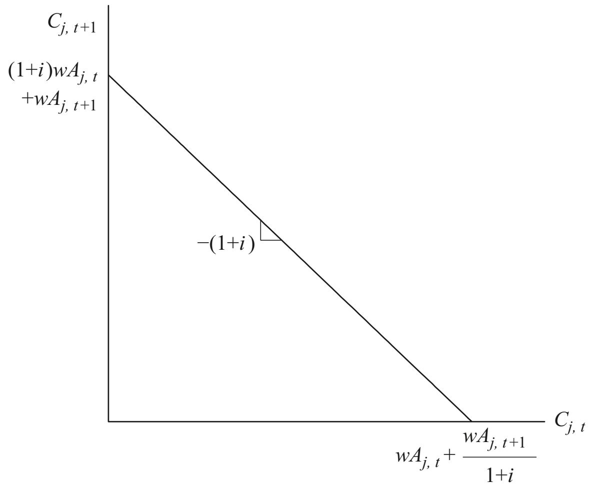


Abb. 2.12 Intertemporale Budgetrestriktion

die Summe der Arbeitseinkommen, da man das gegenwärtige Arbeitseinkommen als Sparen verzinslich anlegen kann. Diese beiden Achsenabschnitte sind die theoretisch möglichen Grenzfälle. Zinssatzerhöhungen bedeuten eine Erhöhung des Aufzinsungsfaktors und damit einen steileren Verlauf der Budgetgeraden.

2.4.2 Die Sparregel

Nutzenmaximierung bedeutet nun wieder, mit der gegebenen Budgetgeraden die höchstmögliche Indifferenzkurve zu erreichen. Dies illustriert die Abb. 2.13. Dementsprechend liegen die nutzenmaximalen Werte für Gegenwarts- und Zukunftskonsum(summe) dort, wo sich Indifferenzkurve und Budgetgerade tangieren, d. h. wo ihre Steigungen übereinstimmen. Die Nutzenmaximierungsbedingung eines Sparers lautet also

$$1 + i = \frac{\dfrac{\partial u_j}{\partial C_{j,t}}}{\dfrac{\partial u_j}{\partial C_{j,t+1}}}(C_{j,t+1}, C_{j,t}) = \frac{\dfrac{\partial u_j}{\partial C_{j,t}}}{\dfrac{\partial u_j}{\partial C_{j,t+1}}}(S_j). \tag{2.20}$$

Das bedeutet in Worten: Wähle deinen Gegenwarts- und Zukunftskonsum und damit deine Sparhöhe so, dass die Grenzrate der intertemporalen Substitution – also jener Betrag Zukunftskonsumsumme, der einen Euro Gegenwartskonsumsumme nutzenmäßig kompensiert – dem Aufzinsungsfaktor entspricht. Diese Nutzenmaximierungsregel wollen wir als Sparregel bezeichnen. Ihre ökonomische Logik ist unmittelbar einsichtig. Spart man beispielsweise mehr bzw. hat einen niedrigeren Gegenwartskonsum als gemäß dieser Regel, so ist die Grenzrate der intertemporalen

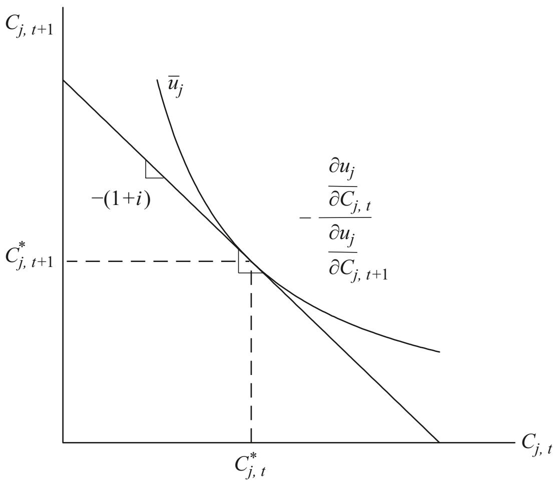


Abb. 2.13 Erste Formulierung der Sparregel

Substitution größer als der Aufzinsungsfaktor und der Nutzen würde steigen, wenn man mehr Gegenwartskonsum hätte, also weniger sparen würde.

