Vahlens Handbücher der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Die Einführung mit vielen ökonomischen Beispielen

von
Prof. Dr. Michael Merz, Prof. Dr. Mario V. Wüthrich

1. Auflage

Thematische Gliederung:

Mathematik und Statistik

Verlag Franz Vahlen München 2013

Verlag Franz Vahlen im Internet:
www.vahlen.de
ISBN 978 3 8006 4482 7

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Die Einführung mit vielen ökonomischen Beispielen

von

Prof. Dr. Michael Merz

und

Prof. Dr. Mario V. Wüthrich

Verlag Franz Vahlen München

beck-shop.de

VERLAG
VAHLEN
MÜNCHEN
www.vahlen.de

ISBN 978 3 8006 4482 7

Wilhelmstraße 9, 80801 München
Satz: EDV-Beratung Frank Herweg, Leutershausen
Druck und Bindung: Himmer AG
Steinerne Furt 95, 86167 Augsburg
Umschlaggestaltung: Ralph Zimmermann – Bureau Parapluie
Bildnachweis: © alphaspirit – fotolia.com

Gedruckt auf säurefreiem, alterungsbeständigem Papier
(hergestellt aus chlorfrei gebleichtem Zellstoff)

Für
unsere Eltern,
Anja, Alessia und Luisa

Vorwort

Vorwort

Zielsetzung

Das Werk *Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler: Die Essentials* ist eine ausführliche, anschauliche, anwendungsorientierte und dennoch präzise Darstellung der mathematischen Grundlagen für ein erfolgreiches wirtschaftswissenschaftliches Bachelor- und Masterstudium. Es versteht sich als Lehrbuch, welches angehende Wirtschaftswissenschaftler im Studium und darüber hinaus auch in ihrem späteren Berufsleben begleitet. Insbesondere soll es den Studierenden einen Weg in die Gedankenwelt der Mathematik aufzeigen, welcher sie dazu befähigt, auftretende ökonomische Probleme mathematisch erfassen, analysieren und nach Möglichkeit auch lösen zu können.

Vermittlung mathematischer Grundlagen

Die Mathematik besitzt nicht nur für die Natur- und Ingenieurwissenschaften, sondern auch für die Wirtschaftswissenschaften eine große Bedeutung. Viele betriebs- und volkswirtschaftliche Problemstellungen werden in zunehmendem Maße im Rahmen mathematischer und statistischer Modelle und Konzepte untersucht. Ein großer Teil der modernen Wirtschaftswissenschaften basiert daher auf der soliden Beherrschung mathematischer Methoden und Denkweisen.

Für die ökonomische Theorie und weite Bereiche der angewandten Wirtschaftswissenschaften, wie z.B. Finanzwirtschaft, Spieltheorie, Marketing, Haushaltstheorie, Risikomanagement, Controlling, Arbeitsmarkttheorie oder Produktionsplanung, wird neben der linearen Algebra und der Differential- und Integralrechnung für Funktionen in einer und mehreren Variablen auch ein grundlegendes Verständnis multivariater Optimierungsprobleme mit oder ohne Nebenbedingungen benötigt. Aus diesem Grund ist die mathematische Grundlagenausbildung in den Lehrplänen wirtschaftswissenschaftlicher Studiengänge an Universitäten und Fachhochschulen fest verankert.

Das vorliegende Lehrbuch trägt dieser Situation in jeder Hinsicht Rechnung und deckt mit seinen 29 Kapiteln die in wirtschaftswissenschaftlichen Bachelor- und Masterstudiengängen benötigten mathematischen Grundlagen ab. Darüber hinaus haben wir eine Darstellung gewählt, die es ermöglicht, es auch als verlässliches Nachschlagewerk für Studium und Beruf zu nutzen.

Vermittlung des mathematischen Formalismus

Während fehlende Kenntnisse bezüglich der mathematischen Notation und Symbolik bei der Anwendung von wirtschaftswissenschaftlichen Theorien und Konzepten häufig nicht so sehr ins Gewicht fallen, erschweren sie oftmals die Aneignung neuen Wissens erheblich. Aus diesem Grund ist es eine weitere wichtige Zielsetzung dieses Lehrbuches, die Studierenden auch beim Erlernen des mathematischen Formalismus zu unterstützen, der für das Verständnis ökonomischer Literatur unerlässlich ist.

Besonderheiten

Das Lehrbuch *Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler: Die Einführung mit vielen ökonomischen Beispielen* hebt sich in mehrerer Hinsicht von vielen anderen Lehrbüchern zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler ab.

