

## Mathematik für Physiker und Ingenieure 1

Basiswissen für das Grundstudium - mit mehr als 1400 Aufgaben und Lösungen online

Bearbeitet von  
Klaus Weltner

1. Auflage 2012. Buch. IX, 301 S.

ISBN 978 3 642 30084 4

Format (B x L): 15,5 x 23,5 cm

Gewicht: 480 g

[Weitere Fachgebiete > Physik, Astronomie > Physik Allgemein > Theoretische Physik, Mathematische Physik](#)

schnell und portofrei erhältlich bei

**beck-shop.de**  
DIE FACHBUCHHANDLUNG

Die Online-Fachbuchhandlung beck-shop.de ist spezialisiert auf Fachbücher, insbesondere Recht, Steuern und Wirtschaft. Im Sortiment finden Sie alle Medien (Bücher, Zeitschriften, CDs, eBooks, etc.) aller Verlage. Ergänzt wird das Programm durch Services wie Neuerscheinungsdienst oder Zusammenstellungen von Büchern zu Sonderpreisen. Der Shop führt mehr als 8 Millionen Produkte.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Vektorrechnung</b>	<b>13</b>
1.1 Skalare und Vektoren . . . . .	13
1.2 Addition von Vektoren . . . . .	16
1.2.1 Summe zweier Vektoren: Geometrische Addition . . . . .	16
1.3 Subtraktion von Vektoren . . . . .	17
1.3.1 Der Gegenvektor . . . . .	17
1.3.2 Differenz zweier Vektoren: Geometrische Subtraktion . . . . .	18
1.4 Das rechtwinklige Koordinatensystem . . . . .	19
1.5 Komponente und Projektion eines Vektors . . . . .	20
1.6 Komponentendarstellung im Koordinatensystem . . . . .	22
1.6.1 Ortsvektoren . . . . .	22
1.6.2 Einheitsvektoren . . . . .	23
1.6.3 Komponentendarstellung eines Vektors . . . . .	24
1.6.4 Summe zweier Vektoren in Komponentenschreibweise . . . . .	25
1.6.5 Differenz von Vektoren in Komponentenschreibweise . . . . .	27
1.7 Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar . . . . .	28
1.8 Betrag eines Vektors . . . . .	29
1.9 Übungsaufgaben . . . . .	31
<b>2 Skalarprodukt, Vektorprodukt</b>	<b>37</b>
2.1 Skalarprodukt . . . . .	37
2.1.1 Sonderfälle . . . . .	40
2.1.2 Kommutativ- und Distributivgesetz . . . . .	40
2.2 Kosinussatz . . . . .	40
2.3 Skalares Produkt in Komponentendarstellung . . . . .	41
2.4 Vektorprodukt . . . . .	42
2.4.1 Drehmoment . . . . .	42

\*Die mit einem Stern (\*) gekennzeichneten Abschnitte werden beim ersten Durchgang anhand der Leitprogramme übersprungen.

2.4.2	Das Drehmoment als Vektor . . . . .	43
2.4.3	Definition des Vektorprodukts . . . . .	44
2.4.4	Sonderfälle . . . . .	45
2.4.5	Vertauschung der Reihenfolge . . . . .	46
2.4.6	Allgemeine Fassung des Hebelgesetzes . . . . .	46
2.5	Vektorprodukt in Komponentendarstellung . . . . .	47
2.6	Übungsaufgaben . . . . .	49
<b>3</b>	<b>Einfache Funktionen, Trigonometrische Funktionen</b>	<b>53</b>
3.1	Der mathematische Funktionsbegriff . . . . .	53
3.1.1	Der Funktionsbegriff . . . . .	53
3.2	Graphische Darstellung von Funktionen . . . . .	56
3.2.1	Ermittlung des Graphen aus der Gleichung für die Gerade . .	57
3.2.2	Bestimmung der Gleichung einer Geraden aus ihrem Graphen	59
3.2.3	Graphische Darstellung von Funktionen . . . . .	60
3.2.4	Veränderung von Funktionsgleichungen und ihrer Graphen .	62
3.3	Winkelfunktionen, Trigonometrische Funktionen . . . . .	63
3.3.1	Einheitskreis . . . . .	63
3.3.2	Sinusfunktion . . . . .	64
3.3.3	Kosinusfunktion . . . . .	71
3.3.4	Zusammenhang zwischen Kosinus- und Sinusfunktion . . .	72
3.3.5	Tangens, Kotangens . . . . .	73
3.3.6	Additionstheoreme, Superposition von Trigonometrischen Funktionen . . . . .	74
3.4	Übungsaufgaben . . . . .	78
<b>4</b>	<b>Potenzen, Logarithmus, Umkehrfunktionen</b>	<b>82</b>
4.1	Potenzen, Exponentialfunktion . . . . .	82
4.1.1	Potenzen . . . . .	82
4.1.2	Rechenregeln für Potenzen . . . . .	83
4.1.3	Exponentialfunktion . . . . .	84
4.2	Logarithmus, Logarithmusfunktion . . . . .	86
4.2.1	Logarithmus . . . . .	86
4.2.2	Rechenregeln für Logarithmen . . . . .	89

