

5 Übungsaufgaben zur Theorie des Haushalts

Aufgabe 5-1

Welcher inhaltliche Zusammenhang wird mit einer ordinalen Nutzenfunktion beschrieben und welche Eigenschaften haben Indifferenzkurven in der ordinalen Nutzentheorie?

Aufgabe 5-2

Betrachten Sie die folgenden drei Nutzenfunktionen: $U_1 = x_1 \cdot x_2$, $U_2 = x_1^2 \cdot x_2^2$ und $U_3 = x_1 \cdot x_2^2$. Welche dieser Funktionen beschreiben dieselbe Präferenzordnung eines Haushalts?

Aufgabe 5-3

Die Präferenzordnung eines Haushalts sei durch die Nutzenfunktion $U = \alpha x_2 - \beta/x_1$ mit den Grenznutzen $U_2 = \alpha$ und $U_1 = \beta/x_1^2$ beschrieben. α und β seien zwei positive Konstante.

- a) Ist die Annahme der Nicht-Sättigung erfüllt?
- b) Ist bei beiden Gütern das erste Gossen'sche Gesetz erfüllt?
- c) Ist das Gesetz von der abnehmenden Grenzrate der Substitution erfüllt?

Aufgabe 5-4

Einen Konsument habe ein ausgabenfähiges Einkommen von 150 €, das er für den Konsum von Spagetti (x_1) und Pizza (x_2) ausgeben wolle. Der Preis für Spagetti sei 2 €, der Preis für Pizza sei 5 €?

- a) Wie lautet die Budgetgerade?
- b) Welche Menge an Spagetti kann sich der Haushalt maximal kaufen?
- c) Wenn der Konsument 30 Einheiten an Spagetti kauft, wie viele Pizzas kann er dann noch erwerben?

Aufgabe 5-5

Einen Konsument habe ein ausgabenfähiges Einkommen von 200 €, das er für den Konsum von Spagetti (x_1 , Abszisse) und Pizza (x_2 , Ordinate) ausgeben wolle. Der Preis für Spagetti sei 5 €, der Preis für Pizza sei 8 €. Wie verlagert sich die Bilanzgerade, wenn

- a) der Preis für Spagetti steigt.
- b) die Preise für Spagetti und Pizza um 10 Prozent steigen.
- c) der Preis für Spagetti um 10% fällt und der Preis für Pizza um 10% steigt.
- d) das Einkommen um 50 € fällt.
- e) das Einkommen um 10 % und die Preise beider Güter um 20 % steigen.
- f) das Einkommen um 15 % und die Preise beider Güter um 15 % fallen.
- g) der Preis für Spagetti um 10% und der Preis für Pizza um 20 % steigen.

Aufgabe 5-6

- Welcher inhaltliche Zusammenhang wird mit der Budgetgeraden zum Ausdruck gebracht?
- Begründen Sie, warum ein Haushalt, der seinen Nutzen maximiert, immer eine Güterkombination wählt, die auf der Budgetgeraden liegt und eine Indifferenzkurve tangiert.
- Wie lautet die Bedingung für das Nutzenmaximum?

Aufgabe 5-7

Tom hat täglich 10 € zur Verfügung, die er für folgende Güter ausgibt: Hamburger (x_1), Müsliriegel (x_2), Cola (x_3), Tüte Gummibärchen (x_4). Die Tabelle enthält den Grenznutzen des täglichen Konsums für jede zusätzliche Einheit des betreffenden Gutes. Die Preise der Güter seien $p_1 = 2,50$ €, $p_2 = 1,20$ €, $p_3 = 0,80$ €, $p_4 = 1,00$ €. Welche Mengen von den vier Gütern wird Tom kaufen, wenn er seinen Nutzen maximiert.

