

Statik starrer Körper

Technische Mechanik für Versorgungs-, Energie- und Verfahrenstechnik

Bearbeitet von
Von Roman Mair

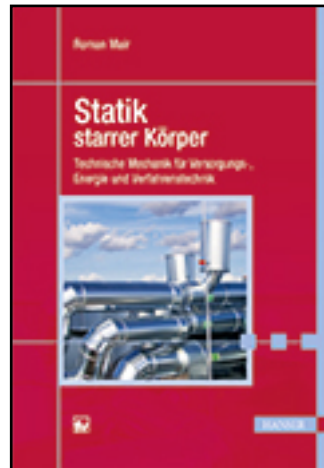
1. Auflage 2017. Buch. 180 S. Kartoniert
ISBN 978 3 446 45156 8
Format (B x L): 16,8 x 24,2 cm
Gewicht: 471 g

[Weitere Fachgebiete > Technik > Werkstoffkunde, Mechanische Technologie > Statik, Dynamik, Kinetik, Kinematik](#)

schnell und portofrei erhältlich bei


DIE FACHBUCHHANDLUNG

Die Online-Fachbuchhandlung beck-shop.de ist spezialisiert auf Fachbücher, insbesondere Recht, Steuern und Wirtschaft. Im Sortiment finden Sie alle Medien (Bücher, Zeitschriften, CDs, eBooks, etc.) aller Verlage. Ergänzt wird das Programm durch Services wie Neuerscheinungsdienst oder Zusammenstellungen von Büchern zu Sonderpreisen. Der Shop führt mehr als 8 Millionen Produkte.



Leseprobe

Roman Mair

Statik starrer Körper

Technische Mechanik für Versorgungs-, Energie- und Verfahrenstechnik

ISBN (Buch): 978-3-446-45156-8

ISBN (E-Book): 978-3-446-45365-4

Weitere Informationen oder Bestellungen unter

<http://www.hanser-fachbuch.de/978-3-446-45156-8>

sowie im Buchhandel.

Vorwort

Dieses Buch wendet sich an Studierende der Gebäude-, Versorgungs-, Verfahrens-, Energie- und der Chemietechnik. Bücher über Technische Mechanik sind meistens für Maschinenbauer oder Bauingenieure geschrieben. In den oben genannten Fachrichtungen treten mitunter Probleme auf, die in den üblichen Mechanikbüchern nicht behandelt sind. Deswegen ist dieses Buch so konzipiert, dass hier ausgewählte Grundlagen der Statik starrer Körper behandelt werden, die diesen Berufsgruppen im Alltag abverlangt werden.

Die Statik starrer Körper beschreibt das Wesen von Kräften und Momenten. Sie stellt weitere Methoden zur Bestimmung des äußeren und inneren Gleichgewichts von Tragelementen vor. Dabei bleiben Verformungen unberücksichtigt. Obwohl die Rollreibung eigentlich ein Thema der Statik elastischer Körper ist, wird sie unter dem Abschnitt Reibung mit behandelt. Ein besonderes Augenmerk gilt den typischen Tragelementen wie dem Druck- und Zugstab, dem Biegebalken und der rotationssymmetrischen dünnen Schale.

Die Methoden werden hinreichend exakt hergeleitet; Vereinfachungen, genormte Methoden und praktische Kniffe bleiben den Vorlesungen in den anwendungsbezogenen Fächern vorbehalten, bauen aber auf den vorgestellten Grundlagen auf.

Bei den praktischen Berechnungen genügen drei Stellen einer Zahl, denn die Annahmen der aufgeprägten Lasten sind häufig mit größeren Ungenauigkeiten behaftet.

Ein kritischer Blick auf die eigenen Rechenergebnisse schadet keinem Ingenieur. Kann das stimmen? Ist eine Frage, die einen Konstrukteur sein Leben lang begleitet. Aus diesem Grund wurde bei den Rechenbeispielen ein großer Wert auf Kontrollen gelegt.

Das Verständnis der Theorie ist zwar notwendig, um eine sichere Beurteilung von Konstruktionen zu gewährleisten aber keineswegs ausreichend. Vielmehr kommt es in der tagtäglichen Arbeit auf das Abstraktionsvermögen des Berechners an. Nur wenn man aus dem vorliegenden Problem ein passendes statisches Modell idealisieren kann, sind die daraus resultierenden Rechenergebnisse verwertbar. Und genau das ist das Dilemma der Lehrenden. Die vielfältigen praktischen Erfahrungen in der Statik können nicht gelehrt werden, diese muss jeder Einzelne im Berufsleben selbst sammeln.

Ohne regelmäßiges Üben bleibt auch den begabtesten Lernenden die Statik verschlossen. Deshalb ist das Üben des dargebotenen Stoffes unabdingbar.

An der Stelle möchte ich mich beim Carl Hanser Verlag, speziell bei Frau Ute Eckardt und Frau Katrin Wulst, für die Unterstützung bedanken.