Vermindern wir beide Seiten der Gl. (2.20) um den Wert eins, so erhalten wir eine zweite Formulierung der Sparregel:

$$i = \frac{\partial e_j}{\partial S_j}(S_j). \tag{2.21}$$

Das bedeutet in Worte gefasst: Spare so viel, bis das bewertete Leid aus dem letzten Euro zusätzlichen gegenwärtigen Konsumverzichts (also der Wert des Grenzleids des Sparens) dem Zinssatz entspricht. Diese zweite Formulierung der Sparregel mittels der Gl. (2.21) hätten wir auch direkt als notwendige Maximierungsbedingung aus der Gl. (2.18) für die Sparrente ableiten können. Ihre ökonomische Logik ist recht offensichtlich: Das Grenzleid des Sparens gibt an, mit wie viel Cent über einen Euro zusätzlichen Zukunftskonsum hinaus ein weiterer Euro Verzicht auf Gegenwartskonsum entgolten werden muss, wenn der betrachtete Sparer nutzenkompensiert werden soll. Der Zinssatz gibt an, wie viel er für den gegenwärtigen Konsumverzicht tatsächlich bekommt. Solange der Sparer für einen weiteren Euro Sparens höhere Zinsen bekommt als man ihm geben müsste, um ihn nutzenmäßig zu kompensieren, wird er noch mehr Sparen wollen. Mit zunehmender Sparhöhe werden diese zur Nutzenkompensation notwendigen Zinsen aus einem weiteren gesparten Euro, also der Wert des Grenzleids des Sparens, jedoch immer höher. Sind sie auf die Höhe des tatsächlich erhaltenen Zinssatzes gestiegen, hat der Sparer seine nutzenmaximale Sparhöhe erreicht. Hier sind alle aus Differenzen zwischen dem Zinssatz und dem Wert des Grenzleids des Sparens resultierenden zusätzlichen Sparrenten ausgeschöpft. Die Abb. 2.14 illustriert diese zweite Formulierung der Sparregel. Die Sparrente entspricht hier der Fläche zwischen der Zinssatzgeraden und der Kurve des Werts des Grenzleids des Sparens vom Nullpunkt bis zur gewinnmaximalen Sparhöhe.

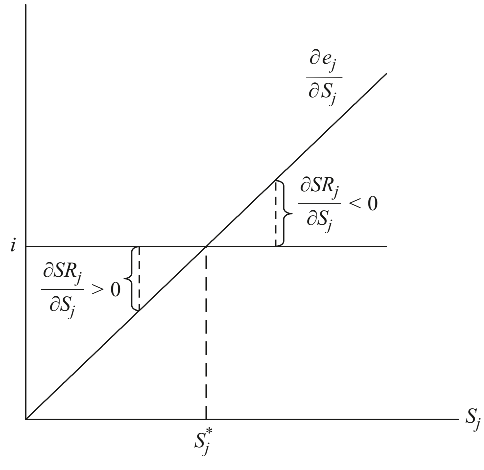


Abb. 2.14 Zweite Formulierung der Sparregel

Zusammen mit der intertemporalen Budgetrestriktion bildet die in den Konsumsummen formulierte Sparregel ein Zwei-Gleichungs-System in den beiden Konsumsummen, das aufgelöst zu den nutzenmaximalen Konsumsummen

$$C_{j,t}^{*} = C_{j,t}^{*}(i) \quad \text{und} \quad C_{j,t+1}^{*} = C_{j,t+1}^{*}(i)$$

führt. Daraus folgt die nutzenmaximale Höhe des Sparens als

$$S_j^{*} = S_j^{*}(i) = wA_{j,t} - C_{j,t}^{*}(i).$$

Letztere kann man auch direkt ermitteln, wenn man die Sparregel in der Höhe des Sparens statt in den beiden Konsumsummen formuliert.

2.4.3 Kapitalangebotsfunktionen

Von Interesse ist nun die Art des Verlaufs des Sparens in Abhängigkeit vom Zinssatz, also der Verlauf der Sparfunktion als Angebotsfunktion für neues Finanzkapital. Den Effekt einer Zinssatzerhöhung auf das einzelwirtschaftliche Sparen können wir anhand der Abb. 2.13 in einen Substitutionseffekt (Bewegung auf der alten Indifferenzkurve) und einen Einkommenseffekt (Bewegung von der alten zur neuen Indifferenzkurve) zerlegen. Dabei ist der Substitutionseffekt einer Zinssatzerhöhung auf das Sparen eindeutig positiv. Ein höherer Zinssatz führt zu einer steileren Budgetgeraden, sodass der Tangentialpunkt zwischen einer fiktiven nutzenkompensierten Budgetgeraden mit der neuen Steigung und der alten Indifferenzkurve eindeutig bei niedrigerem Gegenwarts- und höherem Zukunftskonsum liegt – das Sparen ist also höher. Dies zeigt die Abb. 2.15 mit gestrichelter