Mengeneinheit	U'_1	U'_2	U'_3	U'_4
1.	75	28	32	30
2.	59	14	24	15
3.	25	7	16	7
4.	15	0	8	3

Aufgabe 5-8

Ein Konsument habe ein ausgabenfähiges Einkommen von 120 €, das er für den Konsum von Nudeln (x_1) und Fleisch (x_2) ausgeben wolle. Der Preis für Nudeln sei 4 € je kg, der Preis für Fleisch sei 10 € je kg. Seine Präferenzen bezüglich Nudeln und Fleisch werden durch die Nutzenfunktion $U = x_2 - 10/x_1$ mit den Grenznutzen $U'_2 = 1$ und $U'_1 = 10/x_1^2$ dargestellt.

- Welche Mengen an Fleisch wird ein Nutzen maximierender Konsument in Abhängigkeit von seinem Einkommen nachfragen?
- Wie hoch ist seine Nachfrage bei einem Einkommen von 150 €?
- Bestimmen Sie die Einkommenselastizität der Nachfrage bei einem Einkommen von 150 €!

Aufgabe 5-9

Ein Haushalt sieht die Güter 1 und 2 als Substitute an. Beide Güter seien normale Güter und der Preis des Gutes 1 sinke. Welche Auswirkungen hat der Einkommenseffekt auf die Nachfrage nach den beiden Gütern. Zeigen Sie die Wirkungen mit einer grafischen Darstellung.

Aufgabe 5-10

Ein Haushalt sieht die Güter 1 und 2 als Substitute an. Beide Güter seien normale Güter und der Preis des Gutes 1 steige. Welche Auswirkungen hat der Substitutionseffekt auf die Nachfrage nach den beiden Gütern. Zeigen Sie die Wirkungen anhand einer grafischen Darstellung.

Aufgabe 5-11

Ein Konsument gebe sein Einkommen für Wohnung (x_2) und übrige Güter (x_1) aus. Der Preis für Wohnraum sei 2GE, der Preis der übrigen Güter sei 1 GE je Güterkorb. Seine Präferenzen bezüglich Wohnung und übrige Güter werden durch die Nutzenfunktion $U = x_1 \cdot x_2 + 10 \cdot x_2$ mit den Grenznutzen $U'_1 = x_2$ und $U'_2 = x_1 + 10$ dargestellt.

- Welche Gütermengen wird ein Nutzen maximierender Konsument bei einem monatlichen Ausgabenbetrag von 230 GE nachfragen?
- Wie hoch ist seine Nachfrage nach beiden Gütern, wenn der Mietpreis auf 3 GE steigt?
- Quantifizieren Sie den Einkommens- und Substitutionseffekt der Preiserhöhung.
- Welche Güterkombination würde der Konsument nach der Preiserhöhung nachfragen, wenn er sein ursprüngliches Nutzenniveau halten möchte und bereit wäre, mehr Geld für die beiden Güter auszugeben.

Aufgabe 5-12

Die Vorliebe für Schokolade (x_1) und sonstige Güter (x_2) sei für Tina durch folgende Nutzenfunktion gegeben: $U = x_1 \cdot x_2 + 20 \cdot x_2$ mit den Grenznutzen $U'_1 = x_2$ und $U'_2 = x_1 + 20$. Tinas Einkommen betrage 100 GE. Der Preis der sonstigen Güter sei 1 GE je Güterkorb.

- Wie lautet Tinas Nachfragefunktion nach Schokolade?
- Wie viele Tafeln wird sie beim Preis von 1,50 € nachfragen?
- Bestimmen Sie beim Preis von 1,50 € die Preiselastizität der Nachfrage.

Aufgabe 5-13

In Folge einer fünfprozentigen Einkommenssteigerung ist die Nachfrage nach Champagner um 8 Prozent gestiegen. Welche der folgenden Aussagen treffen zu?

- Bei Champagner handelt es sich um ein superiores Gut.
- Die Preiselastizität der Nachfrage beträgt -1,6.
- Bei Champagner handelt es sich um ein lebensnotwendiges Gut.
- Die Einkommenselastizität beträgt 0,625.

Aufgabe 5-14

Die Angestellte Schulze hat im Jahr 6 Wochen Urlaub. Davon möchte sie 4 Wochen reisen, wobei sie insgesamt € 3500,- ausgeben kann. Für die Flugreise rechnet sie mit durchschnittlichen Ausgaben je Reisetag in Höhe von € 150,-, für Buspauschalreisen mit Ausgaben von € 100,- je Tag.