Brücke zwischen Schule und Hochschule

Die Erfahrungen in den letzten Jahren zeigen, dass viele Studierende mit unzureichenden mathematischen Grundkenntnissen ein wirtschaftswissenschafliches Studium aufnehmen. Die Gründe hierfür sind vielfältig. Neben den unterschiedlichen Lehrplänen in den einzelnen Bundesländern, den verschiedenen Schwerpunktsetzungen in den Schulen, der oftmals mehrere Jahre zurückliegenden Schulzeit sind hier natürlich vor allem auch die großen Unterschiede in der Leistungsfähigkeit der einzelnen Studierenden als Grund zu nennen.

Aber selbst Studierende mit guten Schulnoten im Fach Mathematik haben häufig erhebliche Schwierigkeiten, den hohen mathematischen Anforderungen speziell in den ersten beiden Studienjahren gerecht zu werden. Probleme ergeben sich auch durch den Wechsel der Unterrichtsform sowie durch den im Vergleich zum Schulunterricht größeren Schwierigkeitsgrad, das deutlich erhöhte Tempo und den stärkeren Formalismus.

Das vorliegende Lehrbuch trägt dieser Tatsache durch seinen ersten Teil *Mathematische Grundlagen* Rechnung, in dem wichtige Grundlagen und Themengebiete aus der Schulmathematik, wie z.B. *Aussagenlogik, mathematische Beweisführung, Mengenlehre, Zahlenbereiche, Gleichungen, Ungleichungen, Trigonometrie, Kombinatorik, Relationen* und

Abbildungen, in einem an das Hochschulniveau angepassten Formalismus wiederholt werden. Auf diese Weise wird eine tragfähige Verbindung („Brücke") zwischen Schule und Hochschule geschaffen, und auch Studierende mit zu Beginn ihres Studiums eher geringen mathematischen Vorkenntnissen erhalten die Chance, die darauf aufbauende mathematische Grundausbildung mit Erfolg zu absolvieren.

Alles so einfach wie möglich, aber nicht einfacher

Bekanntlich fällt vielen Studierenden in wirtschaftswissenschaftlichen Studiengängen das Fach Mathematik nicht leicht. Dies hat zur Folge, dass in vielen Lehrbüchern die mathematischen Aussagen und Methoden zwar didaktisch gut aufbereitet werden, aber die Voraussetzungen, unter denen die Aussagen gelten bzw. unter denen die Methoden zur Anwendung kommen können, zu Gunsten einer stark vereinfachten Darstellung nicht genau präzisiert werden. In der ökonomischen Theorie und in der wirtschaftswissenschaftlichen Praxis zeigt sich jedoch immer wieder, dass zur Vermeidung von Fehlentscheidungen die genaue Kenntnis der benötigten Voraussetzungen mindestens genauso wichtig ist wie das Verständnis der herangezogenen mathematischen Aussagen und Methoden. Aus diesem Grund haben wir uns in dem vorliegenden Lehrbuch ganz bewusst dafür entschieden, bei der Formulierung von mathematischen Sätzen und Methoden stets präzise anzugeben, welche Voraussetzungen ihnen zugrunde liegen.

Aufgrund unserer Lehrerfahrung sind wir auch der Überzeugung, dass eine ausschließlich intuitive Rechtfertigung von mathematischen Aussagen und ihre Veranschaulichung anhand von Beispielen nicht immer ausreichend und es für Studierende auf Dauer nicht sehr befriedigend ist, wenn sie nur Sachverhalte und Rezepte vermittelt bekommen. Daher sollte auch in mathematischen Lehrveranstaltungen für Wirtschaftswissenschaftler der eine oder andere Beweis geführt werden. Neben einem Mehr an Verständnis und Erfüllung führt dies bei den Studierenden auch zu einem gewissen Gespür für die inneren Zusammenhänge mathematischer Resultate und Methoden. Darüber hinaus können Beweise auch als willkommene Wiederholung und Lernkontrolle für bereits Gelerntes aufgefasst werden, in denen aus bekannten mathematischen Resultaten und neuen Definitionen weitere mathematische Aussagen abgeleitet werden. Wir haben daher versucht, für die einfacheren mathematischen Resultate möglichst gut nachvollziehbare Beweise und für die komplizierteren Aussagen zumindest geeignete Literaturhinweise anzugeben. Um jedoch den ergänzenden Charakter von Beweisen auszudrücken und auch um die Aufmerksamkeit der Studierenden nicht allzu stark zu beanspruchen, sind Beweise durch ein kleineres Schriftbild optisch vom Rest des Buches abgetrennt.