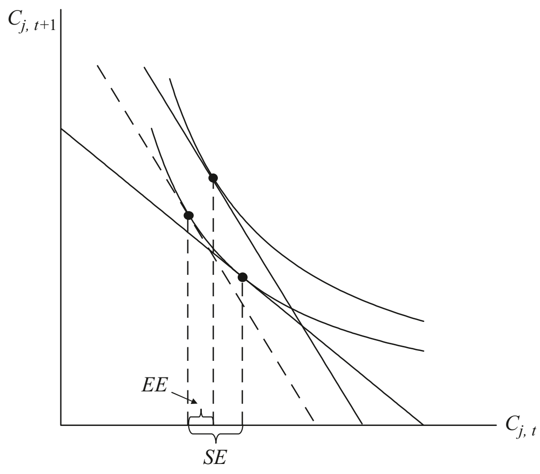


Abb. 2.15 Sparen und Zinssatz

nutzenkompensierter Budgetgeraden. Der Einkommenseffekt ist in seiner Richtung offen. Wie man an den Achsenabschnitten der Abb. 2.13 ablesen kann, führt eine Zinssatzerhöhung zu einem Steigen des Ordinatenabschnitts und zu einem Fallen des Abszissenabschnitts. Der linke Teil der neuen Budgetgerade liegt also über der alten Budgetgeraden, der rechte Teil von ihr unterhalb der alten. In welchem Teil das neue Nutzenmaximum liegt, ist offen. Dahinter steht der Umstand, dass die Zinssatzerhöhung insofern ambivalent wirkt, als dass sie zwar das neu geschaffene Vermögenseinkommen erhöht, aber andererseits den Gegenwartswert des zukünftigen Einkommens verringert. In der Abb. 2.15 haben wir einen Fall dargestellt, in dem der Einkommenseffekt der Zinssatzerhöhung bezüglich des Sparens negativ ist (der Einkommenseffekt alleine führt zu mehr Gegenwartskonsum), ein dominanter positiver Substitutionseffekt dies aber überkompensiert. Dann wird auf Kosten des Gegenwartskonsums mehr gespart und es steigt der Zukunftskonsum. Dies dürfte der Regelfall sein. Das legen auch die beiden folgenden Beispiele nahe.

2.4.4 Zwei Beispiele

Als erstes Beispiel wollen wir den Fall von Cobb-Douglas-Präferenzen über Gegenwarts- und Zukunftskonsumsumme betrachten. Hier lautet die Standardformulierung der Nutzenindexfunktion

$$u_j = C_{j,t+1}^{\alpha} C_{j,t}^{\beta} = (wA_{j,t+1} + S_j)^{\alpha} (wA_{j,t} - S_j)^{\beta}.$$

Die Grenzraten der intertemporalen Substitution lauten in diesem Fall

$$s_{C_{j,t+1},C_{j,t}} = \frac{\beta C_{j,t+1}}{\alpha C_{j,t}} = \frac{\beta(wA_{j,t+1} + S_j)}{\alpha(wA_{j,t} - S_j)}.$$

Damit ergibt sich die Sparregel in ihrer zweiten Formulierung (2.21) als

$$i = \frac{\beta C_{j,t+1}}{\alpha C_{j,t}} - 1 = \frac{\beta(wA_{j,t+1} + S_j)}{\alpha(wA_{j,t} - S_j)} - 1.$$

Die beiden rechten Seiten zeigen die Werte des Grenzleids des Sparens. Zusammen mit der intertemporalen Budgetrestriktion (2.19) erhalten wir die nutzenmaximalen Konsumsummen

$$C_{j,t+1} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}(1 + i)\left(wA_{j,t} + \frac{wA_{j,t+1}}{1+i}\right)$$

$$\text{und} \qquad C_{j,t} = \frac{\beta}{\alpha + \beta}\left(wA_{j,t} + \frac{wA_{j,t+1}}{1+i}\right).$$

Die nutzenmaximierende Sparfunktion folgt direkt aus der im Sparen formulierten Sparregel als

$$S_j = \frac{\beta}{\alpha+\beta} wA_{j,t} - \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \frac{wA_{j,t+1}}{1+i}.$$

Im Falle der Cobb-Douglas-Präferenzen gilt also: Steigt der Zinssatz, so wird mehr gespart, der Gegenwartskonsum sinkt und der Zukunftskonsum steigt.

