

Die wichtigsten Lehrbücher bei HD

Finanzmathematik - Übungsbuch

Mit Formelsammlung

von
Andreas Pfeifer

1. Auflage

Finanzmathematik - Übungsbuch – Pfeifer

schnell und portofrei erhältlich bei beck-shop.de DIE FACHBUCHHANDLUNG

Harri Deutsch 2009

Verlag C.H. Beck im Internet:
www.beck.de
ISBN 978 3 8171 1839 7

Andreas Pfeifer

Finanzmathematik Übungsbuch

Mit Formelsammlung

Über 170 Aufgaben zur Finanzmathematik
mit Lösungen und ausführlichen Zwischenschritten

Prof. Dr. Andreas Pfeifer ist Professor für Finanz- und Wirtschaftsmathematik an der Hochschule Darmstadt (University of Applied Sciences).
E-Mail: andreas.pfeifer@h-da.de

Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH
Gräfstraße 47
60486 Frankfurt am Main
E-Mail: verlag@harri-deutsch.de
www.harri-deutsch.de

Bibliographische Information Der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im
Internet über <<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

ISBN 978-3-8171-1839-7

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdrucks und der Vervielfältigung des Buches – oder von Teilen daraus –, sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet werden. Zu widerhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Informationen in diesem Werk wurden sorgfältig unter Verwendung von Quellen, die wir für zuverlässig halten, erstellt. Trotzdem können Fehler nicht ausgeschlossen werden. Für fehlerhafte Angaben, Hinweise, Ratschläge und deren Folgen werden weder eine juristische Verantwortung noch irgendeine Haftung übernommen. Die dargestellten Informationen dienen nicht als Anlageberatung oder Empfehlung für irgendwelche finanziellen Geschäfte.

Eingetragene Warenzeichen sind nicht besonders gekennzeichnet. Deshalb ist den Bezeichnungen nicht zu entnehmen, ob sie freie Warennamen sind bzw. ob Patente oder Gebrauchsmuster vorliegen.

1. Auflage 2009

© Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH, Frankfurt am Main, 2009

Druck: fgb • freiburger graphische betriebe <www.fgb.de>

Printed in Germany

Vorwort

Das vorliegende Übungsbuch enthält über 170 Aufgaben¹ zur Finanzmathematik mit allen Lösungen und ausführlichen Herleitungen. Sie finden neben Aufgaben zur „klassischen Finanzmathematik“, wie beispielsweise zu Zinsberechnungen, auch über 50 Aufgaben zur Bewertung derivativer Finanzprodukte und zum Value-at-Risk. Eine kompakte Zusammenstellung der wichtigsten Sätze und Formeln der Finanzmathematik hilft bei der Bearbeitung. Zum Abschluss finden Sie drei Tests zur Überprüfung Ihrer Kenntnisse.

Aufgaben: Am Anfang (Kapitel 1 bis 6) stehen die Aufgaben aus dem Gebiet der klassischen Finanzmathematik, also zur Zins- und Zinseszinsrechnung, zum Äquivalenzprinzip, zur Renten- und Tilgungsrechnung und zur Abschreibung. Danach (Kapitel 7 bis 9) folgen Aufgaben zur Bewertung festverzinslicher Wertpapiere, zu Investmentfonds und zur Portfoliooptimierung. Den Abschluss (Kapitel 10 und 11) bilden viele Aufgaben zu Derivaten, das heißt unter anderem Aufgaben zu Optionen, Futures, Forwards, FRAs, Swaps, Caps und zum Value-at-Risk.

Tests: Anhand dreier Tests mit Aufgaben zu den Kapiteln 1 bis 6, 7 bis 9 sowie 10 und 11 können Sie Ihre Kenntnisse überprüfen.

Lösungen: Der umfangreichste Teil dieses Buches enthält die Lösungen zu allen Aufgaben und Tests mit ausführlichen Darstellungen der Lösungswege, wobei das Folgende zu beachten ist:

Mit Zwischenresultaten wird in der Regel ungerundet weitergerechnet, auch wenn die Zwischenresultate gerundet dargestellt werden. Endergebnisse bei Prozentsätzen werden in der Regel mit drei Nachkommastellen angegeben, auch wenn z. B. nach der Preisangabenverordnung nur zwei Stellen gefordert werden.

