

Bernoulli- vs. Prospect-Theorie

Der Referenzpunkt macht den Unterschied!

1. Datensituation

Ein Anleger hat vor geraumer Zeit eine Aktie zum Preis von 1.000 € erworben. Die folgende Tabelle zeigt die subjektiven Erwartungen des Anlegers bezüglich der Kursentwicklung in €:

	U_1 $w(U_1) = 0,7$	U_2 $w(U_2) = 0,3$
K_i	2.000	500

Abb. 1: Aktienkursentwicklung

Symbole

K Aktienkurs

U_1, U_2 Umweltsituationen

$w(U_1), w(U_2)$ subjektive Wahrscheinlichkeiten für den Eintritt der Umweltsituationen

Der aktuelle Kurs der Aktie beträgt 1.300 €. Infolgedessen stellt der Anleger Überlegungen an, ob er die Aktie halten (A_1) oder veräußern (A_2) soll. Seine Wertfunktion ist wie folgt quantifizierbar:

$$V(K) = K^{0,9} \quad \text{für } K \geq 0$$

$$V(K) = -3 \cdot (-K)^{0,9} \quad \text{für } K < 0$$

Für die Wahrscheinlichkeitsgewichtungsfunktion π gilt:

$$\pi(w) = w \quad \text{mit } 0 \leq w \leq 1$$

2. Aufgaben

- (1) Wie würde sich der Entscheidungsträger im Rahmen der Bernoulli-Nutzentheorie verhalten, wenn die dargestellte Wertfunktion gleichzeitig die Risikopräferenz des Anlegers zum Ausdruck bringt?
- (2) Gehen Sie davon aus, dass der Anleger gemäß der Prospect-Theorie handelt und seinen historischen Estandskurs als Referenzpunkt zugrunde legt. Wie lautet seine Entscheidung?
- (3) Stellen Sie bitte den Verlauf der Wertfunktion grafisch dar und skizzieren Sie die unter Aufgabe (1) und (2) erzielten Ergebnisse!

3. Lösung

(1) Entscheidung nach der Bernoulli-Risikonutzentheorie

Die Berechnung des Erwartungswertes des Risikonutzens für die Risikoalternative wird in der folgenden Abbildung dargestellt:

j	K_j	$N(K_j)$	$w(U_j)$	$w(U_j) \cdot N(K_{1j})$
1	2.000	935,25	0,70	654,67
2	500	268,58	0,30	80,57
ERN ₁				735,25

Abb. 2: Berechnung des Erwartungswerts der Risikonutzen für Alternative 1

Symbole

- K_j Kurs in Umweltsituation j
 N Risikonutzenfunktion
 $w(U_j)$ Wahrscheinlichkeit der Umweltsituation j
 ERN_i Erwartungswert des Risikonutzens der Alternative i

Verkauft der Anleger die Aktie, realisiert er einen Risikonutzen $ERN_2 = N(1.300 \text{ €}) = 634,67$. Da $ERN_1 > ERN_2$, wird sich ein Entscheidungsträger mit der vorliegenden Risikonutzenfunktion für das Halten der Aktie entscheiden.

(2) Entscheidung nach der Prospect-Theorie

Die Berechnung des Gesamtwerts gemäß Prospect-Theorie wird in der folgenden Abbildung dargestellt:

j	G	$V(G)$	$\pi(w)$	$\pi(w) \cdot V(G_{1j})$
1	1.000	501,19	0,70	350,83
2	-500	-805,74	0,30	-241,72
GW ₁				109,11

Abb. 3: Berechnung des Gesamtwerts für Alternative 1

Symbole

- G Relativer Gewinn bzw. Verlust
 GW_i Gesamtwert der Alternative

Für die Alternative 2 ergibt sich ein Gesamtwert von $GW_2 = V(300 \text{ €}) = 169,59$.

Da $GW_2 > GW_1$, wird der Entscheidungsträger die Aktie veräußern.

(3) Visualisierung

Die folgende Abbildung zeigt den Verlauf der Wertfunktion.

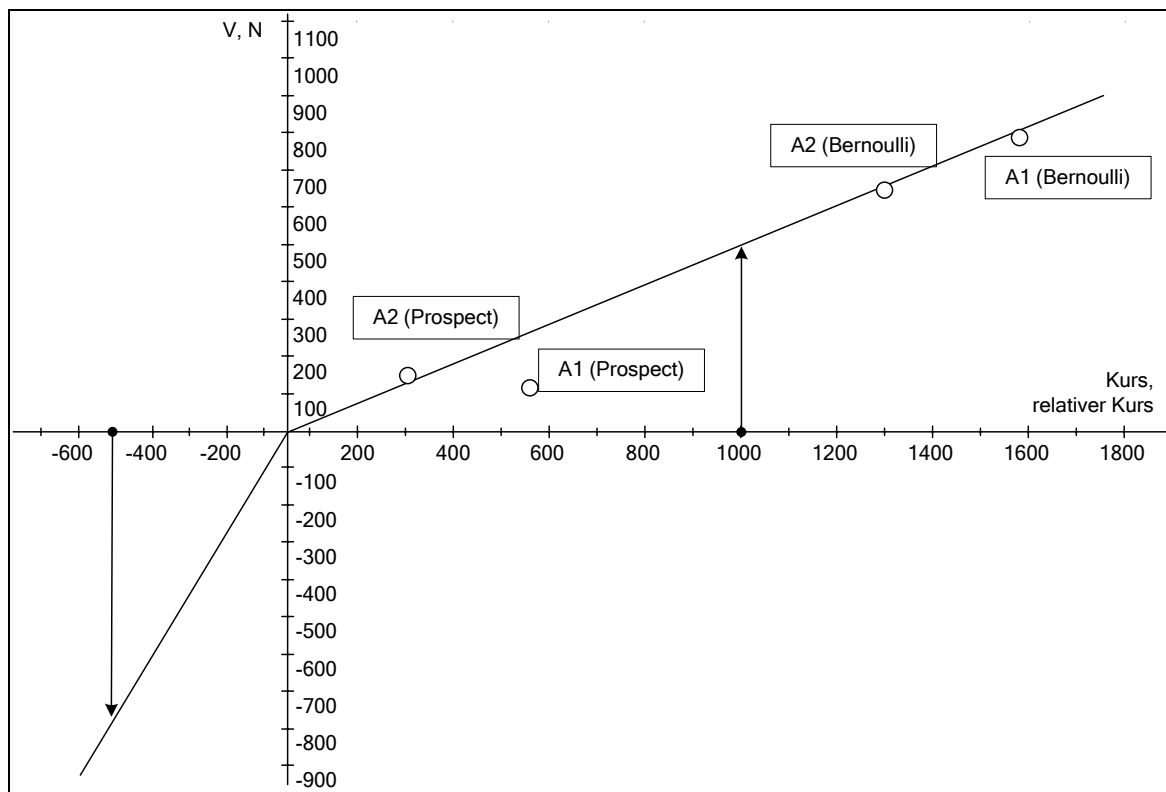


Abb. 4: Berechnung des Erwartungswerts der Risikonutzen für Alternative 1

In der Grafik sind die Entscheidungsalternativen A_1 und A_2 für die Bernoulli- und Prospect-Theorie markiert:

- Wie bereits bei der Berechnung der Erwartungswerte der Risikonutzen gezeigt wurde, weist die Risikoalternative (A_1) einen höheren Nutzwert als die Sicherheitsalternative (A_2) auf.
- Durch die relative Kursbewertung in Bezug zum historischen Estandskurs treten in der prospekttheoretischen Bewertung der Risikoalternative negative Wertkomponenten auf, die aufgrund des steileren Verlaufs der Wertfunktion über den Verlustbereich einen relativ hohen Einfluss auf den Gesamtwert haben.
- Infolgedessen dominiert hier die Sicherheitsalternative, die einen sofortigen Verkauf der Aktie zum Gegenstand hat.