Im Falle der CES-Präferenzen mit einer Substitutionselastizität von kleiner als minus eins lautet die Nutzenindexfunktion in der Standardformulierung

$$u_j = \left(C_{j,t+1}^{\frac{\sigma+1}{\sigma}} + C_{j,t}^{\frac{\sigma+1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma+1}} = \left((wA_{j,t+1} + S_j)^{\frac{\sigma+1}{\sigma}} + (wA_{j,t} - S_j)^{\frac{\sigma+1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma+1}}.$$

Hier ergeben sich die Grenzraten der intertemporalen Substitution als

$$s_{C_{j,t+1},C_{j,t}} = \left(\frac{C_{j,t}}{C_{j,t+1}} \right)^{\frac{1}{\sigma}} = \left(\frac{wA_{j,t} - S_j}{wA_{j,t+1} + S_j} \right)^{\frac{1}{\sigma}}.$$

Also lautet die Sparregel

$$i = \left(\frac{C_{j,t}}{C_{j,t+1}} \right)^{\frac{1}{\sigma}} - 1 = \left(\frac{wA_{j,t} - S_j}{wA_{j,t+1} + S_j} \right)^{\frac{1}{\sigma}} - 1.$$

Zusammen mit der intertemporalen Budgetrestriktion führt das zu den Konsumsummen

$$C_{j,t} = \frac{wA_{j,t} + \frac{wA_{j,t+1}}{1+i}}{1 + \left(\frac{1}{1+i} \right)^{1+\sigma}} \quad \text{und} \quad C_{j,t+1} = \frac{wA_{j,t} + \frac{wA_{j,t+1}}{1+i}}{\frac{1}{1+i} + \left(\frac{1}{1+i} \right)^{-\sigma}}.$$

Die nutzenmaximierende Sparfunktion lautet

$$S_j = \frac{wA_{j,t}}{1 + (1+i)^{1+\sigma}} - \frac{wA_{j,t+1}}{1 + i + \left(\frac{1}{1+i} \right)^{\sigma}}.$$

Auch hier resultiert also eine im Zinssatz steigende Sparfunktion.

2.5 Entscheidungen unter Risiko

Anders als bisher vorausgesetzt müssen Entscheidungen oft unter unvollständiger Information hinsichtlich der zukünftigen Ausprägung bestimmter Merkmale bei verschiedenen Alternativen getroffen werden. Beispielsweise kann ein Konsumgüternachfrager, der mit neuen Varianten eines bestimmten Konsumgutes konfrontiert wird, oft ex ante (vor Konsum) nicht exakt einschätzen, welche Konsumentenrenten aus den Alternativen resultieren. Einem Arbeitsanbieter, der zwischen zwei Stellenangeboten wählen kann, dürfte es im Regelfall ex ante schwerfallen, das Arbeitsleid und damit die Arbeitsrenten aus den beiden Alternativen exakt zu beurteilen. Und Sparer sehen sich einer großen Vielfalt von alternativen Vermögensanlagen gegenüber, deren Renditen und damit Sparrenten in den meisten Fällen ex ante nicht feststehen.

Generell kann man zwei Arten der Entscheidung unter unvollständiger Information unterscheiden. Im ersten Fall besteht eine objektive Wahrscheinlichkeitsverteilung über den zu erwartenden Ertrag (Konsumenten-, Arbeits- oder Sparrente) einer Alternative. Hier weiß man, welche verschiedenen Erträge bei einer bestimmten Alternative prinzipiell möglich sind, und weiß zudem mit Sicherheit, wie hoch die Eintrittswahrscheinlichkeiten der einzelnen Möglichkeiten sind. Diesen ersten Fall bezeichnet man als Entscheidung unter Risiko. Dabei ergeben sich die objektiven Wahrscheinlichkeiten im Allgemeinen aufgrund von Naturgesetzen, beispielsweise bei Glücksspielen wie Würfeln oder Roulette, oder auf der Basis gesicherter empirischer Regelmäßigkeiten, beispielsweise auf der Basis von über einen langen Zeitraum statistisch ermittelter Häufigkeitsverteilungen. Im zweiten Fall der Entscheidung unter unvollständiger Information sind die Wahrscheinlichkeiten unsicher. Man spricht dann von subjektiven Wahrscheinlichkeiten und einer Entscheidung unter Unsicherheit. Eine solche Unsicherheit herrscht z. B. hinsichtlich des Ausgangs von Fußballspielen oder Pferderennen. Zwischen beiden Arten der Entscheidung gibt es keine klare Trennungslinie. So kann man schwerlich festlegen, ab welcher Länge des Beobachtungszeitraums eine empirisch ermittelte Eintrittshäufigkeit von einer subjektiven zu einer objektiven Wahrscheinlichkeit wird. Klar ist aber, dass sich die Menschen bei hoher Unsicherheit hinsichtlich der Wahrscheinlichkeiten anders verhalten als bei recht gesicherten Wahrscheinlichkeiten. Insofern macht die Unterscheidung in diese zwei Arten von Entscheidungen Sinn.