Manchmal werden Endergebnisse in Euro statt mit zwei mit viel mehr Nachkommastellen angegeben. Dadurch ist leichter festzustellen, wenn Sie die Aufgaben selbst lösen, ob Ihr Ergebnis mit der Musterlösung übereinstimmt.

Bei den Lösungen wird in einigen Fällen auf Sätze verwiesen, die Sie in der Formelsammlung dieses Buches finden.

¹ Die in diesem Buch aufgeführten Aufgaben sind nicht die Aufgaben aus meinem Lehrbuch Praktische Finanzmathematik, das auch im Verlag Harri Deutsch erschienen ist, sondern andere, neue Aufgaben.

Formelsammlung: Dieser Teil enthält wichtige Sätze und Formeln, die bei der Lösung der Aufgaben hilfreich sind. Die Einteilung entspricht der Kapiteleinteilung meines Lehrbuchs „Praktische Finanzmathematik“. Die Nummerierung der Sätze in diesem Buch und im Lehrbuch ist bis auf einige wenige Sätze in Kapitel 10 weitestgehend identisch.

Das Stichwortverzeichnis ermöglicht den schnellen Zugriff auf die Sie interessierenden Themen der Formelsammlung.

Webseite zum Buch: Auf der Internetseite <http://www.harri-deutsch.de/1839.html> finden Sie

- Aktualisierungen und – sofern nötig – Verbesserungen zu diesem Buch
- Tabellenkalkulationsblätter zu den drei Tests für die Software-Programme Microsoft Excel und OpenOffice Calc²
- Die drei Tests als druckbare PDF-Dateien, die von Dozenten in ihrem Unterricht als Kursunterlagen verteilt werden dürfen.

Wenn Sie mir Hinweise auf Fehler oder Ungenauigkeiten geben, bin ich Ihnen dankbar und werde um eine schnelle Antwort bestrebt sein.

Groß-Zimmern, im Januar 2009

Andreas Pfeifer

² Open Office ist eine kostenlos erhältliche Software mit Textverarbeitung, Tabellenkalkulation und anderen insgesamt als Bürossoftware bezeichneten Programmen. Das Modul OpenOffice Calc dient zur Durchführung von Kalkulationen und Berechnungen und ist für die Lösung finanzmathematischer Fragestellungen gut geeignet.

Inhaltsübersicht

Teil I: Aufgaben	1
1 Grundlagen	1
1.1 Rechnen.....	1
1.2 Anlagemöglichkeiten	2
1.3 Folgen und Summen	2
2 Zinsrechnung	4
2.1 Prozentrechnung.....	4
2.2 Einfache Zinsen.....	6
2.3 Zinseszinsen, einschließlich unterjähriger und stetiger Verzinsung	9
2.4 Gemischte Verzinsung	11
3 Äquivalenz und Effektivverzinsung	12
3.1 Äquivalenz	12
3.2 Effektivverzinsung	13
3.3 Investitionsrechnung	14
3.4 Unterschiedliche Zinssätze, Diskontierungsfaktoren	14
4 Rentenrechnung	16
5 Abschreibung.....	18
6 Tilgungsrechnung	21
6.1 Verzinsliche Wertpapiere.....	21
6.2 Darlehen.....	22
7 Bewertung festverzinslicher Wertpapiere	25
7.1 Barwert, Rendite, Arbitrage	25
7.2 Duration, Konvexität und andere Kennzahlen	27
8 Investmentfonds	29
9 Grundlagen der Portfoliotheorie	30
10 Derivative Finanzprodukte	34
10.1 Finanzmärkte.....	34
10.2 Variabel verzinsliche Anleihen	34
10.3 Futures / Forwards	35
10.4 Optionen.....	37
10.5 Forward-Rate-Agreement (FRA)	42