Ansprechende Gestaltung und klare Strukturierung

Zusammen mit dem Verlag Vahlen haben wir versucht, das Buch optisch und inhaltlich so zu gestalten, dass man gerne damit arbeitet. Neben einem ansprechenden Layout und vielen mehrfarbigen Abbildungen und Skizzen, dienen hierzu auch die verschiedenfarbigen Boxen für Definitionen (grün), mathematische Sätze (rot) und Beispiele (blau). Auf diese Weise lassen sich die klassischen Strukturelemente eines mathematischen Lehrbuches auf einen Blick unterscheiden, und sie werden vom restlichen Buchtext mit den Motivationen und Erläuterungen hervorgehoben. Zusammen mit der Kennzeichnung des Beweises eines mathematischen Satzes durch das Symbol ■ fördert dies die Übersichtlichkeit und unterstreicht die klare Strukturierung des Lehrstoffes in Definition, Satz, Beweis und Beispiel.

Ausführliche Motivation und viele (ökonomische) Beispiele

Bei der Einführung neuer Konzepte und Methoden wird stets zuerst die zugrunde liegende mathematische Problemstellung erläutert und – sofern angebracht – der Zusammenhang zu ökonomischen Fragestellungen hergestellt. Neben einer Vielzahl von reinen Rechenbeispielen, die vor allem zur Verdeutlichung der mathematischen Definitionen und Resultate sowie zur Erlangung gewisser Rechenfertigkeiten dienen, sind in diesem Lehrbuch auch viele interessante ökonomische Anwendungen zu finden, welche die hohe Praxisrelevanz der behandelten Themen belegen. Zum Beispiel sind in diesem Buch wirtschaftswissenschaftliche Anwendungen aus den Bereichen *Tauschwirtschaft, Portfoliomanagement, Hedging, Input-Output-Analyse, Produktionsrechnung, Markentreue, Wirtschaftsentwicklung, Rating von Unternehmen, Einkommensteuer, Entscheidungstheorie, Abschreibung, Statistik, komparativ-statische Analyse, Finanzmathematik, Risikomanagement, Haushaltstheorie, Lagerhaltung, Optimierung von Transport-, Verschnitt-* und *Mischproblemen* usw. zu finden.

Mathematik ist spannend und macht Spaß

Vor der Mathematik braucht man keine Angst zu haben! Die Mathematik ist auch keine graue Theorie, deren Erlernen ausschließlich langweilig und mühsam ist. Sie ist vielmehr eine lebendige Wissenschaft und die Beschäftigung mit ihr kann durchaus spannend und überraschend sein sowie eine Menge Spaß machen. Zum Beleg dieser – für manche vielleicht etwas gewagten – Behauptung sind neben einer Vielzahl von ökonomischen Beispielen auch viele historische Anmerkungen, kurze Anekdoten und überraschende Ergebnisse in diesem Buch zu finden. Hierzu zählen unter anderem das *Beispiel von den drei Freunden im Gefängnis, das Beispiel von Anna und Bernd, das Barbier-Paradoxon, Hilberts Hotel, das Geburtstagsparadoxon, der Satz vom Fußball, der $25.000.000.000 Eigenvektor von Google, die 37%-Regel* und *das Paradoxon von Achilles und der Schildkröte*. Darüber hinaus wird der aufmerksame Leser zum Beispiel auch auf den *kürzesten Witz der Welt, die schönste Formel, die berühmteste Gleichung* sowie auf eine Auswahl der *bedeutendsten mathematischen Sätze* stoßen.

Unterstützung von Dozenten

Aus unserer langjährigen Erfahrung als Hochschullehrer wissen wir, wie dankbar Studierende speziell in Mathematik-Vorlesungen Abbildungen und Bilder aufnehmen. Daher stellen wir Dozenten gerne alle Abbildungen und Bilder unseres Buches zur Verfügung. Darüber hinaus unterstützen wir den Einsatz dieses Buches in der Lehre mit einem mittels LaTeX erzeugten PDF-Foliensatz. Für die Zusendung dieser Lehrmaterialien genügt eine kurze E-Mail an `michael.merz@wiso.uni-hamburg.de` unter Nennung der geplanten Vorlesung sowie der Lehreinrichtung.