Im Folgenden wollen wir nur Entscheidungen unter Risiko behandeln. Dabei haben wir exemplarisch das Verhalten eines Sparers als Vermögensanleger an den Finanzmärkten im Auge. Dieser muss nun nicht nur (wie im Vorabschnitt angenommen) über die Höhe des Sparens entscheiden (was wir im Folgenden nicht erneut thematisieren), sondern zudem über die Aufteilung dieser Neuvermögensbildung auf verschiedene Anlagealternativen. Die alternativen Vermögensanlagen sind im Regelfall risikobehaftet. Dabei ist die Präferenzstruktur eines Sparers typischerweise von Risikoaversion geprägt.

2.5.1 *Risiko und Risikoaversion*

Ein einfacher Ansatz zur Formalisierung und Erfassung der Konzepte des Risikos und der Risikoaversion ist der so genannte Erwartungswert-Varianz-Ansatz. Wie der Name schon deutlich macht, geht man hier davon aus, dass von der objektiven Wahrscheinlichkeitsverteilung über die möglichen Ausprägungen eines Merkmals einer Alternative für den betrachteten Haushalt nur der Erwartungswert μ und die Standardabweichung δ entscheidungsrelevant sind, nicht aber die höheren statistischen Momente. Dabei ist die Standardabweichung das Risikomaß. Im Falle eines Sparers ist der Erwartungswert jener des Ertrags seiner Vermögensanlagen und ist die Standardabweichung jene der Wahrscheinlichkeitsverteilung über diesen Vermögensertrag. Der Nutzen aus den Vermögensanlagen steigt bei konstant gehaltenem Risiko mit dem Erwartungswert des Ertrags. Bei Risikoaversion fällt dieser Nutzen bei konstant gehaltenem Ertrag mit steigender Standardabweichung (steigendem Risiko). Für die Nutzenindexfunktion unseres j-ten Haushalts können wir also formulieren

$$u_j = u_j(\mu, \ \delta), \tag{2.22}$$

wobei typischerweise gilt

$$\frac{\partial u_j}{\partial \mu} > 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial u_j}{\partial \delta} < 0.$$

Die Präferenzstruktur kann man durch eine Indifferenzkurvenschar in der μ-δ-Ebene abbilden. Da das durch die Standardabweichung operationalisierte Risiko für sich gesehen ein Übel ist, verlaufen diese Indifferenzkurven steigend. Die Abb. 2.16 zeigt eine solche steigende Erwartungswert-Varianz- bzw. Ertragserwartung-Risiko-Indifferenzkurve.

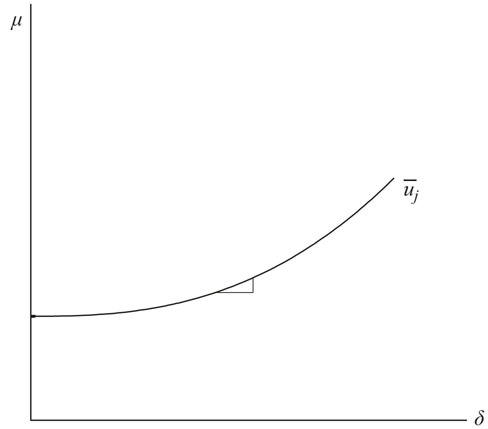


Abb. 2.16 μ-δ-Indifferenzkurve

Die Steigungswerte der Indifferenzkurven sind die Grenzraten der Substitution von erwartetem Ertrag (im Weiteren immer im Sinne des Erwartungswerts des Ertrags) durch Risiko. Diese Grenzraten geben an, wie viel mehr erwarteten Ertrag man dem betrachteten Anleger geben muss, damit er für eine Einheit mehr Risiko (also für einen Euro mehr Standardabweichung) nutzenmäßig kompensiert ist. Umgekehrt geben die Grenzraten der Substitution von Risiko durch erwarteten Ertrag an, wie viel mehr Risiko (Euro Standardabweichung) man dem Sparer bei konstant gehaltenem Nutzen aufbürden kann, wenn er dafür einen Euro mehr erwarteten Ertrag bekommt. Dabei können wir von steigenden Grenzraten der Substitution als Regelfall ausgehen. Je höher das Risiko (die Standardabweichung) schon ist, umso mehr zusätzlichen erwarteten Ertrag muss man einem Sparer geben, damit er für eine zusätzliche Einheit Risiko nutzenmäßig kompensiert ist. Die Indifferenzkurven verlaufen also progressiv steigend. Da auf einer Indifferenzkurve definitionsgemäß

$$-\frac{\partial u_j}{\partial \delta} d\delta = \frac{\partial u_j}{\partial \mu} d\mu$$

gelten muss, lassen sich die Grenzraten der Substitution von erwartetem Ertrag durch Risiko berechnen als