10.6 Caps, Floors und Collars	42
10.7 Swaps	44
10.8 Weitere Finanzprodukte	45
11 Value-at-Risk.....	47
Teil II: Tests.....	51
Test 1 (zu den Kapiteln 1 bis 6).....	51
Test 2 (zu den Kapiteln 7 bis 9).....	54
Test 3 (zu den Kapiteln 10 bis 11).....	56
Teil III: Lösungen	58
Lösungen zu den Aufgaben	58
Lösungen zum Test 1.....	154
Lösungen zum Test 2.....	162
Lösungen zum Test 3.....	165
Teil IV: Formelsammlung.....	168
1 Grundlagen	168
2 Zinsrechnung	168
3 Äquivalenz und Effektivverzinsung	172
4 Rentenrechnung	174
5 Abschreibung.....	178
6 Tilgungsrechnung	179
7 Bewertung festverzinslicher Wertpapiere.....	183
8 Investmentfonds	187
9 Grundlagen der Portfoliotheorie	188
10 Derivative Finanzprodukte	191
11 Value-at-Risk.....	200
12 Verteilungen	202
Stichwortverzeichnis zur Formelsammlung.....	207

Teil II: Tests

Test 1 (zu den Kapiteln 1 bis 6)

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Aufgabe T1.1:

Bekanntmachung

Bekanntmachung

Anleihe mit variablem Zinssatz
der Fix AG von 2003/2013, Serie 111

Zinsperiode: 12.10.2006 bis 12.1.2007

Zinssatz: 3,7% (actual/360)

Zinstage: xx Tage

Zinsbetrag: EUR xx,xx je nominal EUR 5.000,-

Zinstermin: 12.1.2007

Frankfurt am Main

A-Bank

- a) In der oben stehenden Abbildung finden Sie Angaben für eine Floating-Rate-Note, bei der alle drei Monate (jeweils am 12.1., 12.4., 12.7. und 12.10.) die Zinsen gezahlt werden. Ermitteln Sie die in der Abbildung fehlende

Zahl der Zinstage: ..

Sie besitzen diesen Floater im Nennwert von 5.000 Euro. Wie hoch ist der Zinsbetrag, der am 12.1.2007 an Sie gezahlt wird? Der Zinsbetrag ist

- b) Studentin Andrea A. zahlte Ende April 2006 500 € auf ein Sparbuch ein. Ende Oktober 2006 hob sie 200 € ab. Wie hoch ist das Endkapital einschl. Zinsen am Jahresende 2008, wenn das Sparbuch kalenderjährlich mit 3% verzinst wird (Zinstage-Methode 30E/360)?

$$K_{2008} =$$

=

- c) Stellen Sie bei Aufgabe 1b) (Auszahlung des Endkapitals einschl. Zinsen Ende 2008) die Gleichung für den effektiven Zinssatz nach Preisangabenverordnung (PAngV) auf.
-

- d) Sie haben eine Nullkupon-Anleihe (= Zerobond) im Nennwert von 1.000 € für 821,93 € gekauft. Die Restlaufzeit der Anleihe beträgt 5 Jahre. Die Rückzahlung erfolgt zum Nennwert. Berechnen Sie den Effektivzinssatz (Rendite), wenn Sie die Anleihe bis zum Laufzeitende behalten.

Gleichung: _____

$$i_{\text{eff}} = \text{_____} = \text{_____}.$$

Aufgabe T1.2:

Die MATHE AG kaufte zu Beginn des Jahres 2005 eine Maschine für 150.000 € mit einer Nutzungsdauer von 25 Jahren. Der Restwert nach 25 Jahren ist Null. Die Maschine soll erst geometrisch-degressiv und dann linear so "hoch" wie möglich abgeschrieben werden. Verwenden Sie: Der maximale geometrisch-degressive Abschreibungssatz ist das Zweifache der linearen, aber maximal 20%. Ein Wechsel von geometrisch-degressiver auf lineare Abschreibung sei erlaubt.