- Wie viele Tage muss Frau Schulze, die viel lieber Flugreisen als Busreisen unternimmt, mit dem Bus verreisen?
- Wie lange kann Frau Schulze mit dem Flugzeug verreisen, wenn die Preise für Buspauschalreisen steigen und die Durchschnittsausgabe je Reisetag € 115,- beträgt?
- Stellen Sie die Sachverhalte zu a) und b) mit Hilfe von Indifferenzkurven und Bilanzgeraden grafisch dar.
- Wie ist das Gut Busreisen im Hinblick auf die Präferenzstruktur der Angestellten einzuordnen?

Aufgabe 5-15

Eine Schätzung der direkten Preiselastizität der Nachfrage nach Bahntickets hat einen Wert von $-0,54$ ergeben.

- a) Als Reaktion auf eine Preiserhöhung wird die nachgefragte Menge an Bahntickets zurückgehen.
- b) Der Umsatz der Bahn wird abnehmen, weil die Preiserhöhung nicht ausreicht, den damit verbundenen Rückgang der nachgefragten Menge zu kompensieren.
- c) Der Umsatz der Bahn wird zunehmen, weil die Ticketpreise stärker steigen als die nachgefragte Menge abnimmt.
- d) Es wird eine 1,5-prozentige Umsatzsteigerung eintreten.

Lösungen

Aufgabe 5-1

Eine ordinale Nutzenfunktion ordnet jeder Gütermengenkombination einen Nutzenindexwert zu, der das Maß an Bedürfnisbefriedigung beim Konsum dieser Gütermengen zum Ausdruck bringt. Indifferenzkurven erfassen alle Gütermengenkombinationen, denen der gleiche Nutzenindexwert zugeordnet ist. Sie können sich nicht schneiden. Je näher sie beim Ursprung liegen, desto niedriger ist das Nutzenniveau, das sie repräsentieren.

Aufgabe 5-2

Die Nutzenfunktionen U_1 und U_2 bringen dieselbe Präferenzordnung zum Ausdruck. Die Funktionswerte der beiden Funktionen führen für gleiche Güterkombinationen zur selben Rangordnung. Sie können dies überprüfen, indem Sie (z.B. in einem Excel Sheet) für x_1 und x_2 Zahlenwerte einsetzen und die Rangordnungen der Funktionswerte betrachten.

Aufgabe 5-3

- a) Ja, denn beide Güter haben einen positiven Grenznutzen. Wenn also der Konsum c.p. bei einem Gut erhöht wird, steigt der Gesamtnutzen.
- b) Nein, denn der Grenznutzen des Gutes y ist konstant. Der Konsum jeder zusätzlichen Einheit erbringt einen Nutzenzuwachs von α .
- c) Ja, denn die Indifferenzkurven haben einen konvexen Verlauf. Der Grenznutzen des Gutes x_1 nimmt ab. Bei konstantem Grenznutzen für das Gut x_2 nimmt das Verhältnis der Grenznutzen ab. Dies entspricht einer fallenden Grenzrate der Substitution.

Aufgabe 5-4

- a) $2x_1 + 5x_2 = 150$ bzw. $x_2 = 30 - 0,4x_1$
- b) 75 Mengeneinheiten
- c) 15 Pizzas

Aufgabe 5-5

Auswirkungen auf die Budgetgerade:

- a) Der Achsenabschnitt auf der Abszisse verringert sich.
- b) Die Budgetgerade verschiebt sich parallel zum Ursprung hin.
- c) Die Budgetgerade dreht sich. Der Achsenabschnitt der Abszisse wird vergrößert, Achsenabschnitt der Ordinate wird verkleinert.
- d) Die Budgetgerade verschiebt sich parallel zum Ursprung hin.
- e) Die Einkommenserhöhung verlagert die Budgetgerade nach rechts, die allgemeine Preissteigerung verschiebt die Budgetgerade nach links. Da die Preiserhöhungen größer ausfallen als die Einkommenszunahme, verschiebt sich die Budgetgerade nach links.