---

4.2.3	Logarithmusfunktion . . . . .	91
4.3	Hyperbolische Funktionen* . . . . .	92
4.4	Umkehrfunktionen, inverse Funktionen . . . . .	94
4.4.1	Umkehrfunktion oder inverse Funktion . . . . .	94
4.4.2	Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen: Arcusfunktionen* . . . . .	96
4.4.3	Umkehrfunktionen der hyperbolischen Funktionen: Areafunktionen* . . . . .	98
4.4.4	Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion: . . . . .	99
4.5	Mittelbare Funktion, Funktion einer Funktion . . . . .	99
4.6	Übungsaufgaben . . . . .	101
<b>5</b>	<b>Differentialrechnung</b>	<b>103</b>
5.1	Folge und Grenzwert . . . . .	103
5.1.1	Die Zahlenfolge . . . . .	103
5.1.2	Grenzwert einer Zahlenfolge . . . . .	104
5.1.3	Grenzwert einer Funktion . . . . .	106
5.2	Stetigkeit . . . . .	108
5.3	Reihe und Grenzwert . . . . .	109
5.3.1	Reihe . . . . .	109
5.3.2	Geometrische Reihe . . . . .	111
5.4	Die Ableitung einer Funktion . . . . .	112
5.4.1	Die Steigung einer Geraden . . . . .	112
5.4.2	Die Steigung einer beliebigen Kurve . . . . .	112
5.4.3	Der Differentialquotient . . . . .	114
5.4.4	Physikalische Anwendung: Die Geschwindigkeit . . . . .	115
5.4.5	Das Differential . . . . .	116
5.5	Praktische Berechnung des Differentialquotienten . . . . .	117
5.5.1	Differentiationsregeln . . . . .	117
5.5.2	Ableitung einfacher Funktionen . . . . .	119
5.5.3	Ableitung komplizierter Funktionen . . . . .	123
5.6	Höhere Ableitungen . . . . .	125
5.7	Maxima und Minima . . . . .	126

5.8	Differentiationsregeln, Ableitung einfacher Funktionen . . . . .	129
5.9	Tangentenvektor und Normalenvektor . . . . .	130
5.10	Übungsaufgaben . . . . .	131
<b>6</b>	<b>Integralrechnung</b>	<b>134</b>
6.1	Die Stammfunktion . . . . .	134
6.2	Flächenproblem und bestimmtes Integral . . . . .	136
6.3	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung . . . . .	138
6.4	Bestimmtes Integral . . . . .	141
6.4.1	Beispiele für das bestimmte Integral . . . . .	143
6.5	Zur Technik des Integrierens . . . . .	145
6.5.1	Verifizierungsprinzip . . . . .	145
6.5.2	Stammintegrale . . . . .	146
6.5.3	Konstanter Faktor und Summe . . . . .	147
6.5.4	Integration durch Substitution . . . . .	147
6.5.5	Partielle Integration . . . . .	149
6.6	Rechenregeln für bestimmte Integrale . . . . .	150
6.7	Substitution bei bestimmten Integralen . . . . .	151
6.8	Mittelwertsatz der Integralrechnung . . . . .	153
6.9	Uneigentliche Integrale . . . . .	153
6.10	Arbeit im Gravitationsfeld . . . . .	155
6.11	Übungsaufgaben . . . . .	158
<b>7</b>	<b>Taylorreihe und Potenzreihen</b>	<b>163</b>
7.1	Vorbemerkung . . . . .	163
7.2	Entwicklung einer Funktion in eine Taylorreihe . . . . .	164
7.3	Gültigkeitsbereich der Taylorentwicklung (Konvergenzbereich) . . . . .	168
7.4	Das Näherungspolynom . . . . .	169
7.4.1	Abschätzung des Fehlers . . . . .	171
7.5	Allgemeine Taylorreihenentwicklung . . . . .	172
7.6	Nutzen der Taylorreihenentwicklung . . . . .	173
7.6.1	Polynome als Näherungsfunktionen . . . . .	173
7.6.2	Tabelle gebräuchlicher Näherungspolynome . . . . .	176
7.6.3	Integration über Potenzreihenentwicklung . . . . .	177
7.7	Übungsaufgaben . . . . .	179