- Wie hoch ist der Satz i , mit dem zunächst geometrisch-degressiv abgeschrieben wird?
- Wie viele Jahre werden zunächst geometrisch-degressiv abgeschrieben?
- Berechnen Sie den Abschreibungsbetrag (AfA_3) im 3 Jahr.
- Berechnen Sie die letzte Abschreibung AfA_{25} .
- Berechnen Sie den Barwert der Steuerersparnis bei einem Kalkulationszinssatz von 5%, d.h., berechnen Sie den Wert der Steuerersparnis zum Zeitpunkt des Kaufes der Maschine. Der Steuersatz der MATH AG beträgt 10%. Die Steuerersparnis durch die jeweilige Abschreibung wird am jeweiligen Jahresende wirksam.

Aufgabe T1.3:

- Frau Maier zahlt zehn Jahre lang dreimal im Jahr, nämlich immer Ende Januar, Ende März und Ende Juni, jeweils 200 € auf ein Sparkonto ($i = 6\% \text{ p.a.}$) ein. Wie groß ist ihr Guthaben einschl. Zinsen nach 10 Jahren? Der Zinszuschlag erfolgt am Jahresende, innerhalb des Jahres gilt die lineare Verzinsung.
- Eine Bank bietet einen Ratenkredit an, der in 36 Monatsraten nachschüssig zurück zu zahlen ist, und zwar 35 Raten zu 400 € und eine letzte Rate zu 300 € (also 36 Monate nach Kreditauszahlung). Der effektive Zinssatz für diesen Kredit beträgt nach der PAngV 15%. Geben Sie die Summenformel für den Auszahlungsbetrag des Ratenkredits an! Berechnen Sie die Summe nicht. Verwenden Sie auch keine fertigen Formeln.

- c) Welche Beziehung (größer, kleiner oder gleich) gilt bei einem üblichen Ratenkredit?

Der effektive Zinssatz nach der PAngV ist _____ als das Zwölffache des Pro-Monats-Zinssatzes, da

Aufgabe T1.4:

Eine Bank bietet Ihnen ein festverzinsliches Wertpapier zum Kurs von 80 mit einer Nominalverzinsung von 2% und einer Laufzeit von 10 Jahren an, bei dem die Zinsen jährlich nachträglich gezahlt werden. Die Rückzahlung erfolgt mit 100% des Nennwerts.

- Berechnen Sie die Rendite(schätzung) nach dem Bankenverfahren.
- Sie kaufen das Wertpapier und planen, es bis zum Ende der Laufzeit zu behalten. Stellen Sie die Gleichung für die Rendite auf.
- Berechnen Sie mit dem Sekantenverfahren die Rendite, d.h., berechnen Sie die dritte Schätzung i_3 . Wählen Sie für i_1 die Nominalverzinsung und für i_2 die Rendite nach dem Bankenverfahren.
- Sie kaufen das obige Wertpapier im Nennwert von 1.000 € zu einem Kurs von 80 ($i_0 = 2\%$, Laufzeit 10 Jahre).
 - Nach 3 Monaten verkaufen Sie das Wertpapier zu einem Kurs von 83. Berechnen Sie die Rendite nach der PAngV, die Sie in diesem Fall erzielt haben.
 - Stellen Sie für Aufgabe d1) die Gleichung für die Rendite nach Braess/Fangmeyer auf.
 - Sie verkaufen das Wertpapier nicht nach 3 Monaten, sondern erst nach zwei Jahren (gleich nach Auszahlung der Zinsen) zum Kurs von 90. Stellen Sie die Gleichung für die Rendite nach der PAngV auf. Gleichung nicht lösen!
 - Stellen Sie im Fall d3) die Gleichung nach Braess/Fangmeyer auf. Gleichung nicht lösen!

Aufgabe T1.5:

Herr Maier benötigt genau 28.500 € für einen Wohnungskauf.

Die Darmstädter GUT-Bank gibt ihm ein Annuitätendarlehen mit folgenden Konditionen: Nominalzinssatz: 6%; anfänglicher Tilgungssatz: 2%; Disagiosatz: 5% (d.h. Auszahlung 95%); Zinsfestschreibung: 15 Jahre.

