

Gefahrenzone in die sichere Gewinnzone kommen wollen. Als Instrument zur **Risikobegrenzung** ist sie aber – wie das Beispiel im zugehörigen Übungsbuch (ÜB 5/5) demonstriert – nur **wenig geeignet**, weil sich gerade Investitionen mit einem geringen Risiko durch eine lange Amortisationsdauer auszeichnen.

## 4. Dynamische Verfahren der Investitionsrechnung

### a) Überblick

Die dynamischen Verfahren der Investitionsrechnung verfolgen im Prinzip das gleiche Ziel wie das prospektive Zahlungstableau und wie die statischen Verfahren: Sie wollen Aussagen über die Vorteilhaftigkeit einer anstehenden Investitionsentscheidung machen.

Im Gegensatz zu den einperiodig-statischen Verfahren wollen die dynamischen Verfahren, die man auch als finanzmathematische Verfahren bezeichnet, die finanziellen Auswirkungen einer Investitionsentscheidung über den gesamten Investitionszeitraum  $t_0$  bis  $t_n$  erfassen und auswerten. Wie schon an anderer Stelle erläutert, manifestieren sich die **finanziellen Investitionswirkungen** in folgenden Größen:

- $A_0$  Anschaffungsauszahlung in  $t_0$
- $E_t$  Einzahlung zum Zeitpunkt  $t$  (Periodenende)
- $A_t$  Auszahlung zum Zeitpunkt  $t$  (Periodenende)
- $n$  Anzahl der Nutzungsdauerperioden
- $L_n$  Liquidationserlös zum Ende der Nutzungsdauer
- $i$  Kalkulationszinsfuß

Grundlage der Vorteilhaftigkeitsberechnung ist also der für die **Nutzungsdauer zu prognostizierende Zahlungsstrom**. Anders als beim vollständigen Zahlungstableau, wo man Fremdkapitalaufnahme, -tilgung und -zinsen explizit als Auszahlungen erfasst, werden diese Größen bei den im Folgenden darzustellenden dynamischen Verfahren implizit, d. h. außerhalb der Zahlungsreihe, berücksichtigt.

Die folgende Erläuterung der dynamischen Verfahren knüpft an das Beispiel aus den **Abb. 8** und **Abb. 9** an. Der Zahlungsstrom des zu beurteilenden Investitionsprojekts lässt sich auch als Säulendiagramm (**Abb. 14**) darstellen.

Da man Geldmittel verzinslich anlegen kann, ist dem Investor ein Kapitalrückfluss  $E_t$  zum Zeitpunkt  $t_1$  lieber als ein gleichhoher Kapitalrückfluss in  $t_2$ . Daraus folgt: **Zahlungen**, die zu **unterschiedlichen Zeitpunkten** anfallen, darf man nicht addieren bzw. subtrahieren. Will man sie vergleichbar machen, muss man die Zeitpräferenz des Investors berücksichtigen, die sich im **Zinsfaktor**  $i$  niederschlägt. Unmittelbar verrechenbar und damit vergleichbar sind nur die Zahlungen, die sich auf ein und denselben Zeitpunkt beziehen. Die übrigen Zahlungen werden vergleichbar gemacht, indem man sie auf einen einzigen Zeitpunkt bezieht, wozu man sich der Aufzinsung bzw. der Abzinsung bedient.