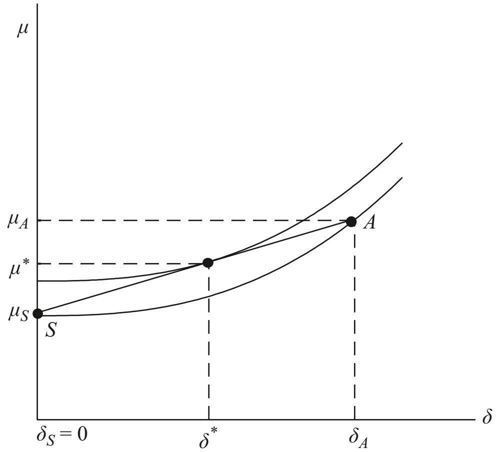
$$s_{\mu,\delta} = \frac{d\mu}{d\delta} = -\frac{\frac{\partial u_j}{\partial \delta}}{\frac{\partial u_j}{\partial \mu}}(\mu, \delta). \tag{2.23}$$

Von spezieller Bedeutung ist der Ordinatenabschnitt einer Indifferenzkurve, also jener Punkt, in dem kein Risiko (keine Streuung) vorliegt. Dieser Ordinatenabschnitt steht nicht für einen Erwartungswert, sondern für den dann sicheren zukünftigen Ertrag. Mit Blick auf alle übrigen und mit Risiko behafteten Punkte einer Indifferenzkurve bezeichnet man den Ordinatenabschnitt daher als Sicherheitsäquivalent. Gegeben irgendeine andere Ertragerwartung-Risiko-Kombination auf derselben Indifferenzkurve gibt er an, welcher sichere Betrag zu dieser anderen Kombination nutzenäquivalent ist.

2.5.2 Die Portfolioregel

Ein risikoaverser Sparer bzw. Anleger kann seinen Nutzen steigern, indem er sich nicht auf eine bestimmte Vermögensanlageform konzentriert, sondern ein Portfolio aus Alternativen mit unterschiedlichem μ-δ-Profil zusammenstellt. Denn zum einen ermöglicht es eine solche Portfoliobildung, das μ-δ-Profil der Vermögensanlage insgesamt durch eine entsprechende Mischung der verschiedenen einzelnen Alternativen nutzenmaximal auf die Präferenzen des Anlegers auszurichten. Zum zweiten

Abb. 2.17 Die Portfolioregel



kann man bei Vorliegen einer negativen Korrelation zwischen den Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Alternativen im Zuge einer Portfoliobildung das Gesamtrisiko des Portfolios unter das Risiko einer einzelnen Alternative senken.

Wir wollen im Folgenden nur den ersten Punkt verdeutlichen. Dazu schauen wir auf zwei völlig unkorrelierte alternative Anlageformen: eine sichere Staatsanleihe S mit Ertrag μ_S>0 und Risiko δ_S=0 sowie eine Aktie A mit Erwartungswert des Ertrags $\mu_A > \mu_S$ und mit dem Risiko δ_A>0. In der Abb. 2.17 haben wir das μ-δ-Profil der Aktie eingezeichnet (Punkt A) und anschließend die zugehörige Indifferenzkurve des betrachteten Anlegers. Mit Blick auf den sicheren Ertrag der Staatsanleihe haben wir speziell angenommen, dass dieser beim betrachteten Sparer genau dem Sicherheitsäquivalent dieser Aktie entspricht. Damit entspricht er dem Ordinatenabschnitt der Indifferenzkurve, auf welcher auch die Aktie liegt (Punkt S). Wenn der betrachtete Sparer seine gesamte Ersparnis ausschließlich in Aktien oder ausschließlich in Staatsanleihen anlegen müsste, so wäre er also in unserem Beispiel annahmegemäß zwischen beiden Anlageformen indifferent. Gegeben seine in der Krümmung der Indifferenzkurve zum Ausdruck kommende Risikoneigung würde das höhere Risiko der Aktie genau durch deren höheren erwarteten Ertrag aufgewogen.

Der Sparer kann nun seinen Nutzen erhöhen, indem er eine Mischung aus beiden Anlageformen, also ein Portfolio realisiert. Die in der Abb. 2.17 eingezeichnete Gerade zwischen den beiden Anlageformen ist der geometrische Ort aller durch Portfoliobildung realisierbaren μ-δ-Profile. Die Steigung dieser Geraden entspricht definitionsgemäß dem Verhältnis zwischen Erwartungswert-Differenz und Risiko-Differenz.

