

Mathematik für Ökonomen

Grundlagen, Methoden und Anwendungen

von

Prof. Dr. Alpha C. Chiang, Prof. Dr. Kevin Wainwright, Prof. Dr. Harald Nitsch

1. Auflage

Mathematik für Ökonomen – Chiang / Wainwright / Nitsch

schnell und portofrei erhältlich bei beck-shop.de DIE FACHBUCHHANDLUNG

Thematische Gliederung:

Mathematik und Statistik – Wirtschaft

Verlag Franz Vahlen München 2011

Verlag Franz Vahlen im Internet:

www.vahlen.de

ISBN 978 3 8006 3663 1

Diese stimmen natürlich mit den Gleichungen mit Hilfe der totalen Differentiale ermittelt hatten, und führen ebenfalls zu den komparativ statischen Ableitungen aus (8.42).

Das IS-LM-Modell

Eine typische Anwendung des Satzes über implizite Funktionen ist ein allgemein spezifiziertes IS-LM-Modell.⁸⁾ Das Gleichgewicht dieses makroökonomischen Modells ist bestimmt durch eine Kombination von Einkommens- und Zinsniveau, die zum simultanen Gleichgewicht in Güter- und Geldmarkt führt.

Der Gütermarkt wird durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$Y = C + I + G \quad C = C(Y - T) \quad G = G_0 \\ I = I(r) \quad T = T(Y)$$

Y steht für das Bruttoinlandsprodukt, das sich je nach Perspektive sowohl als Output als auch als gesamtwirtschaftliches Einkommen interpretieren lässt. In der vorliegenden Form des Modells können wir Y auch als aggregiertes Angebot auffassen. C , I , G und T stehen jeweils für den Konsum, die Investitionen, die Staatsausgaben und die Steuern.

1. Den Konsum nehmen wir als eine streng monoton steigende Funktion des verfügbaren Einkommens ($Y - T$) an. Wenn wir für das verfügbare Einkommen $Y^d = Y - T$ setzen, dann wird die Konsumfunktion beschrieben durch

$$C = C(Y^d)$$

wobei $dC/dY^d = C'(Y^d)$ der marginalen Konsumneigung entspricht, für die ($0 < C'(Y^d) < 1$) gelten möge.

2. Die Investitionsnachfrage sei eine streng monoton fallende Funktion des Zinses r :

$$\frac{dI}{dr} = I'(r) < 0$$

3. Das Verhalten des Staates geht über zwei Größen in das Modell ein: Staatsausgaben G und Steuern T . Typischerweise wird G als exogen (da politisch festgelegt) angesehen, wogegen die Steuern T eine streng monoton steigende Funktion des Einkommens seien. $dT/dY = T'(Y)$ ist der Grenzsteuersatz (mit $0 < T'(Y) < 1$).

Wenn wir die Funktionen von C , I und G in die erste Gleichung $Y = C + I + G$ einsetzen, erhalten wir

$$Y = C(Y - T(Y)) + I(r) + G_0 \quad (\text{IS-Kurve})$$

Dies ist eine Gleichung mit zwei endogenen Variablen: Y und r . Diese Gleichung zeigt alle Kombinationen von Y und r , die ein Gleichgewicht im Gütermarkt bedeuten. Die Gesamtheit aller

Chung implizit definiert wird.

Steigung der IS-Kurve

Wenn wir die IS-Gleichung, die ihrer Konstruktion nach eine Gleichgewichtsidentität bildet, umformulieren als

$$Y - C(Y^d) - I(r) - G_0 \equiv 0$$

dann führt das totale Differential hinsichtlich Y und r zu

$$dY - C'(Y^d)[1 - T'(Y)] dY - I'(r) dr = 0$$

Man beachte: $\frac{dY^d}{dY} = 1 - T'(Y)$

Wir können nun dY und dr auf die linke Seite des Gleichheitszeichens bringen, um einen Ausdruck für die Steigung der IS-Kurve zu erhalten:

$$\frac{dr}{dY} = \frac{1 - C'(Y^d)[1 - T'(Y)]}{I'(r)} < 0$$

Aufgrund der Restriktionen, die den Ableitungen von C , I und T auferlegt wurden, ist die Steigung der IS-Kurve – wie man leicht ersehen kann – negativ.