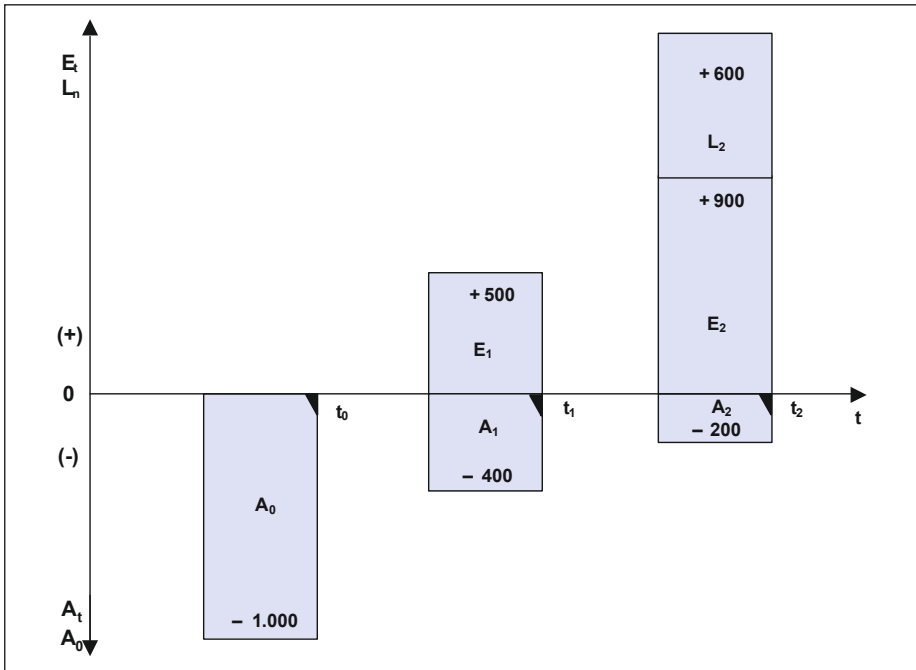


Abb. 14: Struktur des Zahlungsstroms des Investitionsprojekts I

Im **Kalkulationszinsfuß**  $i$  manifestiert sich – allgemein gesprochen – die **gewünschte Mindestverzinsung** des Investors; sie entspricht den Kapitalkosten. Die Kapitalkosten hängen bei

- **Fremdfinanzierung** vom **Fremdkapitalzins** (Sollzins)
- **Eigenfinanzierung** von **entgangenen Erträgen aus alternativer Eigenkapitalanlage** (Habenzins)

ab.

Nach dem Opportunitätskostenkonzept entsprechen die **Eigenkapitalzinsen** dem entgangenen Ertrag aus der optimalen, risikoadäquaten Alternativenanlage des Eigenkapitals.

In der Realität ergeben sich zwei Probleme: Erstens weichen Soll- und Habenzinsen bezogen auf ein Planungsjahr voneinander ab. Zweitens ist jeder dieser beiden Zinssätze während der Investitionsdauer Schwankungen unterworfen. Beide Phänomene erschweren die Wirtschaftlichkeitsrechnung mit Hilfe der dynamischen Verfahren. Deshalb baut das gängige **Grundmodell der Investitionsrechnung** auf drei vereinfachenden Annahmen auf. Es wird unterstellt, dass der Investor

- während des **gesamten Planungszeitraumes**
- jeden **beliebigen Geldbetrag**
- zu einem **einheitlichen Zinssatz**  $i$

ausleihen bzw. anlegen kann. Das im Folgenden darzustellende Grundmodell basiert auf der Prämisse des **vollkommenen Kapitalmarktes**.

Abschließend soll der Leser einen kurzen Ausblick auf die kommenden Ausführungen erhalten: Die Verfahren der dynamischen Investitionsrechnung, also die

- Kapitalwertmethode,
- Annuitätenmethode und
- Methode des internen Zinsfußes

werden im Rahmen des Grundmodells dargestellt und erläutert. Dabei geht es um so genannte **Wahlentscheidungen**, also um die Frage, ob eine Einzelinvestition vorteilhaft ist bzw. um die Frage, welches von mehreren sich gegenseitig ausschließenden Investitionsprojekten  $I_1, I_2 \dots I_n$  das vorteilhafteste ist. Dabei wird von einem Modell unter Sicherheit ausgegangen, es wird also unterstellt, dass alle künftigen Zahlungen in  $t_0$  bekannt sind. In einem zweiten Schritt wird die Annahme aufgegeben, dass die Anzahl der Nutzungsjahre  $n$  in  $t_0$  feststeht. Damit steht das **Problem der optimalen Nutzungsdauer** einer Investition zur Diskussion. In einem dritten Schritt wird das Grundmodell um die **Einbeziehung von Ertragsteuern** erweitert.

Leider entspricht die Wirklichkeit der Investitionsplanung nicht den Annahmen des Grundmodells. Investitionsentscheidungen lassen sich nicht durch isolierte Beurteilung eines Investitionsprojektes optimieren. Dieser Tatsache versucht die **Investitionsprogrammplanung**, wo Bündel von Investitionsprojekten auf den Prüfstand gestellt werden, Rechnung zu tragen.