Inhalt

Vorwort	5
----------------------	----------

1 Konstruktionselemente	12
--------------------------------------	-----------

1.1 Form und Beanspruchung	12
1.1.1 Kontinua	12
1.1.2 Flächentragwerke	13
1.1.3 Stabtragwerke	13
1.2 Nutzung und Material	13

2 Kräfte und Momente	14
-----------------------------------	-----------

2.1 Kraftbegriff	14
2.1.1 Volumenkräfte	15
2.1.2 Oberflächenkräfte	15
2.1.3 Linienkräfte	16
2.1.4 Einzelkräfte	17
2.1.5 Lastannahmen	18
2.2 Eigenschaften einer Einzelkraft	19
2.2.1 Wirkungslinie	19
2.2.2 Mathematische Beschreibung von Kräften	20
2.2.3 Drehmoment einer Kraft	22
2.2.4 Kräftepaar	25
2.3 Ersatzkräfte von Kräftesystemen	26
2.3.1 Ersatzkraft im zentralen Kräftesystem	26
2.3.2 Ersatzkraft in einem parallelen Kräftesystem bestehend aus zwei Kräften	27
2.3.3 Ersatzkraft in einem Kräftepaar	28
2.3.4 Ersatzkraft eines parallelen symmetrischen Kräftesystems	29
2.3.5 Ersatzkraft eines allgemeinen Parallelkräftesystems	30
2.3.6 Ersatzkraft eines allgemeinen Kräftesystems	33
2.3.7 Behandlung von einzelnen Drehmomenten in Kräftegruppen ..	35
2.4 Zerlegung von Kräften	36
2.4.1 Zerlegung einer Kraft in zwei Richtungen	36

2.4.2	Zerlegung einer Kraft in zwei parallele Kräfte	37
2.4.3	Zerlegung einer Kraft in drei nicht zentrale Richtungen	38

3 Gleichgewicht 39

3.1	Freiheitsgrade eines Körpers in der Ebene	39
3.2	Freiheitsgrade eines Körpers im Raum	40
3.3	Auflagerbedingungen in der Ebene	41
3.3.1	Bewegliche Lager	41
3.3.2	Kipplager und Gelenke	41
3.3.3	Führungen und Einspannungen	42
3.3.4	Zusammenfassung der zweidimensionalen Auflager- bedingungen	43
3.3.5	Halterungen im Rohrleitungsbau	44
3.3.6	Statische Bestimmtheit bei ebenen Tragwerken	45
3.4	Gleichgewichtsbedingung	47
3.5	Ermittlung der Auflagerreaktionen	49
3.5.1	Rechnerische Lösung am Einfeldbalken	49
3.5.2	Zeichnerische Lösung am Einfeldbalken	50
3.5.3	Rechnerische Lösung am Zweifeldbalken	51
3.6	Stabilität Starrer Körper	54

4 Schwerpunkt 56

4.1	Definition	56
4.1.1	Physikalischer Schwerpunkt	56
4.1.2	Geometrischer Schwerpunkt	56
4.2	Schwerpunkt von Punktmassen	57
4.2.1	Schwerpunkt von ebenen Punktmassen	57
4.2.2	Schwerpunkt von räumlichen Punktmassen	58
4.2.3	Schwerpunkt von mehreren Punktmassenhaufen	59
4.3	Schwerpunkte von Kurven und Kurvenzügen	60
4.3.1	Schwerpunkt einer krummen Kurve	60
4.3.2	Schwerpunkt von zusammengesetzten Kurvenzügen	65
4.4	Schwerpunkt einer Fläche	68
4.5	Schwerpunkt eines Körpers	73
4.6	GULDINSche Regeln	74
4.6.1	Berechnung der Mantelfläche von Rotationskörpern	74
4.6.2	Berechnung des Volumens von Rotationskörpern	75

5 Schnittkräfte 76

5.1	Vom Wesen der Schnittkräfte	76
5.2	Definition der Schnittkräfte	76
5.3	Schnittkräfte an Stäben und Balken	78
5.4	Schnittkraftverläufe am Druck- und Zugstab	84
5.4.1	Funktion der Normalkraftlinie	84
5.4.2	Lösungen für Standardfälle	85

5.5	Schnittkraftverlauf am geraden Biegebalken	92
5.5.1	Funktion der Querkraftlinie und der Momentenlinie	92
5.5.2	Lösungen für Standardfälle	96

6 Ebene Fachwerke 109

6.1	Bezeichnungen und Tragprinzip	109
6.2	Statische Bestimmtheit	110
6.2.1	Allgemeine statische Bestimmtheit	110
6.2.2	Äußere statische Bestimmtheit	110
6.2.3	Innere statische Bestimmtheit	111
6.3	Abbrechbare Fachwerke	112
6.4	Nicht abbrechbare Fachwerke	113
6.5	Nullstäbe	113
6.6	Berechnung nach dem Knotenpunktverfahren	114
6.7	RITTERSches Schnittverfahren	117
6.8	CREMONA-Plan	118

7 Dünnwandige Rotationsschalen 123

7.1	Geometrische Zusammenhänge	123
7.2	Gleichgewicht am Flächenelement in Normalenrichtung	125
7.3	Schnittkräfte an typischen Rotationskörpern	127
7.3.1	Torusschale	127
7.3.2	Kugelschale	130
7.3.3	Zylinderschale	131
7.3.4	Kegelschale	132

8 Reibung 134

8.1	Haftreibung	134
8.1.1	Reibungskegel, Reibungskeil	135
8.1.2	Selbsthemmung	136
8.2	Gleitreibung (COULOMBSche Reibung)	138
8.2.1	Hangabtrieb	140
8.2.2	Keil	141
8.2.3	Schraube	142
8.2.4	Seilreibung	143
8.3	Rollreibung	144
8.4	Reibung in Schüttgütern	145