---

<b>8 Komplexe Zahlen</b>	<b>183</b>
8.1 Definition und Eigenschaften der komplexen Zahlen	183
8.1.1 Die imaginäre Zahl	183
8.1.2 Komplexe Zahlen	183
8.1.3 Anwendungsgebiete	184
8.1.4 Rechenregeln für komplexe Zahlen	184
8.2 Komplexe Zahlen in der Gauß'schen Zahlenebene	186
8.2.1 Die Gauß'sche Zahlenebene	186
8.2.2 Komplexe Zahlen in der Schreibweise mit Winkelfunktionen	187
8.3 Die Exponentialform einer komplexen Zahl	189
8.3.1 Eulersche Formel	189
8.3.2 Umkehrformeln zur Eulerschen Formel	190
8.3.3 Komplexe Zahlen als Exponenten	190
8.3.4 Multiplikation und Division komplexer Zahlen	193
8.3.5 Potenzieren und Wurzelziehen komplexer Zahlen	194
8.3.6 Periodizität von $r \cdot e^{i\alpha}$	195
8.4 Übungsaufgaben	197
<b>9 Differentialgleichungen</b>	<b>202</b>
9.1 Begriff der Differentialgleichung, Einteilung der Differentialgleichungen	202
9.1.1 Begriff der Differentialgleichung, Separation der Variablen	202
9.1.2 Einteilung der Differentialgleichungen	203
9.2 Die allgemeine Lösung der linearen Differentialgleichung 1. und 2. Ordnung	206
9.2.1 Lösung homogener linearer Differentialgleichungen, der Exponentialansatz	206
9.2.2 Allgemeine Lösung der inhomogenen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	213
9.3 Variation der Konstanten*	218
9.3.1 Variation der Konstanten für den Fall einer Doppelwurzel	218
9.3.2 Bestimmung einer speziellen Lösung der inhomogenen Differentialgleichung	220
9.4 Randwertprobleme	221
9.4.1 Randwertprobleme bei Differentialgleichungen 1. Ordnung	221

9.4.2 Randwertprobleme bei Differentialgleichungen 2. Ordnung . . . . .	222
9.5 Anwendungen . . . . .	224
9.5.1 Der radioaktive Zerfall . . . . .	224
9.5.2 Der harmonische ungedämpfte Oszillatator . . . . .	224
9.6 Übungsaufgaben . . . . .	233
<b>10 Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>237</b>
10.1 Einleitung . . . . .	237
10.2 Wahrscheinlichkeitsbegriff . . . . .	238
10.2.1 Ereignis, Ergebnis, Zufallsexperiment . . . . .	238
10.2.2 Die „klassische“ Definition der Wahrscheinlichkeit . . . . .	239
10.2.3 Die „statistische“ Definition der Wahrscheinlichkeit . . . . .	240
10.2.4 Allgemeine Eigenschaften der Wahrscheinlichkeiten . . . . .	242
10.2.5 Wahrscheinlichkeit für Verbundereignisse . . . . .	244
10.3 Abzählmethoden . . . . .	247
10.3.1 Permutationen . . . . .	247
10.3.2 Kombinationen . . . . .	249
10.4 Übungsaufgaben . . . . .	251
<b>11 Wahrscheinlichkeitsverteilungen</b>	<b>252</b>
11.1 Diskrete und kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen . . . . .	252
11.1.1 Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen . . . . .	252
11.1.2 Kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen . . . . .	254
11.2 Mittelwert . . . . .	257
11.3 Binomialverteilung und Normalverteilung . . . . .	259
11.3.1 Eigenschaften der Normalverteilung . . . . .	261
11.3.2 Herleitung der Binomialverteilung . . . . .	264
11.4 Anhang A . . . . .	266
11.5 Übungsaufgaben . . . . .	269
<b>12 Fehlerrechnung</b>	<b>270</b>
12.1 Aufgabe der Fehlerrechnung . . . . .	270
12.2 Mittelwert und Varianz . . . . .	271
12.2.1 Mittelwert . . . . .	271

12.2.2 Varianz . . . . .	271
12.2.3 Mittelwert und Varianz in Stichprobe und Grundgesamtheit .	273
12.2.4 Fehler des Mittelwerts . . . . .	275
12.3 Mittelwert und Varianz bei kontinuierlichen Verteilungen . . . . .	276
12.4 Normalverteilung . . . . .	277
12.4.1 Verteilung von Zufallsfehlern . . . . .	277
12.4.2 Vertrauensintervall oder Konfidenzintervall . . . . .	278
12.5 Gewogenes Mittel . . . . .	279
12.6 Fehlerfortpflanzungsgesetz . . . . .	280
12.7 Regressionsgerade, Korrelation . . . . .	281
12.7.1 Regressionsgerade, Ausgleichskurve . . . . .	281
12.7.2 Korrelation und Korrelationskoeffizient . . . . .	285
12.8 Übungsaufgaben . . . . .	288
<b>Anhang</b>	<b>292</b>
Grundbegriffe der Mengenlehre . . . . .	292
Funktionsbegriff . . . . .	294
Quadratische Gleichungen . . . . .	295
Der Computer als Hilfsmittel bei mathematischen Aufgaben. . . . .	296
<b>Literatur</b>	<b>298</b>
<b>Sachwortverzeichnis</b>	<b>299</b>