Da die Staatsanleihe unseres Beispiels nicht risikobehaftet ist, lautet hier die Steigung der Portfolio-Geraden speziell

$$\frac{d\mu}{d\delta} = \frac{\mu_A - \mu_S}{\delta_A}. \tag{2.24}$$

Diesen Steigungswert bezeichnet man auch als Preis des Risikos. Denn er gibt an, wie viel zusätzlichen erwarteten Ertrag man im Rahmen der Portfoliobildung durch Beimischung von mehr Aktien bekommt, wenn man einen Euro mehr Standardabweichung des erwarteten Ertrags aus dem Portfolio dafür in Kauf nimmt. Oder umgekehrt formuliert: Er zeigt, auf wie viel erwarteten Ertrag man verzichten muss, wenn man das Risiko um eine Einheit senken will. Offensichtlich wären die Bezeichnungen Lohn des Risikos oder Preis der Risikovermeidung treffender. Für den Erwartungswert des Ertrags eines Portfolios gilt

$$\mu = g\mu_A + (1 - g)\mu_S$$

und für seine Standardabweichung

$$\delta = g\delta_A.$$

Dabei ist $0<g<1$ das Gewichtungsschema des Portfolios. In unserem einfachen Beispiel entspricht es seinem Aktienanteil. Für $g=0$ wäre man im Punkt S, für $g=1$ wäre man im Punkt A, und für $0<g<1$ hat man ein Portfolio auf der Geraden zwischen diesen Punkten.

Welches Portfolio – also welches Gewichtungsschema g – nutzenmaximal ist, macht ebenfalls die Abb. 2.17 deutlich. Man muss die beiden Anlageformen so mischen, dass die höchstmögliche Indifferenzkurve erreicht wird. Das ist dort der Fall, wo die Portfolio-Gerade einen Tangentialpunkt mit einer Indifferenzkurve hat. Mit diesem Tangentialpunkt liegt das nutzenmaximale Gewichtungsschema fest. Da sich in diesem Tangentialpunkt die Steigungen der Indifferenzkurve gemäß Gl. (2.23) und der Portfoliogeraden gemäß Gl. (2.24) entsprechen, lautet die Nutzenmaximierungsbedingung

$$\frac{\mu_A - \mu_S}{\delta_A} = \frac{-\dfrac{\partial u_j}{\partial \delta}}{\dfrac{\partial u_j}{\partial \mu}}(\mu, \delta). \tag{2.25}$$

Diese Nutzenmaximierungsregel der Vermögensanlage wollen wir als Portfolioregel bezeichnen. In Worten formuliert lautet sie: Wähle das Gewichtungsschema deines Portfolios so, dass die Grenzrate der Substitution von erwartetem Ertrag (aus dem Portfolio) durch Risiko (des Portfolios) gleich dem Preis des Risikos ist. Links von diesem Punkt ist die Grenzrate kleiner als der Lohn des Risikos. Also steigt der Nutzen noch, wenn man mehr Risiko eingeht. Rechts vom Nutzenmaximum ist es umgekehrt.

Bei Vorgabe der Eigenschaften der beiden Anlageformen (μ_S, δ_S) und (μ_A, δ_A) lässt sich aus der Portfolioregel das nutzenmaximale Gewichtungsschema

$$g^* = g^*(\mu_S,\ \mu_A,\ \delta_S,\ \delta_A)$$

berechnen. Der Nutzenzuwachs durch die Portfoliobildung resultiert im hier betrachteten Fall ausschließlich daraus, dass man dem sicheren Ertrag genau so viel Mehrertrag mit Risiko beimischt, wie es den Präferenzen (der Risikoneigung) des betrachteten Anlegers entspricht. Ändern wir dagegen das obige Beispiel derart ab, dass nun beide Anlagen eine positive Varianz haben, so ist auch die Korrelation zwischen ihnen bzw. ihren Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Bedeutung. Besteht hier eine negative Korrelation, so führt eine Portfoliobildung zu einer Senkung des Risikos. Ein extremes Beispiel ist der Fall zweier Anlageformen, deren Erträge nur zwei spezielle Ausprägungen (z. B. 0 oder 1 Mio. €) annehmen können und deren Eintrittswahrscheinlichkeiten vollständig negativ korreliert sind. Dann besteht bei einem Kauf von nur einer Anlage ein erhebliches Risiko, bei einem Kauf beider Anlagen in gleicher Menge dagegen überhaupt kein Risiko.