Um das Annuitätendarlehen zurück zu zahlen, leistet Herr Maier monatliche, nachschüssige Zahlungen.

- Berechnen Sie die Höhe der monatlichen Zahlung.
- Wie hoch ist die Restschuld am Ende der Zinsbindung bei monatlicher Zins- und Tilgungsverrechnung?
- Wie hoch wäre die Restschuld am Ende der Zinsbindung bei sofortiger Zins- und vierteljährlicher Tilgungsverrechnung?
- Bei monatlicher Zins- und Tilgungsverrechnung zahlt Herr Maier nach drei Jahren eine Sondertilgung von 3.033,19 € zusätzlich zu den turnusmäßigen Raten. Wie hoch ist die Restschuld am Ende der Zinsbindung?

Test 2 (zu den Kapiteln 7 bis 9)

Bearbeitungszeit: 75 Minuten

Aufgabe T2.1:

- a) Sie kauften vor zehn Jahren für 1.000 € Anteile an einem Investmentfonds. Vor fünf Jahren kauften Sie nochmals für 1.000 € Anteile dazu. Der Investmentfonds hat in den ersten 5 Jahren eine Wertsteigerung von jeweils 10% pro Jahr erzielt. In den letzten 5 Jahren war die Wertsteigerung nur noch 5% jährlich.
- i) Berechnen Sie die zeitgewichtete Rendite und stellen Sie die Gleichung für die wertgewichtete Rendite auf.
 - ii) Ist die wertgewichtete Rendite größer als die zeitgewichtete Rendite? (Begründung!)
- b) Sie besitzen ein Portfolio im Wert von 10.000 € aus festverzinslichen Wertpapieren mit einer modifizierten Duration von 5 Jahren. Wenn der Marktzinssatz um 1 Prozentpunkt steigt, wie groß ist dann der Wertverlust des Portfolios näherungsweise?
- c) Berechnen Sie die Konvexität einer Nullkupon-Anleihe mit einer Laufzeit von 5 Jahren. Der Marktzinssatz sei 6%.

Aufgabe T2.2:

Gegeben sind (nur) folgende zwei Finanzprodukte:

	Kurs (zum Zeitpunkt 0)	Ertrag nach einem Jahr	Ertrag nach zwei Jahren
Nullkupon-Anleihe	96,15385	100	
festverzinsliche Anleihe Kupon 6%, jährl. Zins- zahlung, Laufzeit 2 Jahre	101,8594	6	106

- a) Berechnen Sie die Spot-Rates $i_{0,1}$ und $i_{0,2}$.
- b) Berechnen Sie für beide Anlagen jeweils die Rendite.
- c) Berechnen Sie den impliziten Forward-Zinssatz $i_{1,2|0}$.
- d) Wie sind die beiden Finanzprodukte zu kombinieren, um eine (synthetische) Nullkupon-Anleihe (im Nennwert von 100) mit einer Laufzeit von zwei Jahren zu erhalten?
- e) Wie hoch ist jeweils die Duration der beiden Anlagen?
- f) In drei Monaten sei die Zinskurve flach bei 4% für alle Laufzeiten.
Welche Kurse haben die beiden Anlagen dann?
Welche Renditen hätten die beiden Anlagen jeweils gebracht, wenn sie zu diesem Zeitpunkt verkauft würden?
Weshalb sind diese Renditen so unterschiedlich? (Kurze Begründung!)

Wichtige Hinweise:

Verwenden Sie außer bei der Stückzinsberechnung immer die exponentielle Verzinsung.
Die Renditeangaben beziehen sich auf exponentielle Verzinsung.