9 Übungsaufgaben 147

9.1	Kräfte und Momente	147
9.1.1	Resultierende Ersatzkraft aus Einzelkraft und Kräftepaar	147
9.1.2	Resultierende Ersatzkraft für paralleles Kräftesystem	148
9.1.3	Kräftezerlegung in zwei Richtungen	149
9.1.4	Kräftezerlegung in drei Richtungen	149

9.2	Gleichgewicht	150
9.2.1	Schiefe Ebene	150
9.2.2	Greifer	151
9.2.3	Stapel	152
9.3	Schwerpunkt	152
9.3.1	Schwerpunkt von Punktmassen	152
9.3.2	Strecken zug	153
9.3.3	Krummlinig umrandete Fläche	153
9.3.4	Zusammengesetzte Flächen	154
9.3.5	Zusammengesetzter Körper	155
9.3.6	GULDINSche Regel	155
9.4	Schnittkräfte	156
9.4.1	Schnittstellen	156
9.4.2	Überkragender Balken mit Einzellast und Gleichlast	156
9.4.3	Balken mit allgemeiner Belastung	157
9.5	Ebene Fachwerke	158
9.5.1	Einfeldträger mit parallelen Gurten	158
9.5.2	Kragträger	159
9.6	Dünnwandige Rotationsschalen	159
9.6.1	Schnittkräfte im Rohr	159
9.6.2	Schnittkräfte im Rohrbogen	159
9.6.3	Behälter mit Halbkugelboden	160
9.6.4	Behälter mit Klöpperboden	160
9.6.5	Zylindrischer Behälter mit Füllrohr	160
9.7	Reibung	161
9.7.1	Reibung am Gleitlager einer Rohrleitung	161
9.7.2	Selbsthemmung eines Gleitschuhs	162
9.7.3	Vergleich Backen- und Bandbremse	162
9.7.4	Rohrgraben	163

10 Lösungen 164

10.1	Kräfte und Momente	164
10.1.1	Resultierende Ersatzkraft aus Einzelkraft und Kräftepaar	164
10.1.2	Resultierende Ersatzkraft für paralleles Kräftesystem	167
10.1.3	Kräftezerlegung in zwei Richtungen	169
10.1.4	Kräftezerlegung in drei Richtungen	173
10.2	Gleichgewicht	175
10.2.1	Schiefe Ebene	175
10.2.2	Greifer	177
10.2.3	Stapel	179
10.3	Schwerpunkt	186
10.3.1	Schwerpunkt von Punktmassen	186
10.3.2	Strecken zug	187
10.3.3	Krummlinig umrandete Fläche	188
10.3.4	Zusammengesetzte Flächen	195
10.3.5	Zusammengesetzter Körper	198

10.3.6	GULDINSche Regel	199
10.4	Schnittkräfte	200
10.4.1	Schnittstellen	200
10.4.2	Überkragender Balken mit Einzellast und Gleichlast	206
10.4.3	Balken mit allgemeiner Belastung	212
10.5	Ebene Fachwerke	218
10.5.1	Einfeldträger mit parallelen Gurten	218
10.5.2	Kragträger	228
10.6	Dünnwandige Rotationsschalen	232
10.6.1	Schnittkräfte im Rohr	232
10.6.2	Schnittkräfte im Rohrbogen	234
10.6.3	Behälter mit Halbkugelboden	236
10.6.4	Behälter mit Klöpperboden	237
10.6.5	Zylindrischer Behälter mit Füllrohr	239
10.7	Reibung	241
10.7.1	Reibung am Gleitlager einer Rohrleitung	241
10.7.2	Selbsthemmung eines Gleitschuhs	242
10.7.3	Vergleich Backen- und Bandbremse	243
10.7.4	Rohrgraben	247

	Index	250
---	--------------------	------------

Ausgehend von den Bewegungsmöglichkeiten eines Körpers werden fixierende vorerst noch unbekannte Kräfte, sogenannte Auflagerreaktionen, angesetzt und diese dann so bestimmt, dass die Resultierende der Belastungen und Auflagerreaktionen verschwindet.

■ 3.1 Freiheitsgrade eines Körpers in der Ebene

Will man das ebene Dreieck ABC in Bild 3.1 aus der Position 1 in die Position 3 verbringen, so kann das durch eine Verdrehung (Rotation) um den Winkel $\Delta\alpha$ in die Zwischenposition 2 und eine anschließende Verschiebung (Translation) in die x -Richtung um Δx und y -Richtung um Δy in die gewünschte Position 3 geschehen.