Weiterhin muss man sich von der modellmäßigen Illusion der Investitionsentscheidung unter Sicherheit verabschieden. Dabei können in einem einführenden Lehrbuch die Möglichkeiten zur **Berücksichtigung des Risikos** nur kurz angesprochen werden. Schließlich soll die Frage der Unternehmensbewertung behandelt werden. Dabei wird sich zeigen, dass die **Unternehmensbewertung** – theoretisch – als Anwendungsfall der dynamischen Investitionsrechnung betrachtet werden kann. (ÜB 5/20–21)

## b) Grundmodell der dynamischen Investitionsrechnung

Wie in **Abb. 14** gezeigt, lassen sich die finanziellen Auswirkungen einer Investition als Zahlungsstrom auf der Zeitachse abbilden. Dabei macht es für einen Investor einen großen Unterschied, ob ein Kapitalrückfluss  $E_t$  in Höhe von beispielsweise 1.000 am Ende der ersten Periode ( $t_1$ ) oder am Ende der dritten Periode ( $t_3$ ) zu erwarten ist. Der Kapitalrückfluss in  $t_1$  hat für den Empfänger einen höheren Stellenwert, weil er den Betrag von 1.000 zwischen  $t_1$  und  $t_3$  zu Zins und Zinseszins anlegen könnte.

Die **dynamische Investitionsrechnung** hat die Aufgabe, Zahlungen, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten anfallen, durch Aufzinsung bzw. Abzinsung auf einen einheitlichen Zeitpunkt vergleichbar zu machen.

Die finanzmathematischen Grundlagen der dynamischen Investitionsrechnung werden im Folgenden kurz vorgestellt.

### aa) Finanzmathematische Grundlagen

Die in **Abb. 17** bis **Abb. 20** aufgeführten Zinstabellen enthalten Aufzinsungsfaktoren, Abzinsungsfaktoren, Rentenbarwertfaktoren und Annuitätenfaktoren (Wiedergewinnungsfaktoren), mit deren Anwendung sich **unterschiedliche ökonomische Fragestellungen** beantworten lassen:

Aufzinsungs- faktor	Abzinsungs- faktor	Rentenbar- wertfaktor	Annuitäten- faktor
$(1 + i)^t$	$\frac{1}{(1 + i)^t}$	$\frac{(1 + i)^n - 1}{i (1 + i)^n}$	$\frac{i (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$
Welchen Endwert hat eine gegenwärtige Zahlung $Z_0$ zum künftigen Zeitpunkt $t$ ?	Welchen Gegenwartswert ( $Z_0$ ) hat eine künftig anfällende Zahlung $Z_t$ ?	Welchen Gegenwartswert hat eine gleichbleibende jährliche Rentenzahlung $R_n$ ?	Wie hoch ist die jährliche Rente $R_n$ , die aus einem Gegenwartswert $Z_0$ gezahlt werden kann?

Abb. 15: Zinsfaktoren

Aus **Abb. 15** und den folgenden **Abb. 17** bis **Abb. 20** kann man erkennen:

- Der **Abzinsungsfaktor** ist der Kehrwert des Aufzinsungsfaktors
- Der **Rentenbarwertfaktor** (z. B. für eine zehnjährige Rente) ist das Resultat der aufaddierten Abzinsungsfaktoren (der Perioden 1 bis 10)
- Der **Annuitätenfaktor** ist der Kehrwert des Rentenbarwertfaktors.

Die in **Abb. 16** aufgeworfenen Fragen lassen sich bei einem angenommenen

**Kalkulationszinsfuß von 10 Prozent**

unter Heranziehung der Zinstabellen aus **Abb. 17** bis **Abb. 20** folgendermaßen beantworten:

Ökonomische Fragestellung	Resultat
<b>Aufzinsungsfaktor</b>	1.100, 1.210, 1.331
Wie hoch ist der Endwert eines in $t_0$ verfügbaren Betrages $Z_0 = 1.000$ in $t_1$ oder $t_2$ oder $t_3$ ?	
<b>Abzinsungsfaktor</b>	909, 826, 751
Wieviel zahlt ein Investor in $t_0$ für das Recht, einen Betrag von 1.000 in $t_1$ oder $t_2$ oder $t_3$ zu erhalten?	
<b>Rentenbarwertfaktor</b>	2.487
Wieviel zahlt ein Investor in $t_0$ für das Recht, drei Jahre lang eine Rente von 1.000 / Jahr zu erhalten?	
<b>Annuitätenfaktor</b>	576, 402
Welchen gleichbleibenden Jahresbetrag kann ein Rentempfänger erwarten, wenn er in $t_0$ eine Einmalzahlung $Z_0 = 1.000$ für zwei oder drei Jahre verrenten lässt?	

Abb. 16: Zinsfaktoren – Anwendungsbeispiele

Weitere Beispiele findet der Leser im zugehörigen Übungsbuch. (ÜB 5/6–19)

Aufzinsungsfaktoren									
Jahre	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %	12 %
1	1,030	1,040	1,050	1,060	1,070	1,080	1,090	1,100	1,120
2	1,061	1,082	1,103	1,124	1,145	1,166	1,188	1,210	1,254
3	1,093	1,125	1,158	1,191	1,225	1,260	1,295	1,331	1,405
4	1,126	1,170	1,216	1,262	1,311	1,360	1,412	1,464	1,574
5	1,159	1,217	1,276	1,338	1,403	1,469	1,539	1,611	1,762
6	1,194	1,265	1,340	1,419	1,501	1,587	1,677	1,772	1,974
7	1,230	1,316	1,407	1,504	1,606	1,714	1,828	1,949	2,211
8	1,267	1,369	1,477	1,594	1,718	1,851	1,993	2,144	2,476
9	1,305	1,423	1,551	1,689	1,838	1,999	2,172	2,358	2,773
10	1,344	1,480	1,629	1,791	1,967	2,159	2,367	2,594	3,106
15	1,558	1,801	2,079	2,397	2,759	3,172	3,642	4,177	5,474
20	1,806	2,191	2,653	3,207	3,870	4,661	5,604	6,727	9,646
25	2,094	2,666	3,386	4,292	5,427	6,848	8,623	10,835	17,000

Abb. 17: Aufzinsungsfaktoren

Abzinsungsfaktoren									
Jahre	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %	12 %
1	0,971	0,962	0,952	0,943	0,935	0,926	0,917	0,909	0,893
2	0,943	0,925	0,907	0,890	0,873	0,857	0,842	0,826	0,797
3	0,915	0,889	0,864	0,840	0,816	0,794	0,772	0,751	0,712
4	0,888	0,855	0,823	0,792	0,763	0,735	0,708	0,683	0,636
5	0,863	0,822	0,784	0,747	0,713	0,681	0,650	0,621	0,567
6	0,837	0,790	0,746	0,705	0,666	0,630	0,596	0,564	0,507
7	0,813	0,760	0,711	0,665	0,623	0,583	0,547	0,513	0,452
8	0,789	0,731	0,677	0,627	0,582	0,540	0,502	0,467	0,404
9	0,766	0,703	0,645	0,592	0,544	0,500	0,460	0,424	0,361
10	0,744	0,676	0,614	0,558	0,508	0,463	0,422	0,386	0,322
15	0,642	0,555	0,481	0,417	0,362	0,315	0,275	0,239	0,183
20	0,554	0,456	0,377	0,312	0,258	0,215	0,178	0,149	0,104
25	0,478	0,375	0,295	0,233	0,184	0,146	0,116	0,092	0,059

Abb. 18: Abzinsungsfaktoren

Rentenbarwertfaktoren									
Jahre	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %	12 %
1	0,971	0,962	0,952	0,943	0,935	0,926	0,917	0,909	0,893
2	1,913	1,886	1,859	1,833	1,808	1,783	1,759	1,736	1,690
3	2,829	2,775	2,723	2,673	2,624	2,577	2,531	2,487	2,402
4	3,717	3,630	3,546	3,465	3,387	3,312	3,240	3,170	3,037
5	4,580	4,452	4,329	4,212	4,100	3,993	3,890	3,791	3,605
6	5,417	5,242	5,076	4,917	4,767	4,623	4,486	4,355	4,111
7	6,230	6,002	5,786	5,582	5,389	5,206	5,033	4,868	4,564
8	7,020	6,733	6,463	6,210	5,971	5,747	5,535	5,335	4,968
9	7,786	7,435	7,108	6,802	6,515	6,247	5,995	5,759	5,328
10	8,530	8,111	7,722	7,360	7,024	6,710	6,418	6,145	5,650
15	11,938	11,118	10,380	9,712	9,108	8,559	8,061	7,606	6,811
20	14,877	13,590	12,462	11,470	10,594	9,818	9,129	8,514	7,469
25	17,413	15,622	14,094	12,783	11,654	10,675	9,823	9,077	7,843

Abb. 19: Rentenbarwertfaktoren

Annuitätenfaktoren									
Jahre	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %	12 %
1	1,030	1,040	1,050	1,060	1,070	1,080	1,090	1,100	1,120
2	0,523	0,530	0,538	0,545	0,553	0,561	0,568	0,576	0,592
3	0,354	0,360	0,367	0,374	0,381	0,388	0,395	0,402	0,416
4	0,269	0,275	0,282	0,289	0,295	0,302	0,309	0,315	0,329
5	0,218	0,225	0,231	0,237	0,244	0,250	0,257	0,264	0,277
6	0,185	0,191	0,197	0,203	0,210	0,216	0,223	0,230	0,243
7	0,161	0,167	0,173	0,179	0,186	0,192	0,199	0,205	0,219
8	0,142	0,149	0,155	0,161	0,167	0,174	0,181	0,187	0,201
9	0,128	0,134	0,141	0,147	0,153	0,160	0,167	0,174	0,188
10	0,117	0,123	0,130	0,136	0,142	0,149	0,156	0,163	0,177
15	0,084	0,090	0,096	0,103	0,110	0,117	0,124	0,131	0,147
20	0,067	0,074	0,080	0,087	0,094	0,102	0,110	0,117	0,134
25	0,057	0,064	0,071	0,078	0,086	0,094	0,102	0,110	0,127