2.5.3 *Ein Beispiel*

Es gelte die Nutzenindexfunktion

$$u_j = \sqrt{\mu} - \delta^2.$$

Dann lauten die Grenzraten der Substitution von erwartetem Ertrag durch Risiko

$$4\delta\sqrt{\mu}.$$

Damit lautet die Portfolioregel

$$4g\delta_A\sqrt{g\mu_A + (1-g)\mu_S} = \frac{\mu_A - \mu_S}{\delta_A}.$$

Gibt man hier die Erwartungswerte und Standardabweichungen der Erträge der beiden Anlageformen vor, so ist diese Gleichung ein numerisch lösbares Polynom im Gewichtungsfaktor.

2.6 Zusammenfassung

1. Die Präferenzstruktur eines Konsumgüternachfragers wird durch den Verlauf seiner Grenzraten der Substitution im Konsum bzw. durch den Verlauf seiner maximalen Grenzzahlungsbereitschaften für die einzelnen Konsumgüter beschrieben.
2. Bei gegebener Konsumsumme und gegebenen Konsumgüterpreisen maximiert der Konsument seinen Nutzen bzw. seine Konsumentenrente, indem er die

Konsumgütermengen so wählt, dass seine Grenzraten der Substitution im Konsum dem Preisverhältnis des jeweiligen Konsumgüterpaares entsprechen bzw. dass seine maximale Grenzzahlungsbereitschaft für ein Konsumgut dem Preis dieses Gutes entspricht (Konsumregel).

3. Eine Preiserhöhung hat mit Blick auf die nutzenmaximale Nachfragemenge des betroffenen Konsumgutes sowohl einen negativen Substitutionseffekt als auch einen negativen Einkommenseffekt. Die nutzenmaximierenden Konsumgüternachfragefunktionen verlaufen daher eindeutig fallend.
4. Die Präferenzstruktur eines Arbeitsanbieters wird durch den Verlauf seiner Grenzraten der Substitution von Konsum durch Freizeit bzw. durch den Verlauf seines bewerteten Grenzleids der Arbeit beschrieben.
5. Bei gegebenem Vermögenseinkommen, gegebenem Lohnsatz und gegebenen Konsumgüterpreisen maximiert der Arbeitsanbieter seinen Nutzen bzw. seine Arbeitsrente, indem er seine Konsumgüternachfrage- und seine Arbeitsangebotsmenge so wählt, dass seine Grenzrate der Substitution von Konsum durch Freizeit dem Reallohnsatz entsprechen bzw. dass sein bewertetes Grenzleid der Arbeit dem Nominallohnsatz entspricht (Arbeitsregel).
6. Eine Lohnsatzerhöhung hat mit Blick auf die nutzenmaximale Arbeitszeit einen positiven Substitutionseffekt und einen negativen Einkommenseffekt. Das Steigungsverhalten der nutzenmaximierenden Arbeitsangebotsfunktionen hängt daher von der konkreten Präferenzstruktur des betrachteten Arbeitsanbieters ab.
7. Die Präferenzstruktur eines Sparers (Anbieters neuen Finanzkapitals) wird durch den Verlauf seiner Grenzraten der intertemporalen Substitution von Zukunftskonsum(summe) durch Gegenwartskonsum(summe) bzw. durch den Verlauf seines bewerteten Grenzleids des Sparens beschrieben.
8. Bei gegebenen Periodeneinkommen und gegebenem Zinssatz maximiert der Sparer seinen Nutzen bzw. seine Sparrente, indem er seine Periodenkonsumsummen bzw. seine Sparhöhe so wählt, dass seine Grenzrate der intertemporalen Substitution dem Aufzinsungsfaktor entspricht bzw. dass sein bewertetes Grenzleid des Sparens dem Zinssatz entspricht (Sparregel).
9. Eine Zinssatzerhöhung hat mit Blick auf die nutzenmaximale Sparhöhe einen positiven Substitutionseffekt und einen negativen Einkommenseffekt. Das Steigungsverhalten der nutzenmaximierenden Sparfunktionen (Finanzkapitalangebotsfunktionen) hängt daher von der konkreten Präferenzstruktur des betrachteten Sparers ab.
10. Die Präferenzstruktur eines Anlegers, der konfrontiert mit verschiedenen Anlagealternativen eine Entscheidung unter Risiko treffen muss, wird durch den Verlauf seiner Grenzraten der Substitution von erwartetem Ertrag durch Risiko beschrieben.
11. Der Anleger maximiert bei Vorliegen von Risiko seinen Nutzen, indem er das Gewichtungsschema seines Portfolios so wählt, dass die Grenzrate der Substitution von erwartetem Ertrag durch Risiko gleich dem Preis des Risikos ist (Portfolioregel).