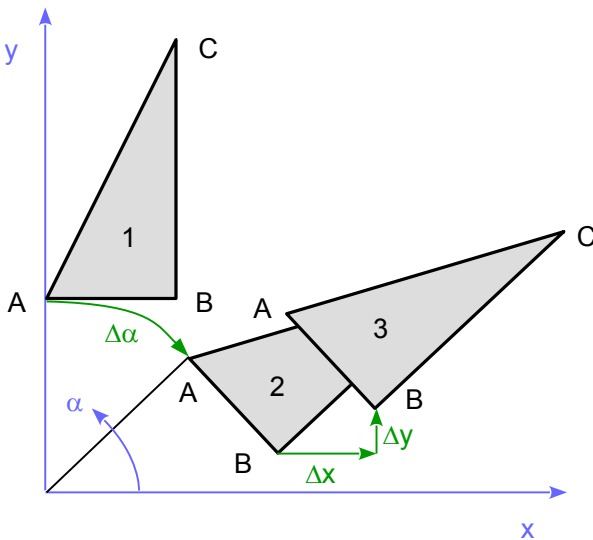


Bild 3.1: Die Freiheitsgrade der Ebene

Translationen werden durch Kräfte im Schwerpunkt und Rotationen durch Momente verursacht. Die unabhängigen Bewegungsmöglichkeiten eines starren Körpers nennt man Freiheitsgrade. Eine ebene starre Scheibe hat in seiner Ebene zwei Freiheitsgrade der Translation und einen Freiheitsgrad der Rotation.

Die Reihenfolge der Transformationsarten – Rotation vor Translation oder Translation vor Rotation – ist nicht gleichgültig.

■ 3.2 Freiheitsgrade eines Körpers im Raum

Ein dreidimensionaler Körper hat im Raum drei Freiheitsgrade der Translation (siehe Bild 3.2) und drei Freiheitsgrade der Rotation.

Genauso wie für die allgemeine Translation des Punktes A drei unterschiedliche Verschiebungen Δx , Δy und Δz nötig sind, benötigt man für eine allgemeine Rotation auch drei Drehwinkel um x -, y - und z -Achse.

Die Reihenfolge der Transformationsarten – Rotation vor Translation oder Translation vor Rotation – ist auch hier nicht gleichgültig. Die Reihenfolge der Translationen ist vertauschbar, die der Rotationen nicht.

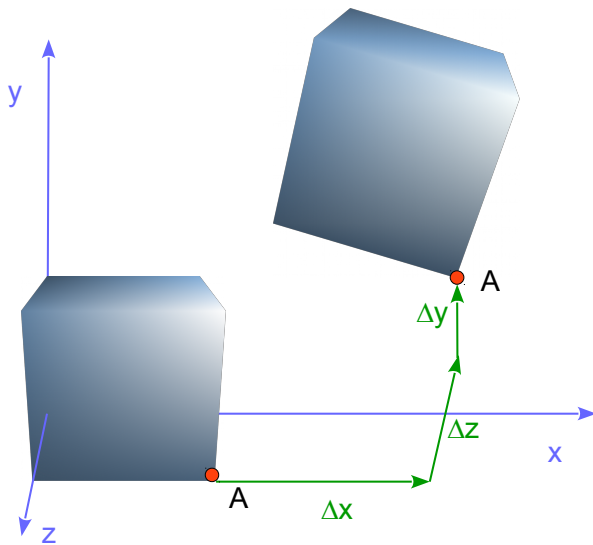


Bild 3.2: Die Freiheitsgrade des Raumes

■ 3.3 Auflagerbedingungen in der Ebene

3.3.1 Bewegliche Lager

Das bewegliche Lager in Bild 3.3 unterbindet die Translation quer zum Auflager. Dieses Lager kann auch schräg angeordnet sein. Dann ist die Translation senkrecht zu der Richtung in die das Lager ausweichen kann unterbunden. Das kann bevorzugt bei Pendelstützen vorkommen.

Die Translation quer zur unterbundenen Richtung und eine Rotation ist weiterhin möglich.

Dieses Auflager besitzt eine Festhaltung (Fesselung) und zwei verbliebene Freiheitsgrade.

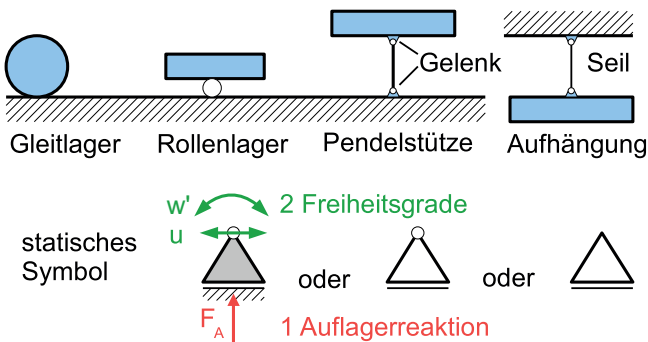


Bild 3.3: Verschiebliches Kipplager

Im Maschinenbau wird der Ausdruck Gleitlager auch für Auflager von rotierenden Wellen benutzt. Das trifft aber nicht die Lagerbedingungen des gleichlautenden Lagers in statischen Systemen.

3.3.2 Kipplager und Gelenke

Das Gelenk und das Kipplager, wie sie in Bild 3.4 dargestellt sind, unterbinden die Translationen in alle Richtungen. Wenn das Lager schräg eingebaut wird, ändert das nichts an der Wirkungsweise.

Eine Rotation ist weiterhin möglich.

Dieses Auflager besitzt zwei Festhaltungen (Fesselungen) und einen verbleibenden Freiheitsgrad der Rotation.

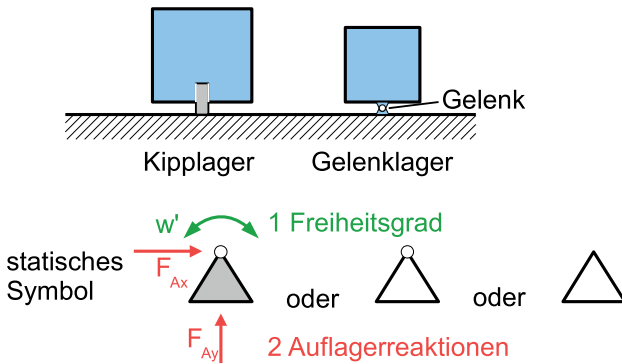
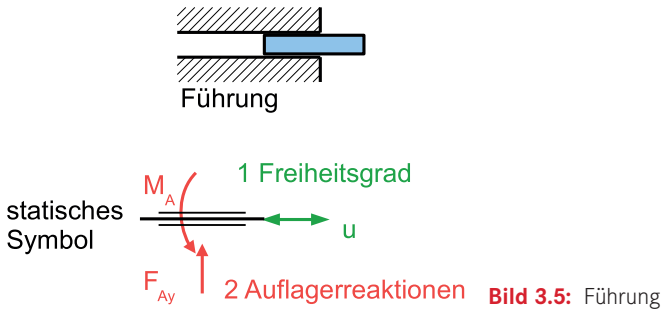


Bild 3.4: Festes Kipplager

3.3.3 Führungen und Einspannungen

Bei einer Führung (vgl. Bild 3.5) wird der Freiheitsgrad der Translation quer zur Führung und der Freiheitsgrad der Rotation unterbunden. Ein Freiheitsgrad der Translation entlang der Führung bleibt erhalten.

Führungen müssen nicht als gleitende Lager realisiert, sondern können auch als Rollen oder Kugellager, wie beispielsweise bei Auszügen von Schubladen, ausgeführt sein.



Die Einspannung (vgl. Bild 3.6) dagegen unterbindet alle Bewegungsmöglichkeiten.

Diese Lagerbedingungen findet man bevorzugt bei abstehenden Bauteilen wie Konsolen oder Balkonen.

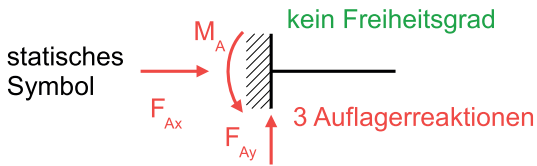
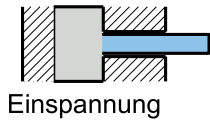


Bild 3.6: Einspannung

3.3.4 Zusammenfassung der zweidimensionalen Auflagerbedingungen

Die wichtigsten Arten von Lagern, sind mit ihren Reaktionskräften in Tabelle 3.1 aufgeführt.



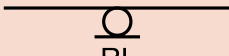

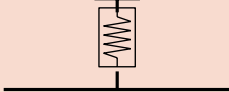
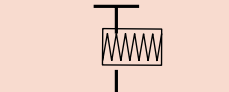
Tabelle 3.1: Zweidimensionale Auflagerbedingungen

Bezeichnung	Symbol	Wertigkeit	Reaktionskräfte
Gleitlager (Loslager)		1	
Pendelstütze		1	
Gelenkiges Lager (Festlager)		2	
Parallelführung		2	
Linearführung (Schiebehülse)		2	
Einspannung		3	

3.3.5 Halterungen im Rohrleitungsbau

Im Rohrleitungsbau werden Auflager allgemein als Halterungen bezeichnet.

Tabelle 3.2: Halterungen von Rohrleitungen

Beschreibung	Symbol
Jede Rohrleitung muss durch mindestens einen Hauptfestpunkt (HFP) lagertreu gehalten werden. Hauptfestpunkte und Zwischenfestpunkte (ZFP) entsprechen einer Einspannung (Bild 3.6) oder je nach Konstruktion einem Kipplager (Bild 3.4).	 HFP ZFP
Gleitfestpunkte (GFP) erlauben eine axiale Translation. Ob eine Behinderung der Verdrehung zusätzlich vorliegt, muss aus den Konstruktionszeichnungen abgelesen werden. Wenn die Rotation unterdrückt ist, entspricht diese Halterung dem Auflagertyp Führung in Bild 3.5, andernfalls dem Typ in Bild 3.3.	
Die Halterungen Auflager (AL) und	 AL
Rollenlager (RL) entsprechen dem Auflagertyp Gleitlager in Bild 3.3.	 RL
Die Halterung Führungslager (FL) entspricht dem Auflagertyp Führung in Bild 3.5.	 FL
Federhänger (FH) sind Halterungen, die hauptsächlich im Rohrleitungsbau vorkommen. Man verwendet sie bei warmgehenden Leitungen die beweglich verlegt werden. Warmgehend sind Rohrleitungen, bei denen sich die Temperaturen während unterschiedlicher Betriebsarten ändern. Die Auflagerreaktion ist abhängig von der Einsenkung der Rohrleitung. Federhänger verwendet man z. B. zur Aufhängung von kompletten Dampferzeugern im kalten Gerüst. Sie sind näherungsweise mit Pendelstützen in Bild 3.3 vergleichbar.	 FH
Konstanthänger (KH) lassen, ähnlich wie Federhänger, axiale und laterale (quer zur Rohrachse) Bewegungen zu. Im Gegensatz zum Federhänger bleibt beim Konstanthänger, unabhängig von der Senkung der Rohrleitung, die Auflagerreaktion konstant. Die Rohrleitung wird an dieser Stelle immer mit der eingestellten Kraft unterstützt. Auch sie sind näherungsweise mit Pendelstützen in Bild 3.3 vergleichbar.	 KH

■ 10.3 Schwerpunkt

10.3.1 Schwerpunkt von Punktmassen

Aufgabe

Erde und Mond rotieren näherungsweise um einen gemeinsamen Schwerpunkt.

Masse der Erde: $5,9736 \cdot 10^{24}$ kg

Masse des Mondes: $0,07349 \cdot 10^{24}$ kg

Abstand der Schwerpunkte Erde – Mond: 384 400 km

Radius der Erde: 6371 km

Bestimmen Sie:

1. den gemeinsamen Schwerpunkt von Erde und Mond (gemessen vom Schwerpunkt der Erde) und
2. das Verhältnis Erdradius zu Abstand gemeinsamer Schwerpunkt.

Lösung

Der Abstand des Schwerpunktes zu einem frei wählbaren Punkt ergibt sich aus nachfolgenden Formeln:

$$x_s = \frac{\sum x_i \cdot M_i}{\sum M_i}, \quad y_s = \frac{\sum y_i \cdot M_i}{\sum M_i} \text{ und } z_s = \frac{\sum z_i \cdot M_i}{\sum M_i}.$$

In Tabelle 10.1 ist der Koordinatenursprung im Mittelpunkt der Erde.

Tabelle 10.1: Schwerpunkt für Punktmassen

Schwerpunkt für Punktmassen							
Nr.	M_i	$x_{S,i}$	$y_{S,i}$	$z_{S,i}$	$M_i \cdot x_{S,i}$	$M_i \cdot y_{S,i}$	$M_i \cdot z_{S,i}$
1	5,9736E+24	0,0000E+00	0,0000E+00	0,0000E+00	0,0000E+00	0,0000E+00	0,0000E+00
2	7,3490E+22	3,8440E+05	0,0000E+00	0,0000E+00	2,8250E+28	0,0000E+00	0,0000E+00
Summe	6,0471E+24				2,82E+28	0,00E+00	0,00E+00
Schwerpunkt		4,6716E+03	0,0000E+00	0,0000E+00			

Das Verhältnis Erdradius zu Abstand gemeinsamer Schwerpunkt beträgt $6371 \text{ km} / 4671 \text{ km} = 1,364$.

10.3.2 Streckenzug

Aufgabe

In Bild 10.23 ist vereinfacht ein Z-Profil mit gleicher Wanddicke dargestellt. Bestimmen Sie von dem Streckenzug die Schwerpunktskoordinaten x_s und y_s .

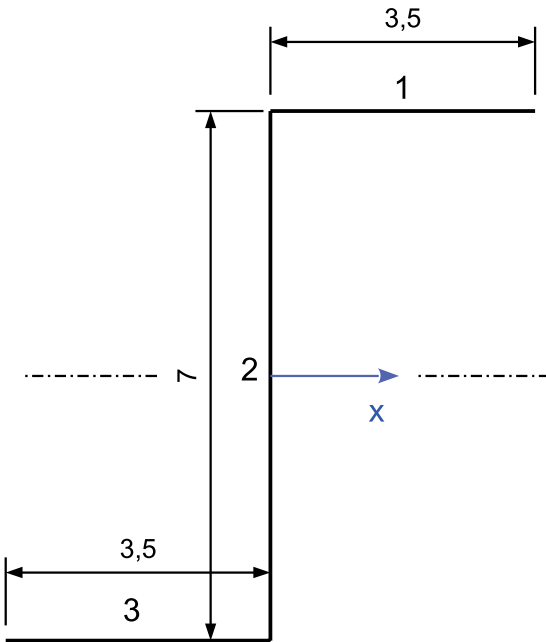


Bild 10.23: Stahlprofil

Lösung

Zur Berechnung des Gesamtschwerpunktes wird der Linienzug in Teile zerlegt, deren Teilschwerpunkte leicht zu bestimmen sind (vgl. Bild 10.24), und ein geeignetes Koordinatensystem gewählt. Ein geeignetes Koordinatensystem ist dasjenige, bei dem möglichst viele Teilschwerpunkte auf den Koordinatenachsen liegen.

Die Schwerpunkte werden nach folgenden Gleichungen

$$x_s = \frac{\sum_l L_i \cdot x_{S,i}}{\sum_l L_i} \quad \text{und} \quad y_s = \frac{\sum_l L_i \cdot y_{S,i}}{\sum_l L_i}$$

bestimmt.

In Tabelle 10.2 ist der Koordinatenursprung im Mittelpunkt des Steges (senkrechter Teil des Profils).

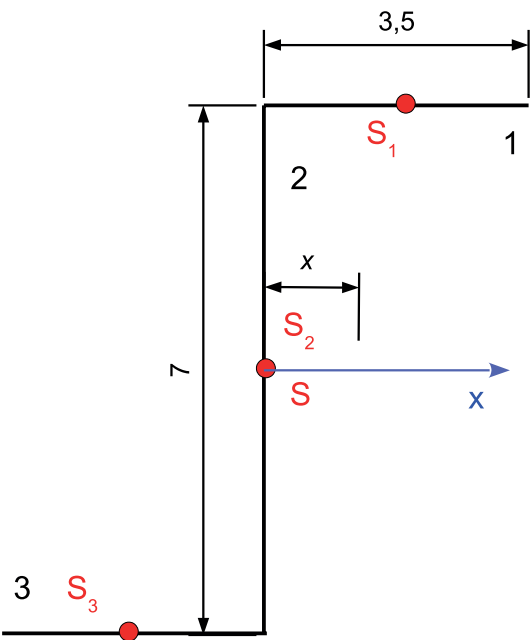


Bild 10.24: Teilschwerpunkte

Tabelle 10.2: Schwerpunkt für Z-Profil

Schwerpunkt für Linienzüge							
Nr.	L_i	$x_{S,i}$	$y_{S,i}$	$Z_{S,i}$	$L_i \cdot x_{S,i}$	$L_i \cdot y_{S,i}$	$L_i \cdot Z_{S,i}$
1	3,50	1,75	3,50		6,13	12,25	
2	7,00	0,00	0,00		0,00	0,00	
3	3,50	-1,75	-3,50		-6,13	-12,25	
Summe	14,00				0,00	0,00	
Schwerpunkt		0,000	0,000				

Der Abstand des Schwerpunktes S in Mitte Steg des Z-Profiles beträgt $x_S = 0 \text{ cm}$ und $y_S = 0 \text{ cm}$. Das war zu erwarten, denn die statischen Flächenmomente der Flansche (Bleche senkrecht zum Steg) heben sich wegen unterschiedlicher Vorzeichen in beide Richtungen auf.

10.3.3 Krummlinig umrandete Fläche

Aufgabe

Die Fläche in Bild 10.25 ist von zwei Kurven 2. Ordnung (quadratische Parabeln) umrandet.

Bestimmen Sie die Schwerpunktskoordinaten in:

- 1. x -Richtung und
- 2. y -Richtung.

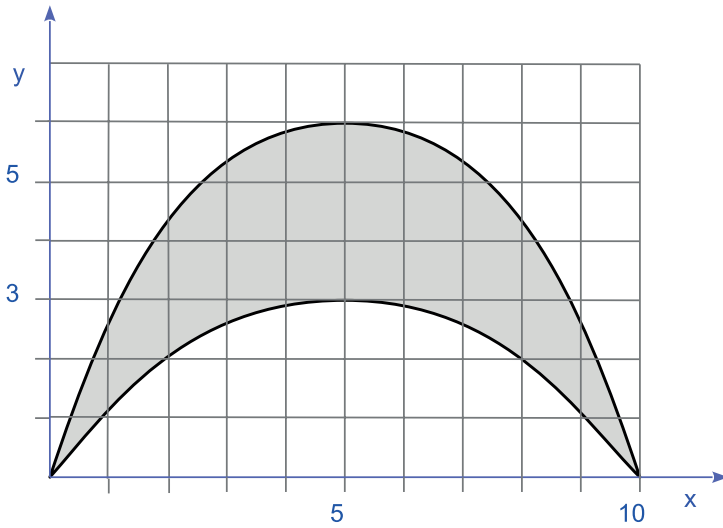


Bild 10.25: Umrandung mit Parabel

Lösung

1. Der Schwerpunktabstand in x -Richtung ergibt sich aus der Symmetrie zu $x_s = 5$ cm.
2. Die Funktion der Parabeln ist allgemein mit

$$y = f(x) = -\frac{b}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} \cdot x \cdot (x - a) \text{ gegeben.}$$

Wegen $f(x=0) = 0$ muss der Faktor x und wegen $f(x=a) = 0$ muss der Faktor $(x-a)$ in der Formel enthalten sein. Außerdem wird der Koeffizient so gesucht, dass $f(x=a/2) = b$ gilt.

Index

A

Abzählkriterium, statische
Bestimmtheit 47
Anfangswert 85
Aufhängung 41
Auflager 41
Auflagerreaktion 39, 49,
76
Auftriebsschwerpunkt 56
axial 44

B

Balken 13
Balkenabschnitt
– belastungsloser 96
– Einzellast 97
– Einzelmoment 101
– Gleichlast 102
– Trapezlast steigend 104
Biegebalken 92
Biegemoment 78
Bilanzraum 78

C

Cullmannsche Gerade 38

D

Dichte 15
Doppelintegral 69
Druck 16

Druckstab 84
Durchhang 104, 106 ff.

E

Einfeldbalken 50
Einspannung 42
Einzelmoment 80
Erddruckkraft 145
Ersatzkraft 28 f., 32, 34, 57

F

Fachwerk 109
– abbrechbares 112
– äußere statische
Bestimmtheit 110
– Cremona-Plan 118
– Gleichungssystem 115
– innere statische
Bestimmtheit 111
– Knotenpunktverfahren
114
– nichtabbrechbares 112
– Nullstab 113
– Ritterscher Schnitt 117
– statische Bestimmtheit
110
Fachwerkträger 109
Faltwerk 13
Federhänger 44
Fesselung 41
Festhaltung 41

Fläche

– drucktragende 132
– spannungstragende 132
Flächenmoment 1. Ordnung
68
Flächentragwerke 13
Flaschenzug 54
Freiheitsgrad 40
Führung 42
Führungslager 44

G

Gelenk 41, 51
Gelenkkräfte 51
Gleichgewicht 47
Gleichgewichtsbedingung
49
Gleichgewichtsgruppe 48,
78
Gleichlast 80, 94
Gleitfestpunkt 44
Gleitlager 41
Gleitreibungskoeffizient
138
Gravitationszentrum 56
Guldinsche Regel 74

H

Haftreibungskoeffizient
134, 138
Haftzahl 134

Halterung 44
 Hangabtriebskraft 135, 140
 Hauptfestpunkt 44
 Hebel 68
 Hebelarm 22, 61

K

Keil 141
 Kipplager 41
 Knotenpunktplatte 109
 Kompensator
 – Angularkompensator 46
 – Axialkompensator 46
 – Lateralkompensator 46
 Konstanthänger 44
 Kontinuum 12
 Koordinate, normierte 104
 Koordinatensystem 140
 – kartesisches 21
 – Polarkoordinaten 64
 – Toruskoordinaten 123
 Koordinatentransformation
 64, 78
 Kraft 14
 – Einzelkraft 19
 – Ersatzkraft 14, 26
 – Komponenten 20 f.
 – Kräftepaar 25, 28
 – Linienkraft 16
 – Oberflächenkraft 15
 – resultierende 26
 – teilresultierende 34
 – Volumenkraft 15
 – Zerlegung 36 f.
 Kräftesystem
 – paralleles 27
 – symmetrisches 29
 – zentrales 26
 Kurvenzug 65

L

Lager
 – bewegliches 41

– Gleitlager 41
 – Kipplager 44
 Last
 – Eigengewicht 18
 – Eislast 18
 – Flächenlast 18
 – Linienlast 17
 – Nutzlast 18
 – Schneelast 18
 – Verkehrslast 17
 – Windlast 18
 Lastannahmen 18
 Lasteinleitung 20
 lateral 44

M

Massenmittelpunkt 56
 Moment 14
 – Biegemoment 77
 – Drehmoment 22, 29, 35
 – Einzelmoment 101
 – Kippmoment 55
 – Richtungssinn 23
 Momentenlinie 96

N

Normalkraft 85
 Normalkraftlinie 85
 Normalkraft Reibung 135
 Normalkraftverlauf 86

P

Pappus, Satz von 74
 Pendelstütze 41
 Platten 13
 Polplan 30, 33
 Polstrahlen 31, 33
 Prinzip von St. Vernant 20

Q

Querkraft 93

R

Rahmen 13
 Reibung
 – Euler-Eytelwein-Formel 144
 – Riemen 143
 – Schleppspannung 143
 – Schüttgüter 145
 – Seil 143
 Reibungsbeiwert 134
 Reibungskegel 135
 Reibungskeil 135
 Reibungskraft 134, 140
 – Rohrleitung 87
 Rohrkrümmer 129
 Rohrleitung 44, 87, 90
 Rollenlager 41, 44
 Rollreibung 144
 Rotation 39
 Rotationskörper
 – Mantelfläche 75
 – Volumen 75

S

Schale 13, 123
 – Breitenkreis 124
 – Hauptkrümmungsradius 124
 – Kegelschale 132
 – Kugelschale 130
 – Längenkreis 124
 – Rotationsschale 123
 – Torusschale 123, 127
 – Überdruck 125
 – Zylinderschale 131
 Scheiben 13
 – Fachwerkscheiben 112
 Schnittfläche 77
 Schnittgröße 76
 Schnittkraft 76
 – äußere Lasten 76
 – Horizontalkraft 78
 – Normalkraft 77
 – Querkraft 77

- schnittresultierende 77
- Vertikalkraft 78
- Schnittufer 77, 84
- Schraube 142
- Schwerebene 58
- Schwerzentrum 56
- Schwerlinie 57
- Schwerpunkt 56
 - Fläche 68
 - Körper 73
 - Kurve 61
 - Punktmasse 57
 - Schwerlinie 71
 - Symmetrielinie 71
- Schwerpunktabstand 61
- Seil 13
- Seileck 30
- Seileckverfahren 30, 33
- Seilstrahlen 31, 33
- Selbsthemmung 136, 141
- Silo 18

- Stab 13
 - Eigengewicht 88
 - Einzellast 85
 - Wärmeausdehnung Rohr-
leitung 90
 - Zentrifugalkraft 91
- Stabilität 54
- Stabkraft 109
- statisch
 - bestimmt 45
 - überbestimmt 45
 - unbestimmt 45
- statisches Flächenmoment 69
- statisches Moment 68
- St. Vernant, Prinzip von 20
- Superposition 19

T

- Temperatureinwirkung 18
- Trägerrost 13
- Translation 39

V

- Vektor
 - frei 20
 - linienflüchtig 20
 - Ortsvektor 20
- Verdrehung 39
- Verschiebung 39

W

- Wärmeausdehnung 87
- Wärmespannung 18
- warmgehend 44
- Wechselwirkungsgesetz 78
- Wirkungslinie 20, 25 ff., 31, 33, 35, 37 f., 46, 48, 50, 60, 77, 106, 138

Z

- Zugstab 84
- Zweifeldbalken 52
- Zwischenfestpunkt 44
- Zwischengelenk 45
- Zwischenlagerbedingung 45