Aufgabe T2.3:

Die nachfolgende Tabelle gibt in Spalte 2 die wöchentlichen Kurse S_t , $t = 1, \dots, 6$, einer Aktie an. Berechnen Sie die auf das Jahr bezogene Volatilität und gehen Sie dabei folgendermaßen vor:

- Vervollständigen Sie die fehlenden Spaltenüberschriften.
- Berechnen Sie die fehlenden zwei Zahlenwerte (Stellen mit ? gekennzeichnet).
- Berechnen Sie die jährliche Volatilität. Welche Hauptannahme muss in der Regel erfüllt sein, damit die Volatilität sinnvoll angewandt werden kann?
- Sie besitzen ein Portfolio von 100 dieser Aktien mit einem Kurs von 28. Wie groß ist der Portfoliowert? Geben Sie eine Schätzung für die Standardabweichung pro Woche der absoluten Wertänderung des Portfolios an.

t	Kurs S_t		
1	25	----	----
2	26	0,0392207	0,0002741
3	27	0,0377403	0,0002272
4	25	-0,0769610	0,0099255
5	26	?	?
6	28	0,0741080	0,0026463
Summe	---	0,1133287	0,0133472

Aufgabe T2.4:

Es stehen die drei in der nachfolgenden Tabelle abgebildeten Anlagen zur Verfügung:

Anlage	Erwartete Rendite	Standard- abweichung	Korrelationskoeffizienten		
			A	B	C
A	20%	30%	1	0,4	0,25
B	15%	35%	0,4	1	-0,1
C	30%	50%	0,25	-0,1	1

- Aufgrund der negativen Korrelation zwischen den Anlagen B und C entscheiden Sie sich, ein Portfolio zu bilden, das sich zu 40% aus Anlage B und zu 60% aus Anlage C zusammensetzt. Berechnen Sie die erwartete Rendite und die Standardabweichung dieses Portfolios.
- Handelt es sich bei dem unter a) berechneten Portfolio um eine effiziente Kombination? Untersuchen Sie dazu rechnerisch, ob es möglich ist, aus den Anlagen A und C ein Portfolio zu bilden, welches bei der gleichen erwarteten Rendite eine geringere Standardabweichung als das unter a) berechnete Portfolio aufweist.
- Bei welcher Mischung der Anlagen A und C wird die minimale Varianz erreicht? Wie groß ist die minimale Standardabweichung?

Test 3 (zu den Kapiteln 10 bis 11)

Bearbeitungszeit: 90 Minuten.

Aufgabe T3.1:

Der Kurs einer Aktie entwickelt sich gemäß $dS = 0,1 S dt + 0,3 S dW$, wobei W ein Standard-Wiener-Prozess ist. Der aktuelle Aktienkurs ist 15 €. Der risikolose Zinssatz beträgt 3%.

- Welche Verteilung hat der Aktienkurs in 9 Monaten? Geben Sie auch die Parameter an.
- Zwischen welchen Werten liegt der Aktienkurs in 9 Monaten mit einer Wahrscheinlichkeit von 99%?

x	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995	0,9999
N(x)	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,290	3,719

- Die A-Bank möchte einen europäischen Call und einen europäischen Put auf die obige Aktie jeweils mit einer Laufzeit von 9 Monaten und dem gleichen Ausübungskurs X herausbringen. Welchen Wert X muss die Bank festlegen, damit bei Fälligkeit in 9 Monaten der Call und der Put mit der gleichen Wahrscheinlichkeit ausgeübt wird?

Aufgabe T3.2:

Sei F der faire Forward-Preis einer dividendenlosen Aktie und S der Aktienpreis.

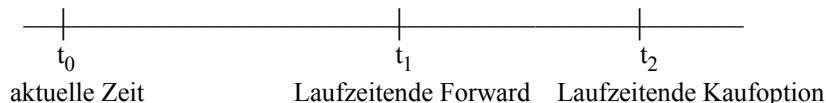
Beweisen Sie unter Verwendung stetiger Verzinsung (Zinssatz i):

- Der faire Forward-Preis F zur Zeit t beträgt $S \cdot e^{i \cdot (T-t)}$, wobei T das Laufzeitende des Forwards ist.
- Wenn der Aktienkurs die Modellannahme nach Black/Scholes $dS = \mu S dt + \sigma S dW$ erfüllt, gilt für den fairen Forward-Preis die Differentialgleichung:
 $dF = (\mu - i) F dt + \sigma F dW$. (Benutzen Sie zum Beweis das Lemma von Itô.)
- Sie haben vor einiger Zeit einen Forward mit Lieferpreis 18 € gekauft. Berechnen Sie den heutigen Wert des Forwards, wenn der aktuelle stetige Zinssatz 3%, der aktuelle Kurs der Aktie 19 € und die Restlaufzeit noch ein Jahr ist.

