

Vahdens Kurzlehrbücher

Finanzmathematik

Grundlagen und Anwendungsmöglichkeiten in der Investitions- und Bankwirtschaft

von

Prof. Dr. Konrad Wimmer, Eugen Caprano

7., vollständig überarbeitete Auflage

[Finanzmathematik – Wimmer / Caprano](#)

schnell und portofrei erhältlich bei beck-shop.de DIE FACHBUCHHANDLUNG

Thematische Gliederung:

[Mathematik und Statistik](#)

Verlag Franz Vahlen München 2013

Verlag Franz Vahlen im Internet:

www.vahlen.de

ISBN 978 3 8006 4560 2

beck-shop.de

Wimmer/Caprano
Finanzmathematik

beck-shop.de

beck-shop.de

Finanzmathematik

Grundlagen und Anwendungsmöglichkeiten
in der Investitions- und Bankwirtschaft

von

Prof. Dr. Konrad Wimmer

begründet
von

Eugen Caprano †

7., vollständig überarbeitete Auflage

Verlag Franz Vahlen München

beck-shop.de

Prof. Dr. Konrad Wimmer ist Unternehmensberater, Dozent, finanzmathematischer Sachverständiger und Gutachter.

ISBN 978 3 8006 4560 2

© 2013 Verlag Franz Vahlen GmbH, Wilhelmstr. 9, 80801 München

Satz: Fotosatz Buck

Zweikirchener Str. 7, 84036 Kumhausen

Druck und Bindung: Nomos Verlagsgesellschaft

In den Lissen 12, 76547 Sinzheim

Gedruckt auf säurefreiem, alterungsbeständigem Papier

(hergestellt aus chlorfrei gebleichtem Zellstoff)

Vorwort

Dieses Lehrbuch behandelt einerseits das notwendige finanzmathematische Basiswissen und greift andererseits zentrale Anwendungsmöglichkeiten in der Investitions- und Bankwirtschaft auf. Es wendet sich daher an Studierende der Wirtschaftswissenschaften an Universitäten und Hochschulen sowie an Praktiker in Unternehmen und in beratenden Berufen. Die formale Darstellung wird durchweg mit zahlreichen praxisbezogenen Beispielen und Aufgaben untermauert, sodass sich das Werk auch sehr gut für das Selbststudium eignet.

Der hohe Anwendungs- und Praxisbezug unterscheidet das vorliegende Lehrbuch von ähnlichen Büchern. Auch zeigt es immer wieder die Verbindung zu anderen wichtigen Teilgebieten der Betriebswirtschaftslehre (z. B. Rechnungslegung, Kostenrechnung, Investitionstheorie) sowie zu angrenzenden juristischen Fragestellungen (z. B. Preisangabenverordnung, Vorfälligkeitsentschädigung) auf.

Aufbau und Neuerungen

Der *erste Teil* des Buches beschreibt die Grundlagen der Finanzmathematik und geht damit auf die klassischen Fragestellungen, insbesondere die Zinseszinsrechnung, die Berechnung von Abschreibungen, die Rentenrechnung, die Tilgungs- und Kursrechnung sowie die Berechnung der Effektivverzinsung, die aufgrund der geänderten Preisangabenverordnung angepasst wurde, ein.

Eine wesentliche Änderung dieser Auflage betrifft die Berechnung von Pensionsrückstellungen als Anwendungsfall der Rentenrechnung – insofern ist sie für das Verständnis auch der Bilanzierung von Pensionsrückstellungen sehr wichtig. Wegen der hohen Praxisrelevanz wurde außerdem das Leasinggeschäft aufgenommen. Es lässt sich finanzmathematisch analog zum klassischen Bankkredit abbilden, d. h. auch hier kann eine Effektivverzinsung ermittelt werden. Abschreibungen werden erstmals um die Betrachtung der ökonomischen Abschreibung erweitert, die im Unterschied zu den Verfahren der Kostenrechnung und Rechnungslegung den Kapitaldienst finanzmathematisch korrekt abbildet.

Der *zweite Teil*, der in der Voraufgabe neu integriert wurde, ist vom Aufbau her unverändert, jedoch in vielfältiger Hinsicht um praxisrelevante Aspekte ergänzt worden. So wurde die marktinsorientierte Kapitalwertmethode um die Berechnung von Investitionsmargen erweitert, d. h. es können nicht nur der Kapitalwert einer Investition, sondern auch die zugehörige Rentabilität berechnet werden. Hier wird auch die Querverbindung zum Konzept des Economic-Value-Added (EVA) aufgezeigt, denn daran orientieren nahezu alle DAX-30-Konzerne bei ihrer Unternehmenssteuerung. Als Anwendungsfall der marktinsorientierten Kapitalwertmethode wird die besonders praxisrelevante Berechnung der Vorfälligkeitsentschädigung bzw. Nichtabnahmeentschädi-

gung berücksichtigt. Sie betrifft Unternehmen wie Privatpersonen in gleicher Weise, wie der Verfasser aus eigener Praxis als gerichtlicher Sachverständiger weiß. Der Abschnitt Investitionsrechnung bei unsicheren Erwartungen beinhaltet zahlreiche Anwendungsbeispiele zur Portfolio Selection, zum CAPM und damit zu den Grundlagen des modernen Portfolio-Managements. Ein weiteres Kapitel behandelt die Grundfragen der Messung und Steuerung des Zinsänderungsrisikos. Grundlegend ist hier nach wie vor das Durationskonzept, das in Form der Modified Duration auch bankaufsichtsrechtlich („Baseler Zinschock“) relevant ist, wie ein ausführliches Beispiel demonstriert. Schließlich wird exkursartig das Value-at-Risk-Konzept beschrieben, dessen Einsatz längst nicht mehr nur auf das Kreditgewerbe beschränkt ist.

So wichtig die formale Darstellung und so praktisch die tabellierten Faktoren (Barwertfaktoren, Annuitätenfaktoren etc.) auch sein mögen – in der betrieblichen Praxis haben sich längst Tabellenkalkulationsprogramme etabliert. Ein neu aufgenommenes Kapitel greift deshalb wesentliche Berechnungsbeispiele und Funktionen in *Excel* auf. So wird beispielsweise die Zielwertsuche erläutert, die in der Praxis mittlerweile unverzichtbar ist.

Ich empfehle allen Leserinnen und Lesern, beim Durcharbeiten dieses kompakten Buches parallel Tabellenkalkulationsprogramme zu benutzen. Das Nachvollziehen der zahlreichen Aufgaben und Beispiele zur Finanzmathematik fällt dem Leser dann sehr viel leichter, und quasi nebenbei erwirbt er sich eine umfangreiche Sammlung von Musterfällen.

Ganz herzlich bedanken möchte ich mich an dieser Stelle bei Herrn Dennis Brunotte vom Verlag Vahlen für die reibungslose und jederzeit sehr angenehme Zusammenarbeit. Als Lektor hat er maßgeblich zur zügigen Realisierung der Neuauflage beigetragen.

Dingolfing, im August 2013

Konrad Wimmer

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Symbolverzeichnis	XI
Teil I Grundlagen der Finanzmathematik	
1. Mathematische Grundlagen und Grundkenntnisse	1
1.1 Wurzeln und Potenzen	1
1.2 Logarithmen	2
1.3 Arithmetische Folgen und Reihen	3
1.4 Geometrische Folgen und Reihen	4
1.5 Zinsrechnung	5
1.6 Einfache Zinsen	7
1.7 Nominal- und Effektivverzinsung	10
1.8 Wechseldiskontierung	11
1.9 Interpolationsverfahren	12
2. Zins und Zinseszinsen	15
2.1 Begriff	15
2.2 Zinseszins bei jährlicher Verzinsung	16
2.3 Gemischte Verzinsung	21
2.4 Mittlerer Zahlungstermin	23
2.5 Unterjährliche Verzinsung	26
2.6 Stetige Verzinsung	27
2.7 Vorschüssige Verzinsung	29
3. Abschreibungen	31
3.1 Abschreibungsbegriff	31
3.2 Lineare Abschreibung (AfA in gleichen Jahresbeträgen)	32
3.3 Arithmetisch-degressive Abschreibung	33
3.4 Geometrisch-degressive Abschreibung	35
3.5 Ökonomische Abschreibung	37
4. Rentenrechnung	41
4.1 Rentenbegriff	41

4.2	Nachschüssige Jahresrente	42
4.3	Vorschüssige Jahresrente	43
4.4	Unterjährliche Renten	52
4.4.1	Jährliche Rentenzahlungen und unterjährliche Zinskapitalisierung	53
4.4.2	Unterjährliche Rentenzahlungen mit jährlicher Zinsverrechnung	54
4.4.3	Unterjährliche Rentenzahlungen mit unterjährlicher Zinsverrechnung	57
4.5	Progressive Rente	65
4.5.1	Geometrisch fortschreitende Renten	66
4.5.2	Arithmetisch fortschreitende Renten	67
4.6	Ewige Rente	68
4.6.1	Konstante ewige Rente	68
4.6.2	Arithmetisch fortschreitende ewige Rente	70
4.6.3	Geometrisch fortschreitende ewige Rente	70
4.7	Berechnung von Pensionsrückstellungen	71
4.7.1	Berechnung von Pensionsrückstellungen bei sicheren Erwartungen	71
4.7.2	Berechnung von Pensionsrückstellungen unter Einbeziehung von Sterbewahrscheinlichkeiten	74
5.	Tilgungsrechnung	79
5.1	Inhalt der Tilgungsrechnung	79
5.2	Ratentilgung	81
5.3	Annuitätentilgung	82
5.3.1	Formale Darstellung	82
5.3.2	Prozentannuität	86
5.3.3	Annuitätentilgung mit Konversion, Sondertilgung	88
5.4	Zinsanleihe mit Rücklagentilgung	91
5.5	Tilgung mit Aufgeld und Gebühren	91
5.5.1	Ratentilgung mit Aufgeld	92
5.5.2	Annuitätentilgung mit Gebührenverrechnung	93
5.5.3	Annuitätentilgung mit Aufgeld	95
5.6	Tilgung von Serienanleihen	96
5.6.1	Tilgung in gleichen Raten	97
5.6.2	Tilgung einer Annuitätenanleihe in Stücken gleichen Nennwerts	97
5.6.3	Aufgeldanleihe bei eingeschlossenem Aufgeld	98
5.7	Unterjährliche Annuitätentilgung	99
5.7.1	Jährliche Tilgungsverrechnung und unterjährliche Zinskapitalisierung	101
5.7.2	Unterjährliche Zins- und Tilgungsverrechnungszeitpunkte	101

5.8 Ratenkredite (Teilzahlungskredite)	106
5.8.1 Überblick	106
5.8.2 Ratenkredite ohne Bearbeitungsgebühren	107
5.8.3 Ratenkredite mit Bearbeitungsgebühren	110
6. Kurs und Effektivverzinsung	113
6.1 Zusammenhang zwischen Kurs und Effektivverzinsung	113
6.2 Kursberechnung	115
6.3 Berechnung der Effektivverzinsung (Rendite)	122
6.3.1 Jährliche Zahlungen	122
6.3.2 Unterjährliche Zahlungen	123

Teil II Anwendungsmöglichkeiten in der Investitions- und Bankwirtschaft

7. Investitionen	131
7.1 Zielsetzungen bei Investitionsentscheidungen	131
7.2 Dynamische Verfahren der Investitionsrechnung	132
7.2.1 Vermögenswertmethoden	134
7.2.2 Zinssatzmethoden	155
7.2.3 Einbeziehung von Steuerwirkungen	168
7.3 Marktziensorientierte Kapitalwertmethode: Berücksichtigung der Zinsstrukturkurve des Geld- und Kapitalmarktes	174
7.3.1 Lösung mithilfe des vollständigen Finanzplans (Duplizierungsprinzip)	174
7.3.2 Kalkulation mit periodenspezifischen Kalkulationszinssätzen ..	176
7.3.3 Fallstudie: Berechnung einer Vorfälligkeitsentschädigung in der Bankpraxis	182
7.3.4 Margenermittlung bei nicht-flacher Zinsstrukturkurve des Geld- und Kapitalmarktes	185
8. Investitionsrechnung bei unsicheren Erwartungen	187
8.1 Portfolio Selection	187
8.2 Kapitalmarktklinie	191
8.3 Capital Asset Pricing Model (CAPM)	194
9. Messung und Steuerung des Zinsänderungsrisikos	201
9.1 Durationskonzepte	201
9.1.1 (Macaulay-) Duration	201
9.1.2 Anwendungsmöglichkeiten der Duration	203
9.2 Barwert- und Endwertsimulationen und das Praxisbeispiel Baseler Zinsschock	207
9.2.1 Beschreibung der Barwert- und Endwertsimulation	207
9.2.2 Praxisbeispiel Baseler Zinsschock	207

9.3 Value at Risk (VaR).....	209
9.3.1 Vereinfachte Berechnung des VaR über Risikoparameter	211
9.3.2 VaR unter Einbeziehung von Diversifikationseffekten	212
10. Einsatz von Excel in der Finanzmathematik	215
Anhang: Tabellen zur Finanzmathematik	219
Abzinsungsfaktoren	219
Aufzinsungsfaktoren	221
Nachschüssige Annuitätenfaktoren	223
Nachschüssige Rentenbarwertfaktoren.....	225
Nachschüssige Rentenendwertfaktoren	228
Vorschüssige Annuitätenfaktoren	230
Vorschüssige Rentenbarwertfaktoren	232
Vorschüssige Rentenendwertfaktoren	234
Kurse für Annuitätenanleihen	237
Kurse für Zinsanleihen	238
Zusammenstellung wichtiger finanzmathematischer Formeln	239
Literaturverzeichnis	243
Sachverzeichnis	245