Der Geldmarkt lässt sich durch die folgenden drei Gleichungen beschreiben:

$$M^d = L(Y, r) \quad [\text{Geldnachfrage}], \text{ wobei } L_Y > 0 \text{ und } L_r < 0$$

$$M^s = M_0^s \quad [\text{Geldangebot}]$$

Es wird angenommen, dass das Geldangebot exogen durch die Zentralbank festgelegt wird, und dass

$$M^d = M^s \quad [\text{Gleichgewichtsbedingung}]$$

gilt.

Setzt man die ersten beiden Gleichungen in die dritte ein, so folgt eine Gleichung, die implizit die LM-Kurve definiert. Dem Wesen nach handelt es sich auch hierbei um eine Gleichgewichtsidentität

$$L(Y, r) \equiv M_0^s$$

Steigung der LM-Kurve

Nachdem hier eine Gleichgewichtsidentität vorliegt, können wir das totale Differential hinsichtlich der beiden endogenen Variablen Y und r bilden:

$$L_Y dY + L_r dr = 0$$

Durch Umstellen der Terme folgt ein Ausdruck für die Steigung der LM-Kurve

$$\frac{dr}{dY} = -\frac{L_Y}{L_r} > 0$$

Nachdem $L_Y > 0$ und $L_r < 0$ erkennt man die positive Steigung der LM-Kurve.

⁸⁾ In diesem Modell steht IS für das Gleichgewicht des Gütermarktes, in dem Investition I und Ersparnis S übereinstimmen. LM steht für das Gleichgewicht des Geldmarktes, also die Übereinstimmung von Geldnachfrage L und Geldangebot M .

Das simultane Gleichgewicht von Geld- und durch das folgende Gleichungssystem beschrieben:

$$Y \equiv C(Y^d) + I(r) + G_0$$

$$L(Y, r) \equiv M_0^s$$

Hierdurch werden die beiden endogenen Variablen Y und r als implizite Funktionen der exogenen Variablen G_0 und M_0^s definiert. Das totale Differential des Systems führt zu

$$dY - C'(Y^d)[1 - T'(Y)] dY - I'(r) dr = dG_0$$

$$L_Y dY + L_r dr = dM_0^s$$

oder in Matrixschreibweise

$$\begin{bmatrix} 1 - C'(Y^d)[1 - T'(Y)] & -I'(r) \\ L_Y & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dG_0 \\ dM_0^s \end{bmatrix}$$

Die Jacobi-Determinante des Systems lautet

$$|J| = \begin{vmatrix} 1 - C'(Y^d)[1 - T'(Y)] & -I'(r) \\ L_Y & L_r \end{vmatrix}$$

$$= \{1 - C'(Y^d)[1 - T'(Y)]\}L_r + L_Y I'(r) < 0$$

Wegen $|J| \neq 0$ erfüllt dieses System die Voraussetzungen des Satzes über implizite Funktionen, so dass die impliziten Funktionen

$$Y^* = Y^*(G_0, M_0^s)$$

und

$$r^* = r^*(G_0, M_0^s)$$

definiert sind, obwohl wir das System nicht explizit nach Y^* und r^* auflösen können. Dennoch sind wir in der Lage, die komparative Statik des Modells bei Änderungen der exogenen Variablen (G_0 und M_0^s) zu untersuchen. Betrachten wir hierzu die komparativ statischen Ableitungen $\partial Y^*/\partial G_0$ und $\partial r^*/\partial G_0$. Wir erhalten diese durch Anwendung des Satzes über implizite Funktionen auf unser System der totalen Differentiale in Matrixschreibweise:

$$\begin{bmatrix} 1 - C'(Y^d)[1 - T'(Y)] & -I'(r) \\ L_Y & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dG_0 \\ dM_0^s \end{bmatrix}$$

zunächst setzen wir $dM_0^s = 0$ und teilen beide Seiten durch dG_0 .

$$\begin{bmatrix} 1 - C' \cdot (1 - T') & -I'(r) \\ L_Y & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dY^*}{dG_0} \\ \frac{dr^*}{dG_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Mit der Cramerschen Regel erhalten wir

$$\frac{dY^*}{dG_0} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -I' \\ 0 & L_r \end{vmatrix}}{|J|} = \frac{L_r}{|J|} = \frac{\ominus}{\ominus} > 0$$

$$\frac{dr^*}{dG_0} = \frac{\begin{vmatrix} 1 - C' \cdot (1 - T') & 1 \\ L_Y & 0 \end{vmatrix}}{|J|} = \frac{-L_Y}{|J|} = \frac{\ominus}{\ominus} > 0$$

Mit dem Satz über implizite Funktionen lassen sich diese Quotienten von Differentialen, dY^*/dG_0 und dr^*/dG_0 , als partielle Ableitungen auffassen

$$\frac{\partial Y^*(G_0, M_0^s)}{\partial G_0} \quad \text{und} \quad \frac{\partial r^*(G_0, M_0^s)}{\partial G_0}$$

Dies sind unsere gesuchten komparativ-statischen Ableitungen.

Erweiterung des Modells: Eine offene Volkswirtschaft

Ökonomen streben nach Modellen, die robust sind. Hierunter versteht man Modelle, die sich in unterschiedlichen Rahmenbedingungen einsetzen lassen. Für unser Modell wünschen wir uns die Anwendbarkeit auf eine offene Volkswirtschaft – die Transaktionen mit dem Ausland durchführt – und werden das Modell dementsprechend um einen Auslandssektor erweitern.

1. *Nettoexporte*: X soll für Exporte und M für Importe stehen. E sei der Wechselkurs (der Preis einer Einheit ausländischer Währung, ausgedrückt in inländischer Währung). Exporte sind eine streng monoton steigende Funktion des Wechselkurses

$$X = X(E) \quad \text{wobei} \quad X'(E) > 0$$

Die Importe sind dagegen eine streng monoton fallende Funktion des Wechselkurses und eine streng monoton steigende Funktion des inländischen Einkommens.

$$M = M(Y, E) \quad \text{wobei} \quad M_Y > 0, M_E < 0$$

2. *Kapitalströme*: Die Nettokapitalströme in eine Volkswirtschaft sind eine Funktion sowohl des inländischen Zinssatzes r als auch des Weltzinnsniveaus r_w . K sei der Nettokapitalzufluss mit

$$K = K(r, r_w) \quad \text{wobei} \quad K_r > 0, K_{r_w} < 0$$

3. *Zahlungsbilanz*: Der Zustrom und der Abfluss ausländischer Währung werden typischerweise durch zwei getrennte Statistiken erfasst: Die Leistungsbilanz (Nettoexporte von Gütern und Dienstleistungen) sowie die Kapitalbilanz (der grenzüberschreitende Handel mit Wertpapieren und die grenzüberschreitende Kreditvergabe). In der Summe beider Statistiken entsteht die Zahlungsbilanz ZB.

$$\text{ZB} = \text{Leistungsbilanz} + \text{Kapitalbilanz}$$

$$= [X(E) - M(Y, E)] + K(r, r_w)$$

Unter flexiblen Wechselkursen sorgen Wechselkursschwankungen dafür, dass die Transaktionen der Leistungsbilanz und diejenigen der Kapitalbilanz zusammenpassen, so dass deren Summe Null ergibt. Dies entspricht einer Gleichheit

zwischen dem Angebot und der Nachfrage der Währung.⁹⁾

Gleichgewicht der offenen Volkswirtschaft

Das Gleichgewicht in der offenen Volkswirtschaft wird durch drei Bedingungen beschrieben: Das aggregierte Angebot entspricht der aggregierten Nachfrage, das Geldangebot entspricht der Geldnachfrage, und die Summe aus Leistungs- und Kapitalbilanz ist Null (d.h. die Zahlungsbilanz ist ausgeglichen). Unter Einbezug des Auslandssektors in das Modell erhalten wir ein System dreier Gleichungen.

$$Y = C(Y^d) + I(r) + G_0 + X(E) - M(Y, E)$$

$$L(Y, r) = M_0^s$$

$$X(E) - M(Y, E) + K(r, r_w) = 0$$

Nachdem wir drei Gleichungen haben, benötigen wir drei endogene Variablen. Diese sind Y , r und E . Die exogenen Variablen sind nun G_0 , M_0^s und r_w . Wir bilden aus dem Gleichungssystem drei Gleichgewichtsidentitäten $F^1 \equiv 0$, $F^2 \equiv 0$ und $F^3 \equiv 0$, deren Jacobi-Determinante wir bestimmen:

$$Y - C(Y^d) - I(r) - G_0 - X(E) + M(Y, E) \equiv 0$$

$$L(Y, r) - M_0^s \equiv 0$$

$$X(E) - M(Y, E) + K(r, r_w) \equiv 0$$

$$|J| = \begin{vmatrix} 1 - C' \cdot (1 - T') + M_Y & -I' & M_E - X' \\ L_Y & L_r & 0 \\ -M_Y & K_r & X' - M_E \end{vmatrix}$$

Durch Laplace-Entwicklung nach der dritten Spalte erhalten wir

$$\begin{aligned} |J| &= (M_E - X') \begin{vmatrix} L_Y & L_r \\ -M_Y & K_r \end{vmatrix} + (X' - M_E) \begin{vmatrix} 1 - C' \cdot (1 - T') + M_Y & -I' \\ L_Y & L_r \end{vmatrix} \\ &= (M_E - X')(L_Y K_r + L_r M_Y) + (X' - M_E) \{ [1 - C' \cdot (1 - T') + M_Y] L_r + I' L_Y \} \\ &= (M_E - X') \{ L_Y (K_r - I') + L_r [C' (1 - T') - 1] \} \end{aligned}$$

Aus den Annahmen über die Vorzeichen der partiellen Ableitungen und der zusätzlichen Restriktion, dass $0 < C'(1 - T') < 1$ gelten möge, folgt $|J| < 0$. Demzufolge existieren die impliziten Funktionen

$$Y^* = Y^*(G_0, M_0^s, r_w)$$

$$r^* = r^*(G_0, M_0^s, r_w)$$

$$E^* = E^*(G_0, M_0^s, r_w)$$

das Ergebnis in Matrixschreibweise

$$\begin{bmatrix} 1 - C' \cdot (1 - T') + M_Y & -I' & M_E - X' \\ L_Y & L_r & 0 \\ -M_Y & K_r & X' - M_E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dY^* \\ dr^* \\ dE^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dG_0 \\ dM_0^s \\ -K_{r_w} dr_w \end{bmatrix}$$

Dies ermöglicht uns die Durchführung einer Reihe von komparativ-statischen Gedankenexperimenten. Betrachten wir als erstes eine Veränderung des Weltzinsniveaus r_w hinsichtlich der Wirkung auf die Gleichgewichtswerte von Y , r und E . Hierzu setzen wir $dG_0 = dM_0^s = 0$ und teilen beide Seiten der Gleichung durch dr_w :

$$\begin{bmatrix} 1 - C' \cdot (1 - T') + M_Y & -I' & M_E - X' \\ L_Y & L_r & 0 \\ -M_Y & K_r & X' - M_E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dY^*}{dr_w} \\ \frac{dr^*}{dr_w} \\ \frac{dE^*}{dr_w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -K_{r_w} \end{bmatrix}$$

Die Cramersche Regel ermöglicht die Lösung nach den komparativ-statischen Ableitungen

$$\frac{\partial Y^*}{\partial r_w} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -I' & M_E - X' \\ 0 & L_r & 0 \\ -K_{r_w} & K_r & X' - M_E \end{vmatrix}}{|J|} = \frac{(-K_{r_w})(-L_r)(M_E - X')}{|J|} > 0$$

und

$$\begin{aligned} \frac{\partial r^*}{\partial r_w} &= \frac{\begin{vmatrix} 1 - C' \cdot (1 - T') + M_Y & 0 & M_E - X' \\ L_Y & 0 & 0 \\ -M_Y & -K_{r_w} & X' - M_E \end{vmatrix}}{|J|} = \\ &= \frac{K_{r_w}(-L_Y)(M_E - X')}{|J|} > 0 \end{aligned}$$

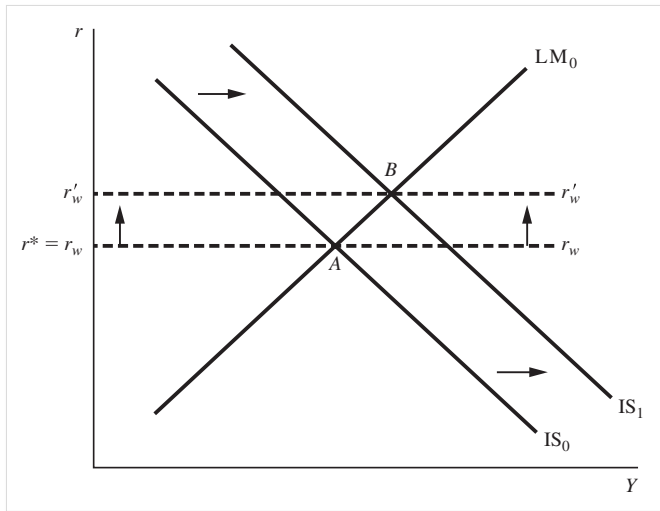
sowie

$$\begin{aligned} \frac{\partial E^*}{\partial r_w} &= \frac{\begin{vmatrix} 1 - C' \cdot (1 - T') + M_Y & -I' & 0 \\ L_Y & L_r & 0 \\ -M_Y & K_r & -K_{r_w} \end{vmatrix}}{|J|} = \\ &= \frac{-K_{r_w} \{ [1 - C' \cdot (1 - T') + M_Y] L_r + L_Y I' \}}{|J|} > 0 \end{aligned}$$

An diesem Punkt sollte man unsere Ergebnisse mit einigen grundlegenden makroökonomischen Erkenntnissen vergleichen. Es ist intuitiv einleuchtend, dass eine Erhöhung des

⁹⁾ In einem Fixkursregime muss dies nicht gelten. Abweichungen von Null spiegeln sich dann in einer Veränderung der Devisenreserven wieder.

Abbildung 8.8



Weltzinsniveaus zu einem Kapitalabfluss und einer Abwertung der heimischen Währung führen sollte. Diese wiederum stimuliert die Nettoexporte und das inländische Einkommen. Der Anstieg des Einkommens stimuliert die Geldnachfrage und bewirkt einen Aufwärtsdruck auf das inländische Zinsniveau. Dieses Ergebnis ist graphisch in Abb. 8.8 wiedergegeben, wo ein Anstieg des Weltzinsniveaus zu einer Rechtsverschiebung der IS-Kurve führt.

Zusammenfassung der Anwendungsprozedur

In den allgemein formulierten Modellen eines Marktes bzw. des Bruttoinlandsproduktes konnten wir keine expliziten Lösungswerte der endogenen Variablen bestimmen. Stattdessen griffen wir auf den Satz über implizite Funktionen zurück, um die impliziten Lösungen als Funktionen wie beispielsweise

$$P^* = P^*(Y_0) \quad \text{und} \quad r^* = r^*(G_0, M_0^s)$$

schreiben zu können. Die anschließende Suche nach komparativ-statischen Ableitungen wie (dP^*/dY_0) und $(\partial r^*/\partial G_0)$ ist nur sinnvoll, da wir – wiederum aufgrund des Satzes über implizite Funktionen – wissen, dass P^* und r^* stetig differenzierbar sind.

Die Anwendung des Satzes fällt leichter, wenn man standardmäßig die Gleichgewichtsbedingung(en) des Modells in die Form von (8.19) oder (8.24) bringt. Wir prüfen dann, ob (1) die Funktionen F stetig differenzierbar sind und (2) der Wert von F_y oder die Jacobi-Determinante der endogenen Variablen im anfänglichen Gleichgewicht von Null verschieden ist. Nachdem wir aber oft voraussetzen, dass die Funktionen im Modell stetig differenzierbar sind, ist die erste Bedingung automatisch erfüllt. Die praktische Umsetzung reduziert sich dann auf die

Ausgangsgleichgewicht von 0 verschieden ist, können wir zur Bestimmung der komparativ-statischen Ableitungen übergehen.

Hierbei ist die Ableitungsregel für implizite Funktionen nützlich. Im Eingleichungsfall setzt man einfach in der Gleichgewichtsbedingung die endogenen Variablen gleich ihren Gleichgewichtswerten (z.B. $P = P^*$). Dann wendet man die Regel gemäß (8.23) auf die Gleichgewichtsidentität an. Im Fall simultaner Gleichungen muss man ebenso alle endogenen Variablen in den Gleichgewichtsbedingungen mit ihren Gleichgewichtswerten gleichsetzen. Dann wenden wir die Regel für implizite Funktionen wie in (8.29) auf die resultierenden Gleichgewichtsidentitäten an. Das gleiche Ergebnis erhalten wir auch, wenn wir folgende Schritte durchführen:

1. Bilde jeweils das totale Differential jeder Gleichgewichtsidentität.
2. Wähle eine der exogenen Variablen (z.B. X_0) als einzigen Faktor der Störung des Gleichgewichts und setze die Differentiale *aller anderen* exogenen Variablen gleich Null. Teile dann alle verbleibenden Terme jeder Identität durch dX_0 und interpretiere jeden Quotienten zweier Differentiale als komparativ-statische Ableitung – als *partielle*, wenn das Modell zwei oder mehr exogene Variablen beinhaltet.¹⁰⁾
3. Löse das so erhaltene Gleichungssystem nach den komparativ-statischen Ableitungen auf und interpretiere ihre ökonomische Bedeutung. Wenn in diesem Schritt die Cramersche Regel zum Einsatz kommt, dann können wir auf den Wert der Determinante der Koeffizientenmatrix zurückgreifen, den wir bei der Überprüfung von $|J| \neq 0$ ohnehin bereits berechnen mussten.
4. Für die Untersuchung eines weiteren Störfaktors (einer weiteren exogenen Variablen), wiederhole die Schritte 2 und 3. Obwohl eine andere Menge komparativ-statischer Ableitungen ermittelt wird, liegt immer noch die alte Koeffizientenmatrix vor, so dass das gleiche $|J|$ in die Berechnung eingeht. Für ein Modell mit m exogenen Variablen sind die Schritte 1, 2 und 3 genau m -mal durchzuführen, um alle komparativ-statischen Ableitungen zu ermitteln.

Übung 8.6

1. Die Gleichgewichtsbedingung für das Bruttoinlandsprodukt sei $S(Y) + T(Y) = I(Y) + G_0$ ($S', T', I' > 0$; $S' + T' > I'$)

¹⁰⁾ An Stelle der Schritte 1 und 2 kann man gleichwertig auch auf die Bildung totaler Ableitungen zurückgreifen. Diese sind auf beiden Seiten jeder der Gleichgewichtsidentitäten nach den betreffenden exogenen Variablen zu bilden. Hierbei ist eine graphische Darstellung der Wirkungskanäle hilfreich.

wobei S , Y , T , I und G jeweils für die Ersparnis, das Bruttoinlandsprodukt, Steuern, Investitionen und Staatsausgaben stehen mögen. Alle Ableitungen seien stetig.

- Geben Sie eine ökonomische Interpretation für die Ableitungen S' , T' und I' an.
 - Überprüfen Sie, ob die Bedingungen des Satzes über implizite Funktionen erfüllt sind. Wenn ja, schreiben Sie die Gleichgewichtsidentität auf.
 - Ermitteln Sie (dY^*/dG_0) und ziehen Sie ökonomische Schlussfolgerungen.
2. Die Angebots- und Nachfragefunktion eines Gutes seien

$$Q_d = D(P, Y_0) \quad (D_P < 0; \quad D_{Y_0} > 0)$$

$$Q_s = S(P, T_0) \quad (S_P > 0; \quad S_{T_0} < 0)$$

Dabei sei Y_0 das Einkommen und T_0 eine Steuer auf das betreffende Gut. Alle Ableitungen seien stetig.

- Formulieren Sie die Gleichgewichtsbedingung als eine einzelne Gleichung.
 - Prüfen Sie, ob der Satz über implizite Funktionen hier anwendbar ist. Wenn ja, bilden sie die Gleichgewichtsidentität.
 - Bestimmen Sie $(\partial P^*/\partial Y_0)$ und $(\partial P^*/\partial T_0)$ und diskutieren Sie deren ökonomische Implikationen.
 - Gehen Sie analog (8.37) vor: bestimmen Sie $(\partial Q^*/\partial Y_0)$ aus der Angebotsfunktion und $(\partial Q^*/\partial T_0)$ aus der Nachfragefunktion. (Warum nicht umgekehrt – mit der Nachfragefunktion für die erstgenannte und der Angebotsfunktion für die zweitgenannte partielle Ableitung?)
3. Lösen Sie Aufgabe 2 mit einem Simultangleichungsansatz.
4. Die Nachfrage- und die Angebotsfunktionen für ein Gut seien

$$Q_d = D(P, t_0) \quad \text{und} \quad Q_s = Q_{s0}$$

- +

Dabei soll der Parameter t_0 die Präferenzen des Haushalts für das Gut abbilden und alle partiellen Ableitungen mögen stetig sein.

- Wofür stehen die + und – Zeichen unter den unabhängigen Variablen P und t_0 ?
 - Formulieren Sie die Gleichgewichtsbedingung in einer einzelnen Gleichung.
 - Ist der Satz über implizite Funktionen anwendbar?
 - Welchen Einfluss hat die Präferenzvariable t_0 auf den Gleichgewichtspreis?
5. Betrachten Sie das folgende Modell des Bruttoinlandsproduktes (unter Vernachlässigung der Steuern):

$$Y - C(Y) - I(i) - G_0 = 0 \quad (0 < C' < 1; \quad I' < 0)$$

$$kY + L(i) - M_{s0} = 0 \quad (k = \text{positive Konstante}; \quad L' < 0)$$

- Ist die erste Gleichung eine Gleichgewichtsbedingung?
- Wie hoch ist die gesamte Geldnachfrage im vorliegenden Modell?

- Untersuchen Sie die komparative Statik des Modells, wenn das Geldangebot variiert (Geldpolitik) und wenn der Staat seine Ausgaben ändert (Fiskalpolitik).
6. Unterstellen Sie nun im Modell aus Aufgabe 5, dass die Geldnachfrage zwar weiterhin von Y in der genannten Weise abhängt, aber nicht mehr vom Zins.
- Schreiben Sie das Modell in der geänderten Form auf.
 - Berechnen Sie die neue Jacobi-Determinante und bezeichnen Sie diese als $||J'|$. Ist $||J'|$ betragsmäßig größer oder kleiner als $||J|$?
 - Ist die Ableitungsregel für implizite Funktionen weiterhin anwendbar?
 - Bestimmen Sie die neuen komparativ-statischen Ableitungen.
 - Vergleichen Sie das neue $(\partial Y^*/\partial G_0)$ mit dem Wert aus Aufgabe. Welche Aussage über die Effektivität der Fiskalpolitik können Sie im neuen Modell treffen, in dem Y unabhängig von i ist?
 - Vergleichen Sie das neue $(\partial Y^*/\partial M_{s0})$ mit dem Wert aus Aufgabe 5. Was schließen Sie hinsichtlich der Effektivität der Geldpolitik?

8.7 Grenzen der komparativen Statik

Die Beschäftigung mit komparativer Statik ist sinnvoll, da uns in der Ökonomie oft interessiert, wie sich eine Störung des Gleichgewichts in einem Modell durch eine Parameteränderung auf dessen Gleichgewichtszustand auswirkt. Allerdings liegt es in der Natur der komparativen Statik, den Anpassungsprozess vom alten zum neuen Gleichgewicht und die dafür erforderlichen Zeiträume zu vernachlässigen. Der Ansatz ignoriert daher die Möglichkeit, dass das Modell inhärent instabil sein könnte und das neue Gleichgewicht nie erreicht wird. Die Anpassungsprozesse selbst untersucht man anhand *dynamischer ökonomischer Modelle*. Bei deren Analyse werden wir uns besonders dafür interessieren, wie sich die Variablen im Zeitablauf ändern, und auch explizit die Frage der Stabilität von Gleichgewichten untersuchen.

Auf das wichtige Thema der Dynamik müssen wir allerdings noch warten. In der Zwischenzeit befassen wir uns in Teil 4 mit dem Problem der *Optimierung*, einem überaus wichtigen Teilgebiet der Gleichgewichtsanalyse, das seine eigenen komparativ statischen Implikationen (und Komplikationen) aufweist.

beck-shop.de

**Teil 4:
Optimierungs-
probleme**

beck-shop.de