Aufgabe T3.3:

- Geben Sie eine Formel für den fairen Terminpreis (zur Zeit t_0) einer europäischen Kaufoption auf eine Aktie an. Der aktuelle Optionspreis ist $C(t_0)$.
- Geben Sie eine Formel für den Wert (zur Zeit t_0) eines Forwards mit Terminpreis TP auf eine Kaufoption an.

Verwenden Sie die folgenden Hinweise: Die Kaufoption verursacht während der Laufzeit keine Kosten. Es gelten folgende Zeitangaben:



- Zeigen Sie, dass das geometrische Mittel X_g von n unabhängig identisch lognormalverteilten Zufallsvariablen X_i ($i = 1, \dots, n$) wieder lognormalverteilt ist. (D. h., jedes X_i ist lognormalverteilt mit den Parametern μ und σ^2).

Berechnen Sie auch die Parameter μ_g und σ_g^2 der Verteilung von X_g .

Aufgabe T3.4:

- (i) Sie haben am 15.6. eine Floating-Rate-Note mit halbjährlicher Zinszahlung nach dem 6-Monats-EURIBOR (= Spot-Rate) im Nennwert von 100.000 € mit einer Laufzeit von 5 Jahren gekauft.
- (ii) Ferner haben Sie am 15.7. ein 2x6-FRA im Nennwert von 200.000 € mit fairem FRA-Satz 5% gekauft.
- (iii) Am 15. 8. haben Sie einen Swap im Nennwert von 300.000 € mit einer Laufzeit von 3 Jahren zum fairen Swapsatz neu abgeschlossen.

Folgende Daten lagen bzw. liegen vor:

Laufzeit in Monaten	1	2	3	4	5	6	12
Spot-Rates am 15.6.	2,1%	2,6%	3,1%	3,6%	3,8%	4,0%	5,1%
Spot-Rates am 15.8.	2,0%	2,5%	2,7%	3,0%	3,5%	3,8%	5,0%

Achtung: Verwenden Sie bis zu einem Jahr die lineare Verzinsung, über einem Jahr die exponentielle Verzinsung jeweils mit der Zinstage-Methode 30/360. Ferner nehmen Sie an, dass beim Kauf jeden Finanzproduktes ein fairer Preis gezahlt wurde.

- a) Was hat die Floating-Rate-Note am 15.6. gekostet? Berechnen Sie außerdem den Barwert der Floating-Rate-Note am 15.8. (Zinstage-Methode 30/360).
- b) Was hat das FRA am 15.7. gekostet? Berechnen Sie den Barwert des FRA am 15.8. (Zinstage-Methode 30/360).
- c) Was hat der Swap am 15.8. gekostet?

Aufgabe T3.5:

In einem Portfolio gibt es zwei Anlagen:

1. Einen Zero-Bond im Nennwert von 1.000 Euro und einer Laufzeit von 2 Jahren. (Rückzahlung der Anleihe zu 100%).
2. 100 Dabau-Aktien im aktuellen Gesamtwert von 1.000 Euro.

Die aktuellen Spot-Rates über alle Laufzeiten sind 4%. Rechnen Sie mit exponentieller Verzinsung. Die jährliche Aktienkursvolatilität beträgt 40%. Die tägliche Zinsvolatilität für alle Spot-Rates bis zu 2 Jahren ist 6%. Die Korrelation zwischen Aktienkurs und Zins beträgt 0,4.

- a) Berechnen Sie den (Bar-)Wert des Portfolios.
- b) Berechnen Sie den Value-at-Risk bei einer Haltedauer von 10 Tagen und einem Konfidenzniveau von 95% (Das Jahr hat 250 Börsentage.)
 - b1) nur für die Aktien
 - b2) nur für den Zero-Bond
 - b3) für das Portfolio.