Abb. 20: Annuitätenfaktoren

### bb) Kapitalwertmethode

Die Kapitalwertmethode ist das gängigste Verfahren zur Beurteilung von Investitionsprojekten. Zur Ermittlung des Kapitalwerts  $K_0$  werden die zu **unterschiedlichen Zeitpunkten** erwarteten Zahlungen durch **Abzinsung auf  $t_0$  vergleichbar** gemacht.

Der **Kapitalwert  $K_0$**  ergibt sich aus dem Barwert aller einem Investitionsvorhaben zurechenbaren Einzahlungen ( $E_t$ ) und Auszahlungen ( $A_t$ ).

Ausgehend von einem

- **Kalkulationszinsfuß  $i$**
- **Investitionszeitraum**, der vom Entscheidungszeitpunkt  $t_0$  bis  $t_n$ , also bis zum Investitionsende reicht,

hat die Kapitalwertformel in einfachster Schreibweise folgendes Aussehen:

$$K_0 = \sum_{t=0}^n (E_t - A_t) \cdot \frac{1}{(1+i)^t}$$

Zur besseren praktischen Handhabbarkeit wird die Kapitalwertformel folgendermaßen umgeformt:

- (1) Der **Abzinsungsfaktor**  $1 : (1 + i)^t$  lässt sich schreiben als  $(1 + i)^{-t}$ .
- (2) Die in  $t_0$  zu leistende **Anschaffungsauszahlung  $A_0$**  wird **separiert**, d.h. vor das  $\Sigma$ -Zeichen gezogen, so dass die **Abzinsung** sich auf den **Zeitraum von  $t_1$  bis  $t_n$**  erstreckt.
- (3) Die in  $t_n$  anfallenden Zahlungen der letzten Investitionsperiode<sup>1</sup> werden zerlegt in laufende Zahlungen ( $E_n - A_n$ ) und den **separat** erfassten **Liquidationserlös  $L_n$** .

<sup>1</sup> Der separate Ausweis des Liquidationserlöses  $L_n$  erleichtert die Berücksichtigung von Gewinnsteuern im Investitionskalkül. Vgl. S. 553 ff., insb. S. 556.

Nach diesen Modifikationen erhält die Kapitalwertformel  $K_0$  folgendes Aussehen:

$$K_0 = -A_0 + \sum_{t=1}^n (E_t - A_t) \cdot (1+i)^{-t} + L_n (1+i)^{-n}$$

Der Kapitalwert  $K_0$  (vgl. ÜB 5/22–24) ergibt sich also aus:

	Barwert aller laufenden Zahlungssalden ( $E_t - A_t$ )
+	Barwert des Liquidationserlöses $L_n$
=	<b>Zukunftserfolgswert</b> künftiger Zahlungen
-	Anschaffungsauszahlung $A_0$
=	<b>Kapitalwert <math>K_0</math></b>

Abb. 21: Kapitalwert und Zukunftserfolgswert

Das Grundmodell zur Kapitalwertermittlung geht von der – **wirklichkeitsfremden – Annahme** aus, dass

- zum **einheitlichen Kalkulationszinsfuß  $i$**
- zu jedem beliebigen Zeitpunkt  $t_1, t_2 \dots t_n$
- beliebig große Beträge als Guthaben angelegt bzw. als Kredit aufgenommen

werden können. Im folgenden Beispiel ist unter Heranziehung der Zinstabellen aus **Abb. 17 bis Abb. 20** für **alternative Kalkulationszinsfüße** der **Kapitalwert** zu **ermitteln**.

Da im Beispiel aus **Abb. 22** die laufenden Einzahlungsüberschüsse ( $E_t - A_t$ ) in allen vier Perioden des Investitionszeitraums die gleiche Höhe haben, kann der Barwert ( $E_t - A_t$ ) mit Hilfe des Rentenbarwertfaktors (RBF) errechnet werden. Der einmalig in  $t_4$  anfallende Liquidationserlös  $L_4$  ist mit dem Abzinsungsfaktor (AZF) zu diskontieren.

Der Beispielfall in **Abb. 22** zeigt folgendes **Ergebnis**:

- (1) Je **höher** der **Kalkulationszinsfuß**, desto **geringer** ist der **Barwert** einer künftigen Zahlung, was sich am Barwert des Liquidationserlöses  $L_4$  besonders leicht erkennen lässt.
- (2) Ein Investitionsvorhaben sollte nur durchgeführt werden, wenn der errechnete **Kapitalwert positiv** ist.
- (3) Bei einem **negativen Kapitalwert** wird der Investor die Investition **unterlassen**, bei  $K_0 = 0$  ist er entscheidungsindifferent.
- (4) Zu einem positiven Kapitalwert gelangt man nur, wenn der Barwert der erwarteten Kapitalrückflüsse (= **Zukunftserfolgswert**) **höher** ist als die **Anschaffungsauszahlung  $A_0$** .
- (5) Ein **positiver** (negativer) Kapitalwert zeigt, welche **Reinvermögensmehrung** (Reinvermögensminderung) bezogen auf den Zeitpunkt  $t_0$  aus dem Investitionsprojekt erwartet werden kann.
- (6) Mit **steigenden Kapitalkosten  $i$**  **verringert** sich c. p. der **Kapitalwert  $K_0$** .
- (7) **Steigende Kapitalkosten** bremsen die **Investitionstätigkeit** der Unternehmen.

Kapitalwertermittlung		
<u>Ausgangsdaten:</u>		
n	=	Investitionsdauer 4 Jahre
A <sub>0</sub>	=	10.000 GE
(E <sub>t</sub> - A <sub>t</sub> )	=	2.500 GE (jährlich gleichbleibend)
L <sub>4</sub>	=	2.340 GE
i	=	(a) 6%, (b) 8%, (c) 10%
<b>(a) Kapitalwert (bei i = 0,06)</b>		
Barwert lfd. Zahlungen (E <sub>t</sub> - A <sub>t</sub> ) · RBF		
	(2.500) · 3,465	= 8.663
+ Barwert Liquidationserlös L <sub>4</sub> · AZF		
	(2.340) · 0,792	= 1.853
Zukunftserfolgswert		10.516
- Anschaffungsauszahlung A <sub>0</sub>		- 10.000
<b>= Kapitalwert (bei i = 0,06)</b>	+ 516	<b>+ 516</b>
<b>(b) Kapitalwert (bei i = 0,08)</b>		
Barwert lfd. Zahlungen (E <sub>t</sub> - A <sub>t</sub> ) · RBF	(2.500) · 3,312	= 8.280
+ Barwert L <sub>4</sub>	(2.340) · 0,735	= 1.720
Zukunftserfolgswert		10.000
Anschaffungsauszahlung A <sub>0</sub>		10.000
<b>= Kapitalwert (bei i = 0,08)</b>	0	<b>Null</b>
<b>(c) Kapitalwert (bei i = 0,10)</b>		
Barwert lfd. Zahlungen (E <sub>t</sub> - A <sub>t</sub> ) · RBF	(2.500) · 3,170	= 7.925
+ Barwert L <sub>4</sub>	(2.340) · 0,683	= 1.598
Zukunftserfolgswert		9.523
- Anschaffungsauszahlung A <sub>0</sub>		- 10.000
<b>= Kapitalwert (bei i = 0,10)</b>	- 477	<b>- 477</b>

Abb. 22: Einfluss der Finanzierungskosten auf die Vorteilhaftigkeit einer Investition

Auch wenn das hier vorgestellte Kapitalwertmodell wegen seiner stark vereinfachenden Annahmen nicht ohne weiteres praktiziert werden kann, hat es doch einen großen **methodischen Vorteil**: Streben Unternehmer nach Maximierung des Shareholder Value, kann bei Anwendung der Kapitalwertmethode eine direkte Verknüpfung zwischen

- dem unternehmerischen Oberziel und
- einer einzelnen Investitionsentscheidung

verwirklicht werden, denn der **Kapitalwert** K<sub>0</sub> beziffert exakt den Betrag, um den sich der **Shareholder Value** bei Durchführung der Investition erwartungsgemäß **ändert**.



### c) Annuitätenmethode

Nach den Prämissen des Grundmodells basiert auch dieses Rechenverfahren auf der Annahme eines vollkommenen Kapitalmarkts ( $i = \text{Sollzins} = \text{Habenzins}$ ) und der Unterstellung, dass während des Planungszeitraums keine Zinsschwankungen auftreten. Die Kapitalwertmethode weist den Investitionserfolg als Vermögenszuwachs ( $K_0 > 0$ ) bzw. Vermögensabnahme ( $K_0 < 0$ ) bezogen auf den Zeitpunkt  $t_0$  aus.

Jetzt wird unterstellt, dass ein Investor den investitionsbedingten Vermögenszuwachs für Konsumzwecke entnehmen möchte. Im Beispielsfall einer zweijährigen Investitionsdauer sind drei typische Fälle denkbar: Der Investor möchte den investitionsbedingten Vermögenszuwachs

- in voller Höhe in  $t_0$  als Kapitalbarwert
- in voller Höhe in  $t_2$  als Kapitalendwert
- in gleichen Raten am Periodenende, also in  $t_1$  bzw.  $t_2$  als Annuität

entnehmen. Für diese drei Entnahmealternativen kann er drei Arten von Investitionsrechnungen aufmachen:

Entnahmezeitpunkt	Entnahmebetrag	Geeignete Investitionsrechnung
$t_0$	$K_0$	Kapitalwertmethode
$t_2$	$K_0 \cdot (1 + i)^2$	Vollständiges Zahlungstableau
$t_1, t_2$	$a_1 = a_2$	Annuitätenmethode

Abb. 23: Eignung von Investitionsrechnungen

Bei der Annuitätenmethode geht es darum, einen auf  $t_0$  bezogenen Betrag  $K_0$  umzurechnen in eine **gleichbleibende nachschüssige Periodenzahlung  $a$** , die als **Annuität (Rente)** bezeichnet wird. Bezeichnet man den (positiven) Kapitalwert mit  $K_0$  und den gesuchten Entnahmebetrag im Zwei-Perioden-Fall mit  $a_1, a_2$ , dann lässt sich das Umrechnungsproblem folgendermaßen abbilden:

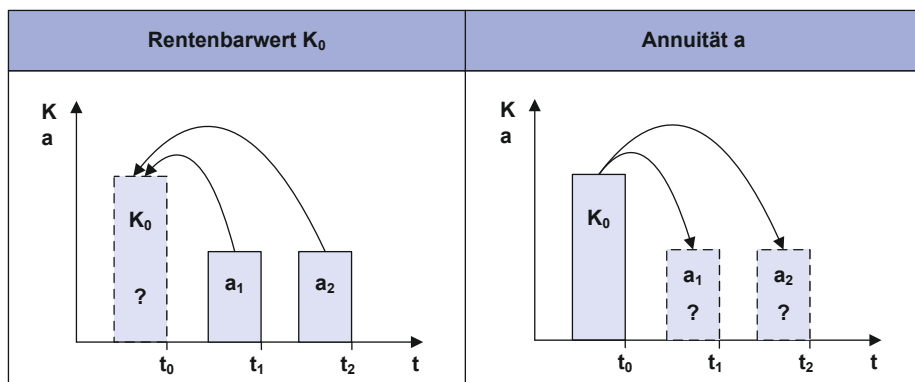


Abb. 24: Ermittlung von Kapitalwert und Annuität

Im linken Teil der **Abb. 24** ist

- gegeben: gleichbleibende Zahlung (Rente)  $a_1, a_2$
- gesucht: Barwert der Rente  $K_0$

Im rechten Teil der **Abb. 24** ist

- gegeben: Kapitalwert  $K_0$
- gesucht: gleichbleibender Entnahmebetrag (Annuität)  $a_1, a_2$

### Beispiel Rentenbarwert $K_0$

Gegeben:  $i = 0,10$   
 $a_1, a_2 = 576 \text{ GE}$

Gesucht:  $K_0$

Der Rentenbarwertfaktor (RBF) 10 Prozent/2 Jahre bezieht sich lt. Zinstabelle auf 1,736.

$$K_0 = a \cdot \text{RBF}$$

$$K_0 = 576 \cdot 1,736 = 1.000$$

### Beispiel Annuität $a_1, a_2$

Gegeben:  $i = 0,10$   
 $K_0 = 1.000 \text{ GE}$

Gesucht:  $a_1, a_2$

Der Annuitätenfaktor (ANF) 10 Prozent/2 Jahre bezieht sich lt. Zinstabelle auf 0,576.

$$a = K_0 \cdot \text{ANF}$$

$$a = 1.000 \cdot 0,576 = 576$$

Lässt ein Investitionsvorhaben (bezogen auf  $t_0$ ) eine Reinvermögensmehrung  $K_0$  in Höhe von 1.000 GE erwarten, kann der Investor statt der Anfangsentnahme  $K_0 = 1.000$  eine ratenweise Entnahme  $a_1, a_2$  von jeweils 576 tätigen. In einem Zahlungstableau lässt sich folgende Proberechnung aufmachen:

Zeitpunkt	Zahlungsvorgang	Betrag
$t_0$	Anfangskapital $K_0$	+ 1.000
$t_1$	Zinsgutschrift für Periode 1	+ 100
$t_1$	Entnahme $a_1$	- 576
$t_1$	Bestand (Guthaben +)	+ 524
$t_2$	Zinsgutschrift für Periode 2	+ 52
$t_2$	Entnahme $a_2$	- 576
$t_2$	Endbestand	0

Abb. 25: Kapitalwert und Annuität im Zahlungstableau

Wie die Kapitalwertrechnung lässt sich also auch die Annuitätenrechnung in ein vollständiges Zahlungstableau integrieren. Nach der Annuitätenmethode gilt eine Einzelinvestition  $I$  als **vorteilhaft**, wenn  $a > 0$ . Wer mit diesem Vorteilhaftigkeitskriterium arbeitet, gelangt immer zum gleichen Optimierungsergebnis wie nach dem vollständigen Zahlungstableau oder nach der Kapitalwertmethode.

Steht der Investor vor der Frage, welche von mehreren sich gegenseitig ausschließenden Investitionsalternativen  $I_1, I_2 \dots I_n$  er realisieren soll, dann sollte er sich für die **Alternative mit der höchsten Annuität** entscheiden, sofern diese positiv ist. Rangentscheidungen nach der Annuitätenmethode führen bei einheitlicher Nutzungsdauer der Investitionsobjekte zum gleichen Ergebnis wie das Rechnen mit Kapitalwerten. Haben die Investitionsalternativen unterschiedliche Nutzungsdauern, darf die Annuität nicht auf eine Nutzungsdauer  $n$ , sondern sie muss auf den einheitlichen Planungszeitraum  $T$  bezogen werden.

Abschließend soll versucht werden, die Annuität als Kennziffer der Vorteilhaftigkeit von Investitionen ökonomisch zu interpretieren. Eine **positive Annuität  $a$**  zeigt

- welchen gleichbleibenden Jahresbetrag der Investor als Erfolgsrate entnehmen kann, ohne sein ursprüngliches Reinvermögen zu dezimieren oder
- um welchen gleichbleibenden Jahresbetrag die objektbezogenen Einzahlungsüberschüsse im „Krisenfall“ absinken könnten, ohne dass das Investitionsprojekt unvorteilhaft wird.

Dagegen zeigt eine **negative Annuität  $a$**  z. B. an, mit welchem jährlichen Subventionsbetrag die öffentliche Hand ein an sich unvorteilhaftes Investitionsobjekt – z. B. einen einzurichtenden Arbeitsplatz – bezuschussen müsste, damit sich die Investitionsmaßnahme für das Unternehmen gerade noch lohnt. (ÜB 5/14–15 und 25–26)

#### dd) Methode des internen Zinsfußes

Eine Investition mit einem Kapitalwert von Null bringt dem Investor bei Fremdfinanzierung keinen Reinvermögenszuwachs. Die Einzahlungsüberschüsse reichen lediglich aus, die Anschaffungsauszahlung zu kompensieren und die Finanzierungskosten zu decken. Das investierte Kapital verzinst sich gerade zum Kalkulationszinsfuß.<sup>1</sup>

Eine Investition mit einem positiven (negativen) Kapitalwert verzinst sich dagegen zu einem Zinssatz, der über (unter) dem Kalkulationszinsfuß liegt.

Der **interne Zinsfuß  $r$**  zeigt an, zu welchem Prozentsatz sich das in einem Investitionsprojekt gebundene Kapital verzinst.

Zur Ermittlung des internen Zinsfußes  $r$  zieht man die Formel<sup>2</sup> zur Ermittlung des Kapitalwertes  $K_0$  heran und setzt dabei

- die Rentabilitätsgröße  $r$  an die Stelle des kalkulatorischen Zinskostensatzes  $i$
- die Kapitalgröße  $K_0$  gleich Null.

<sup>1</sup> Bei Eigenfinanzierung erwirtschaftet der Investor einen Reinvermögenszuwachs in Höhe der marktüblichen Eigenkapitalverzinsung  $i$ . Einen darüber hinausgehenden Reinvermögenszuwachs gibt es nicht.

<sup>2</sup> Vgl. S. 542.