- f) Einkommensrückgang und Preisrückgang sind gleichhoch, daher verändert sich die Budgetgerade nicht.
- g) Aufgrund der Preiserhöhungen bei beiden Gütern verkürzen sich die Koordinatenabschnitte auf beiden Achsen, da die Preiserhöhung bei Pizza doppelt so stark ausfällt wie bei Spaghetti, verläuft die Budgetgerade flacher.

Aufgabe 5-6

Güterkombinationen oberhalb der Budgetgeraden sind nicht realisierbar.

Güterkombinationen, die unter der Budgetgeraden liegen, können kein Nutzenmaximum darstellen, weil bei Gültigkeit der Axiome der ordinalen Vergleichbarkeit und der Nicht-Sättigung Güterkombinationen auf der Budgetgeraden eine bessere Güterversorgung darstellen und deshalb vorgezogen werden.

Eine Güterkombination, die im Schnittpunkt von einer Bilanzgeraden und einer Indifferenzkurve liegt, maximiert den Nutzen nicht, weil im Tangentialpunkt einer Bilanzgeraden mit einer Indifferenzkurve das höchstmögliche Nutzenniveau erreicht wird. Indifferenzkurven, die sich mit der Bilanzgeraden schneiden, weisen immer ein niedrigeres Nutzenniveau auf als die Indifferenzkurve, die das Nutzenmaximum festlegt.

Die optimalen Gütermengen, die dem Haushalt die größte mögliche Güterversorgung sicherstellen, sind dort, wo eine Indifferenzkurve die Bilanzgerade tangiert.

Aufgabe 5-7

Wenn Tom seinen Nutzen maximiert, wird er bestrebt sein, dass er bei jedem zuletzt ausgegebenen Euro den größten Nutzenzuwachs erhält. Dazu ermittelt er für jede zusätzliche Mengeneinheit den mit dem Preis gewogenen Grenznutzen.

... konsumierte Mengeneinheit	Die mit den Preisen gewogenen Grenznutzen lauten:			
	U'_1 / p_1	U'_2 / p_2	U'_3 / p_3	U'_4 / p_4
1.	30	20	40	25
2.	20	10	30	12,5
3.	10	5	20	5,8
4.	6	0	10	2,5

Entsprechend dem Ausgleich des gewogenen Grenznutzens wird Tom die Güter in folgender Reihenfolge kaufen:

Gut	gewogener Grenznutzen	Preis	kumulierte Ausgaben	Nutzen- zuwachs	Gesamt- nutzen
Cola	40	0,80	0,80	32	32
Hamburger	30	2,50	3,30	75	107
Cola	30	0,80	4,10	24	131
Gummibärchen	25	1,20	5,30	30	161
Hamburger	20	2,50	7,80	50	211
Müsliriegel	20	1,40	9,20	28	239
Cola	20	0,80	10,00	16	255

Aufgabe 5-8

- a) Die Bedingung für das Nutzenmaximum lautet:

$$\frac{U'_2}{U'_1} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow \frac{1}{\frac{10}{x_1^2}} = \frac{10}{4} \Rightarrow \frac{x_1^2}{10} = \frac{10}{4} \Rightarrow 4x_1^2 = 100 \Rightarrow x_1 = 5$$

Eine optimale Güterkombination liegt auf der Bilanzgeraden:

$$4 \cdot 5 + 10 \cdot x_2 = y$$

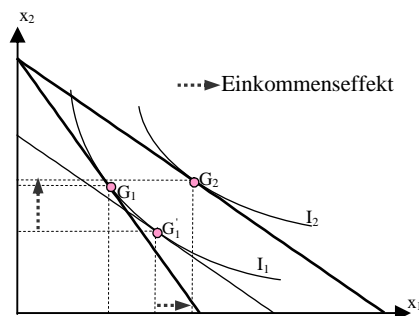
$$x_2(y) = 0,1y - 2$$

- b) Für $y = 150$ gilt $x_2 = 0,1 \cdot 150 - 2 = 13$.

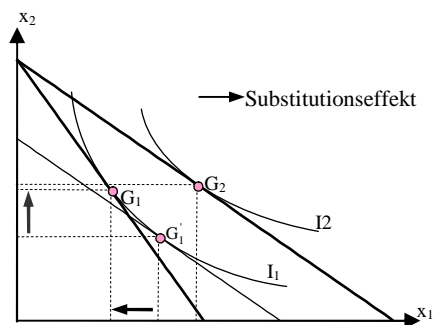
Der Konsument wird bei einem Einkommen von 150 € 13kg Fleisch nachfragen.

- c) Für die Einkommenselastizität der Nachfrage gilt:

$$y = 150, x_2 = 13, \frac{dx_2}{dy} = 0,1 \Rightarrow \epsilon_{x_2/y} = \frac{dx_2}{dy} \cdot \frac{y}{x_2} = 0,1 \cdot \frac{150}{13} = 1,15$$

Aufgabe 5-9

Wenn der Preis von Gut 1 sinkt, führt der Einkommenseffekt dazu, dass der Konsum von Gut 1 und von Gut 2 steigt.

Aufgabe 5-10

Wenn der Preis von Gut 1 steigt, führt der Substitutionseffekt dazu, dass der Konsum von Gut 1 sinkt und der Konsum von Gut 2 steigt.

Aufgabe 5-11

- a) Die Bedingung für das Nutzenmaximum lautet:

$$\frac{U'_2}{U'_1} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow \frac{x_1 + 10}{x_2} = 2 \Rightarrow x_1 + 10 = 2x_2 \Rightarrow x_1 = 2x_2 - 10$$

Eine optimale Güterkombination liegt auf der Bilanzgeraden:

$$x_1 + 2x_2 = 230$$

$$2x_2 - 10 + 2x_2 = 230$$

$$x_2 = 60, x_1 = 110$$

Der Konsument maximiert seinen Nutzen, wenn er eine Wohnung mit der Größe 60 mietet und 100 ME von den übrigen Gütern nachfragt.

- b) Die Bedingung für das Nutzenmaximum lautet:

$$\frac{U'_2}{U'_1} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow \frac{x_1 + 10}{x_2} = 3 \Rightarrow x_1 + 10 = 3x_2 \Rightarrow x_1 = 3x_2 - 10$$

Eine optimale Güterkombination liegt auf der Bilanzgeraden:

$$x_1 + 3x_2 = 230$$

$$3x_2 - 10 + 3x_2 = 230$$

$$x_2 = 40, x_1 = 110$$

Der Konsument maximiert seinen Nutzen, wenn er eine kleinere Wohnung mit der Größe 40 mietet. Er kann dann weiterhin 110 ME von den übrigen Gütern nachfragen.

- c) Mit der Güterkombination
- $x_1 = 110$
- ,
- $x_2 = 40$
- erreicht der Konsument ein Nutzenniveau von
- $U_0 = 110 \cdot 40 + 10 \cdot 40 = 4800$
- .

Die Indifferenzkurve zum Nutzenniveau 4800 lautet:

$$4800 = x_1 \cdot x_2 + 10 \cdot x_2 \Rightarrow x_1 = \frac{4800}{x_2} - 10$$

Die Bedingung für das Nutzenmaximum zum Preis $p_2 = 2$ lautet:

$$\frac{U'_2}{U'_1} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow \frac{x_1 + 10}{x_2} = 2 \Rightarrow x_1 = 2x_2 - 10$$

Für die optimale Güterkombination gilt:

$$\frac{4800}{x_2} - 10 = 2x_2 - 10 \Rightarrow x_2 = 48,99 \approx 49 \text{ und } x_1 = 2 \cdot 48,99 - 10 = 87,98 \approx 88$$

Einkommens- und Substitutionseffekt der Preiserhöhung:

	Nutzenindex	x_1	x_2	Ausgabe
Güterkombination vor Preiserhöhung	7200	110	60	230,00
Einkommenseffekt		-22	-11	
Güterkombination vor Preiserhöhung	4800	88	49	185,96
Substitutionseffekt		+22	-9	
Güterkombination nach Preiserhöhung	4800	110	40	230,00

- d) Bei der Nutzung einer Wohnung mit der Größe 60 und dem Konsum von 110 ME der übrigen Gütern erreicht der Konsument ein Nutzenniveau von

$$U_0 = 110 \cdot 60 + 10 \cdot 60 = 7200.$$

Die Indifferenzkurve zum Nutzenniveau 7200 lautet:

$$7200 = x_1 \cdot x_2 + 10 \cdot x_2 \Rightarrow x_1 = \frac{7200}{x_2} - 10$$

Die Bedingung für das Nutzenmaximum zum Preis $p_2 = 3$ lautet:

$$\frac{U'_2}{U'_1} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow \frac{x_1 + 10}{x_2} = 3 \Rightarrow x_1 = 3x_2 - 10$$

Für die optimale Güterkombination gilt:

$$\frac{7200}{x_2} - 10 = 3x_2 - 10 \Rightarrow x_2 = 48,99 \approx 49 \text{ und } x_1 = 3 \cdot 48,99 - 10 = 136,96 \approx 137$$

Aufgabe 5-12

- a) Tinas Nachfragefunktion nach Schokolade?

$$\frac{U'_2}{U'_1} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow \frac{x_1 + 20}{x_2} = \frac{1}{p_1} \Rightarrow x_2 = p_1 x_1 + 20 p_1$$

Eine optimale Güterkombination liegt auf der Bilanzgeraden:

$$p_1 x_1 + p_1 x_1 + 20 p_1 = 120$$

$$x_1 = \frac{100 - 20 p_1}{2 p_1} = \frac{50}{p_1} - 10$$

- b) Wie viele Tafeln wird sie beim Preis von 2,00 € nachfragen?

$$x_1 = 50/2 - 10 = 15$$

- c) Bestimmen Sie beim Preis von 2,00 € die Preiselastizität der Nachfrage.

$$p = 2,00, x = 15, \frac{dx_1}{dp_1} = -\frac{60}{p_1^2}, \epsilon_{p/x} = -\frac{60}{p_1^2} \cdot \frac{2}{15} = -\frac{8}{4} = -2$$

Aufgabe 5-13

Die Einkommenselastizität der Nachfrage misst die prozentuale Veränderung der nachgefragten Menge, wenn sich das Einkommen um ein Prozent ändert. Die Einkommenselastizität beträgt $8/5 = 1,6$. Lebensnotwendige Güter sind solche mit einer Einkommenselastizität zwischen 0 und 1. Superiore Güter haben eine Einkommenselastizität von größer 1.

Aufgabe 5-14

Die Preiselastizität der Nachfrage beschreibt den prozentualen Mengenrückgang bei einer ein prozentigen Preiserhöhung. Der Umsatz wird steigen, wenn die Bahn die Ticketpreise um ein Prozent erhöht und die Nachfrage nach Tickets um 0,5% sinkt. Aussagen a) und d) sind richtig.

Aufgabe 5-15

- a) Ist x die Anzahl der Tage für eine Busreise, so ist $28 - x$ die Anzahl der Tage für Flugreisen. Dann lautet die Budgetgleichung:

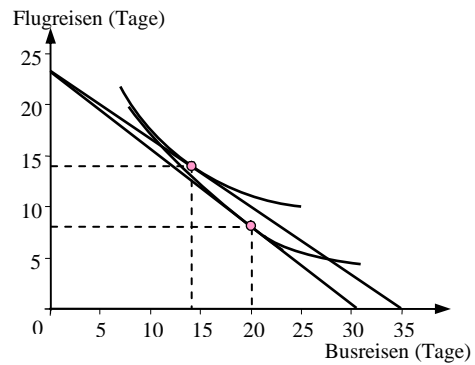
$$100 \cdot x + (28 - x) \cdot 150 = 3500$$

14 Tage Busreise, 14 Tage Flugreise

- b) $115 \cdot x + (28 - x) \cdot 150 = 3500$

20 Tage Busreise, 8 Tage Flugreise

- c) Grafische Darstellung:



- d) Es handelt sich bei Busreisen um ein inferiores Gut.