Zusammen mit dem Verlag Vahlen haben wir in den letzten drei Jahren viel Zeit und Energie aufgewendet, um ein Lehrbuch zu erstellen, dass die Lehre bestmöglich unterstützt. Wir würden uns daher sehr freuen, wenn Sie unser Lehrbuch in Ihren Lehrveranstaltungen einsetzen und Ihren Studierenden empfehlen.

Behandelte Themen

Dieses Lehrbuch bietet eine umfassende Darstellung des Faches Mathematik, wie es in den ersten beiden Semestern an Hochschulen in wirtschaftswissenschaftlichen Studiengängen unterrichtet wird. Es ist dabei in zehn Teile untergliedert. Neben dem „Standardstoff" der mathematischen Grundausbildung werden auch eine Reihe von Themen behandelt, welche den Studierenden häufig erst in höheren Semestern oder in der beruflichen Praxis begegnen. Hierzu zählen zum Beispiel die Themengebiete *komplexe Zahlen, Mächtigkeit von Mengen, orthogonale Projektionen, Eigenwerttheorie, Quadratische Formen, Landau-Symbole, Fixpunktsätze, Potenzreihen, Riemann-Stieltjes-Integral, Taylor-Formel in einer oder mehreren Variablen, mehrfache Riemann-Integrale, Parameterintegrale, Einhüllendensätze, Optimierung unter Gleichheits- und Ungleichheitsnebenbedingungen, lineare Optimierung, numerische Lösung von Gleichungen, Polynominterpolation, Spline-Interpolation* und *numerische Integration*. Dieses Buch ist daher auch nach der mathematischen Grundausbildung ein verlässlicher Begleiter in Studium und Beruf.

Danksagungen

Unseren herzlichen Dank möchten wir allen Kollegen, Mitarbeitern und Studierenden aussprechen, die durch Anregungen und Hinweise zur Verbesserung dieses Lehrbuches beigetragen haben.

An erster Stelle sind hier unsere Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter, Frau Dipl.-Kffr. Nataliya Chukhrova, Frau Dipl.-Übers. Angelika Ruiz, Frau Dipl.-Math. Anne Thomas, Herr Dipl.-Math. Sebastian Happ, Herr Dipl.-Kfm. Jochen Heberle und Herr Dipl.-Vw. Arne Johannssen zu nennen. Sie alle haben das Korrekturlesen unseres Manuskriptes stets mit viel Freude und Engagement übernommen. Zu großem Dank sind wir aber auch einer Reihe von motivierten Studierenden verpflichtet, die das Manuskript sehr genau gelesen und dabei eine Vielzahl von Verbesserungen und didaktischen Hinweisen in den Entstehungsprozess eingebracht haben. Beteiligt waren hierbei Frau Eva Elena Ernst, Frau Elisabeth Hufnagel, Frau Laura Prill, Herr Manuel Ernst, Herr Chris Huber, Herr Nicolas Iderhoff und Herr Sören Pannier. Unser besonderer Dank gilt auch Herrn Philipp Rohde, der neben seiner Tätigkeit als Korrekturleser die Erstellung eines guten Dutzend aufwendiger LaTeX-Grafiken übernommen hat, und Herrn Aidin Miri Lavasani, der für sein sorgfältiges Korrekturlesen selbst nach langem Zureden partout keine Entlohung für seine Arbeit entgegennehmen wollte. Nicht zu vergessen ist auch Herr Torsten Frese, der durch seine große Hilfsbereitschaft sowie viele kleinere und größere Freundschaftsdienste zum Gelingen dieses Buches beigetragen hat.

Schließlich gilt unser Dank Herrn Dennis Brunotte, der mit seiner beeindruckenden Sachkenntnis als Lektor dieses Buchprojekt während der kompletten Entstehungsphase begleitet hat sowie Dr. Jonathan Beck vom Verlag Vahlen für die Bereitschaft, ein mehrfarbiges Mathematikbuch zu verlegen.

Eine Bitte der Autoren

Für Hinweise und Anregungen – insbesondere aus dem Kreis der Studierenden – sind wir stets sehr dankbar. Sie sind eine wichtige Voraussetzung und wichtige Hilfe für die permanente Verbesserung dieses Lehrbuches.

Wir wünschen Ihnen nun in Ihrem Studium mit diesem Buch viel Freude und Erfolg!

Hamburg und Zürich, im Herbst 2012
Michael Merz, Mario V. Wüthrich

beck-shop.de

beck-shop.de

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis