

# Derivate und Interne Modelle

Modernes Risikomanagement

Bearbeitet von  
Hans-Peter Deutsch, Mark Beinker

5., überarbeitete und erweiterte Auflage 2014. Buch. XIX, 696 S. Gebunden

ISBN 978 3 7910 3312 9

Format (B x L): 17 x 24 cm

[Wirtschaft > Finanzsektor & Finanzdienstleistungen: Allgemeines > Finanzkrisen](#)

Zu [Leseprobe](#)

schnell und portofrei erhältlich bei

  
DIE FACHBUCHHANDLUNG

Die Online-Fachbuchhandlung [beck-shop.de](#) ist spezialisiert auf Fachbücher, insbesondere Recht, Steuern und Wirtschaft. Im Sortiment finden Sie alle Medien (Bücher, Zeitschriften, CDs, eBooks, etc.) aller Verlage. Ergänzt wird das Programm durch Services wie Neuerscheinungsdienst oder Zusammenstellungen von Büchern zu Sonderpreisen. Der Shop führt mehr als 8 Millionen Produkte.

**SCHÄFFER**  
**POESCHEL**

# Inhaltsverzeichnis

<b>Teil I Grundlagen</b>	<b>1</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2 Die grundlegenden Risikofaktoren der Finanzmärkte</b>	<b>7</b>
2.1 Zinsen . . . . .	7
2.1.1 Day Count Conventions . . . . .	7
2.1.2 Business Day Conventions . . . . .	10
2.1.3 Diskontfaktoren . . . . .	12
2.1.4 Zinsmethoden . . . . .	13
2.1.5 Spot-Rates . . . . .	17
2.1.6 Forward Rates . . . . .	17
2.2 Kurse . . . . .	19
2.3 Ein anschauliches Modell für die Risikofaktoren . . . . .	21
2.3.1 Der Random-Walk als Grundlage vieler Preis- und Risikomodelle .	21
2.3.2 Risikofaktoren als Random-Walks . . . . .	23
2.4 Ito-Prozesse und stochastische Analysis . . . . .	29
2.4.1 Der allgemeine Diffusionsprozess . . . . .	29
2.4.2 Ito's Lemma . . . . .	30
2.4.3 Übergangswahrscheinlichkeiten, Forward- und Backward-Equation	35
2.4.4 Forward- und Backward-Equation in der Black-Scholes-Welt . . . .	41
<b>3 Finanzinstrumente: Eine Systematik von Derivaten und Underlyings</b>	<b>43</b>
3.1 Emittenten und Kontrahenten . . . . .	43
3.2 Kassageschäfte . . . . .	43
3.3 Termingeschäfte . . . . .	44
3.3.1 Swaps . . . . .	47
3.3.2 Optionen . . . . .	47
3.4 Klassifizierung von Zinspapieren . . . . .	50
3.4.1 Geldmarktpapiere . . . . .	50
3.4.2 Kapitalmarktpapiere . . . . .	54
<b>Teil II Methoden</b>	<b>57</b>
<b>4 Überblick über die Voraussetzungen</b>	<b>59</b>
<b>5 Barwerte, Renditen und traditionelle Risikokennzahlen</b>	<b>61</b>
5.1 Barwert und Yield To Maturity . . . . .	61
5.2 Effektivzins und Net Present Value . . . . .	62
5.3 Stückzinsen, Restschuld und Par Rates . . . . .	65
5.4 Traditionelle Kennzahlen von Zinsinstrumenten . . . . .	69
5.4.1 Mittlere Laufzeit und Macaulay Duration . . . . .	69

5.4.2	Modified Duration und Convexity . . . . .	70
5.4.3	Addition traditioneller Sensitivitäten . . . . .	73
<b>6</b>	<b>Arbitrage</b>	<b>77</b>
6.1	Forward- und Futures-Geschäfte . . . . .	77
6.1.1	Terminkurs und Cash And Carry Arbitrage . . . . .	77
6.1.2	Der stochastische Prozess für den Terminkurs . . . . .	79
6.1.3	Forward-Positionen . . . . .	80
6.1.4	Future-Positionen und Basisrisiko . . . . .	80
6.2	Optionen . . . . .	81
6.2.1	Ober- und Untergrenzen für Optionspreise . . . . .	81
6.2.2	Vorzeitige Ausübung amerikanischer Optionen . . . . .	82
6.2.3	Beziehungen zwischen Put und Call . . . . .	83
<b>7</b>	<b>Black-Scholes-Differentialgleichungen</b>	<b>85</b>
7.1	Herleitung der Black-Scholes-PDGL aus Arbitrageüberlegungen . . . . .	85
7.1.1	Die Differentialgleichung für europäische Optionen . . . . .	86
7.1.2	Die Differentialgleichung für amerikanische Optionen . . . . .	88
7.1.3	Ein erster Kontakt mit der risikoneutralen Welt . . . . .	90
7.2	Die Black-Scholes-DGL und die Backward-Equation . . . . .	91
7.2.1	Ein zweiter Kontakt mit der risikoneutralen Welt . . . . .	93
7.3	Der Zusammenhang zur Diffusionsgleichung . . . . .	94
<b>8</b>	<b>Integralformen und analytische Lösungen in der Black-Scholes-Welt</b>	<b>97</b>
8.1	Optionspreise als Lösungen der Diffusionsgleichung . . . . .	97
8.2	Optionspreise und Übergangswahrscheinlichkeit . . . . .	99
8.3	Black-Scholes-Optionspreise für verschiedene Underlyings . . . . .	102
8.3.1	Optionen auf den Spotkurs . . . . .	102
8.3.2	Optionen auf den Terminkurs . . . . .	103
8.3.3	Optionen auf Zinsen . . . . .	105
<b>9</b>	<b>Binomial- und Trinomialbäume</b>	<b>109</b>
9.1	Allgemeine Bäume . . . . .	109
9.1.1	Das Underlying und das replizierende Portfolio . . . . .	109
9.1.2	Das Derivat . . . . .	110
9.1.3	Termingeschäfte . . . . .	112
9.2	Rekombinierende Bäume . . . . .	112
9.2.1	Das Underlying . . . . .	112
9.2.2	Die Binomialverteilung für Europäische Derivate . . . . .	113
9.2.3	Ein dritter Kontakt mit der risikoneutralen Welt . . . . .	116
9.3	Random-Walk und Binomial-Parameter . . . . .	119
9.4	Das Binomialmodell für unendlich kleine Schritte . . . . .	122
9.4.1	Die Bestandteile der Black-Scholes-Optionspreisformeln . . . . .	123
9.5	Trinomialbäume . . . . .	124
9.5.1	Der Trinomialbaum als verbesserter Binomialbaum . . . . .	126

<b>10</b>	<b>Numerische Lösung von Differentialgleichungen mittels Finiter Differenzen</b>	<b>129</b>
10.1	Diskretisierung der Black-Scholes-Gleichung . . . . .	129
10.1.1	Die explizite Methode . . . . .	130
10.1.2	Die implizite Methode . . . . .	131
10.1.3	Die verallgemeinerte Crank-Nicolson-Methode . . . . .	131
10.1.4	Symmetrische finite Differenzen für das Underlying . . . . .	132
10.2	Differenzen-Schemata . . . . .	135
10.2.1	Anfangswertbedingungen . . . . .	138
10.2.2	Dirichletsche Randbedingungen . . . . .	138
10.2.3	Neumannsche Randbedingungen . . . . .	143
10.2.4	Verallgemeinerte Neumannsche Randbedingungen . . . . .	147
10.2.5	Freie Randbedingungen für amerikanische Optionen . . . . .	148
10.3	Konvergenzkriterien . . . . .	152
10.3.1	Verbesserung der Konvergenzeigenschaften . . . . .	154
10.4	Diskrete Dividenden . . . . .	156
10.5	Beispiel . . . . .	157
10.6	Zusammenhang zwischen finiten Differenzen und Bäumen . . . . .	160
<b>11</b>	<b>Monte-Carlo-Simulationen</b>	<b>161</b>
11.1	Ein einfaches Beispiel: der Flächeninhalt eines Kreises . . . . .	162
11.2	Die allgemeine Vorgehensweise der Monte-Carlo-Simulation . . . . .	165
11.3	Monte-Carlo-Simulationen von Risikofaktoren . . . . .	166
11.3.1	Simulation der zeitlichen Entwicklung <i>eines</i> Risikofaktors . . . . .	166
11.3.2	Simulation mehrerer miteinander korrelierter Risikofaktoren . . . . .	169
11.4	Preisberechnung . . . . .	172
11.5	American Monte-Carlo . . . . .	173
<b>12</b>	<b>Hedging</b>	<b>177</b>
12.1	Hedging von Derivaten mit Kassageschäften . . . . .	177
12.1.1	Hedging von Forwards und Futures . . . . .	178
12.2	Hedging von Derivaten mit Termingeschäften . . . . .	180
12.2.1	Hedging mit Forwards . . . . .	180
12.2.2	Hedging mit Futures . . . . .	182
12.3	Hedge-Ratios für beliebige Kombinationen von Finanzinstrumenten . . . . .	183
12.4	„Griechisches“ Risikomanagement mit Sensitivitäten . . . . .	186
12.4.1	Sensitivitäten und die Wertänderung eines Portfolios . . . . .	186
12.4.2	Omega und Beta . . . . .	188
12.4.3	Addition von Sensitivitäten bzgl. verschiedener Underlyings . . . . .	191
12.5	Berechnung der griechischen Risikokennzahlen . . . . .	192
12.5.1	Sensitivitäten im Binomialmodell . . . . .	192
12.5.2	Sensitivitäten im Black-Scholes-Modell . . . . .	194
12.5.3	Sensitivitäten mittels der Finite-Differenzen-Methode . . . . .	194
12.5.4	Sensitivitäten mittels Monte-Carlo-Simulationen . . . . .	195

<b>13</b>	<b>Martingale und Numeraire</b>	<b>197</b>
13.1	Die Martingaleigenschaft . . . . .	197
13.2	Die Normierung (Numeraire) . . . . .	199
13.3	Selbstfinanzierende Portfoliostrategien . . . . .	203
13.4	Die Verallgemeinerung auf stetige Zeit . . . . .	205
13.5	Die Drift . . . . .	213
13.6	Der Marktpreis des Risikos . . . . .	216
13.7	Handelbare Underlyings . . . . .	217
13.8	Anwendung auf die Black-Scholes-Welt . . . . .	218
<b>14</b>	<b>Zinsen und Zinsstrukturmodelle</b>	<b>223</b>
14.1	Instantane Spot-Rate und Instantane Forward Rate . . . . .	224
14.2	Die wichtigsten Normierungen . . . . .	225
14.2.1	Das risikoneutrale Maß . . . . .	226
14.2.2	Das terminpreisneutrale Maß . . . . .	227
14.3	Der Spezialfall deterministischer Zinsen . . . . .	228
14.4	Handelbare und nicht handelbare Größen . . . . .	230
14.5	Convexity Adjustments . . . . .	232
14.5.1	In-Arrears-Swaps . . . . .	234
14.5.2	Geldmarktfutures . . . . .	236
14.6	Arbitragefreie Gittermodelle (Bäume) . . . . .	238
14.6.1	Backward Induction . . . . .	239
14.6.2	Forward Induction und Greens-Funktionen . . . . .	242
14.7	Marktzinsen versus Instantane Zinsen . . . . .	246
14.7.1	Arrow-Debreu-Preise . . . . .	247
14.7.2	Bewertung von Caplets mittels Arrow-Debreu-Preisen . . . . .	249
14.8	Explizite Spezifikation von Short-Rate-Modellen . . . . .	251
14.8.1	Der Einfluss der Volatilität . . . . .	252
14.8.2	Normal-Models . . . . .	253
14.8.3	Lognormal-Models . . . . .	256
14.9	Das Beispielprogramm TERMSTRUCTUREMODELS.XLS . . . . .	259
14.9.1	Aufbau des Zinsbaumes und Optionsbewertung . . . . .	259
14.9.2	Absolute und relative Volatilitäten . . . . .	261
14.9.3	Kalibrierung der Volatilitäten . . . . .	262
14.10	Monte-Carlo-on-the-Tree . . . . .	264
14.11	Die Drift bei Zinsstrukturmodellen . . . . .	265
14.11.1	Heath-Jarrow-Morton-Modelle . . . . .	265
14.11.2	Short-Rate-Modelle . . . . .	266
14.12	Short-Rate-Modelle in Diskreter Verzinsung . . . . .	269
14.12.1	Normal-Models . . . . .	270
14.12.2	Lognormal-Models . . . . .	271
14.13	Weitere Zinsmodelle . . . . .	271

<b>Teil III Instrumente</b>	<b>273</b>
<b>15 Einfache Zinsinstrumente</b>	<b>275</b>
15.1 Zerobonds . . . . .	275
15.1.1 Cashflows und Barwert . . . . .	275
15.1.2 Yield To Maturity und Par Rate . . . . .	276
15.1.3 Sensitivitäten . . . . .	276
15.2 Forward Rate Agreements . . . . .	277
15.3 Kuponbonds . . . . .	278
15.3.1 Cashflows und Barwert . . . . .	278
15.3.2 Yield To Maturity . . . . .	279
15.3.3 Par Rates . . . . .	282
15.3.4 Sensitivitäten . . . . .	282
15.4 Forward Bonds . . . . .	283
15.4.1 Barwert . . . . .	283
15.4.2 Forward Yield To Maturity und Forward Par Rate . . . . .	284
15.5 Zinsfutures . . . . .	284
15.5.1 Futures auf Zerobonds . . . . .	284
15.5.2 Futures auf Kuponbonds . . . . .	285
15.6 Floater . . . . .	287
15.6.1 Cashflows und Barwert . . . . .	288
15.6.2 Yield To Maturity, Par Rate und Sensitivitäten . . . . .	290
15.7 Swaps . . . . .	291
15.7.1 Cashflows und Barwert . . . . .	292
15.7.2 Par-Swap-Rate und Yield To Maturity . . . . .	293
15.7.3 Sensitivitäten . . . . .	294
15.8 Forward-Swaps . . . . .	296
15.8.1 Barwert . . . . .	296
15.8.2 Forward-Par-Swap-Rates . . . . .	297
15.8.3 Annuity als Numeraire . . . . .	298
<b>16 Zins-Währungsgeschäfte</b>	<b>299</b>
16.1 Der Devisenterminkurs und die Cross-Currency-Basis . . . . .	299
16.2 FX-Swaps . . . . .	300
16.3 FX-Forwards und FX-Futures . . . . .	301
16.4 Zinswährungs-Swaps . . . . .	302
16.4.1 Standard-CCY-Swap . . . . .	302
16.4.2 Mark-to-Market-CCY-Swap . . . . .	302
16.4.3 Cashflows und Barwert . . . . .	303
16.5 CCY-Basis . . . . .	304
<b>17 Varianten von Zinsprodukten</b>	<b>307</b>
17.1 Basis-Swaps . . . . .	307
17.1.1 Barwert und Cashflows eines Basis-Swaps . . . . .	307
17.1.2 Par-Basis-Swap-Spread . . . . .	308

17.2	Annuitätendarlehen . . . . .	308
17.2.1	Cashflows und Restschuld . . . . .	309
17.2.2	Barwert . . . . .	310
17.2.3	Yield To Maturity und Par Rates . . . . .	313
17.2.4	Sensitivitäten . . . . .	314
17.3	Fixing-In-Arrears . . . . .	315
17.4	Variabler Zins mit Cap/Floor . . . . .	315
17.5	Kündigungsrechte und Break Clause . . . . .	316
17.6	Reverse Floater . . . . .	316
17.7	Constant Maturity Swaps . . . . .	316
<b>18</b>	<b>Plain-Vanilla-Optionen</b>	<b>319</b>
18.1	Klassische und allgemeine Definition einer Option . . . . .	319
18.2	Konventionen . . . . .	320
18.3	Optionen auf Spot- und Terminkurse . . . . .	320
18.3.1	Europäische Optionen . . . . .	320
18.3.2	Amerikanische Optionen . . . . .	322
18.4	Index-Optionen und -Futures . . . . .	323
18.5	Devisenoptionen . . . . .	325
18.5.1	Put-Call-Äquivalenz bei Devisenoptionen . . . . .	325
18.6	Zinsoptionen . . . . .	326
18.6.1	Optionen auf Bonds . . . . .	326
18.6.2	Optionen auf Bond-Futures . . . . .	327
18.6.3	Caps und Floors . . . . .	327
18.6.4	Swaptions . . . . .	332
<b>19</b>	<b>Exotische Optionen</b>	<b>339</b>
19.1	Auszahlungsprofile für ausgewählte Exoten . . . . .	339
19.1.1	Power-Optionen . . . . .	339
19.1.2	Cliquet- und Coupe-Optionen . . . . .	339
19.1.3	Look-Back-Optionen . . . . .	340
19.1.4	Asiatische Optionen . . . . .	340
19.1.5	Rainbow- und Austausch-Optionen . . . . .	341
19.1.6	Basket-Optionen . . . . .	342
19.1.7	Compound- und Bermuda-Optionen . . . . .	342
19.2	Black-Scholes für Exoten . . . . .	343
19.2.1	Pay-Later-Optionen . . . . .	343
19.2.2	Digitale Optionen . . . . .	344
19.2.3	Barrier-Optionen . . . . .	347
19.2.4	Ladder-Optionen . . . . .	351
19.3	Bewertungsmöglichkeiten für Exoten . . . . .	353
19.3.1	Monte Carlo für europäische Exoten . . . . .	355
19.3.2	Das Binomial-Modell für amerikanische Exoten . . . . .	358

<b>20 Berücksichtigung von Ausfallrisiken</b>	<b>365</b>
20.1 Expected Positive Exposure, Probability of Default und Loss Given Default	365
20.2 Maßnahmen zur Verringerung des Ausfallrisikos	368
20.2.1 Collateral-Management	368
20.2.2 Central Counterparties	368
20.2.3 Netting Agreements	369
20.2.4 Hedging von Ausfallrisiken	369
20.3 Kuponbond mit Ausfallrisiko	369
20.4 Credit Spreads	371
20.5 Credit-Spread-Risiko	372
20.6 Credit-Default-Swaps	374
20.6.1 Cashflows und Barwert	375
20.6.2 Näherungen	378
20.6.3 Par-CDS-Rate	378
<b>Teil IV Risiko</b>	<b>381</b>
<b>21 Grundlagen</b>	<b>383</b>
21.1 Regulatorische Anforderungen	385
21.2 Konfidenzniveau, Quantil und Risiko	386
21.2.1 Andere Risikomaße	389
21.3 Der Value at Risk eines einzelnen Risikofaktors	389
21.4 Näherungen in der Verteilung der Risikofaktoren	394
21.5 Die Kovarianzmatrix	396
21.5.1 Renditen und logarithmische Änderungen	398
21.5.2 Kovarianzmatrizen von Datenanbietern	399
21.5.3 Cholesky-Zerlegung der Kovarianzmatrix	400
<b>22 Die Varianz-Kovarianz-Methode</b>	<b>405</b>
22.1 Portfolios vs. Finanzinstrumente	407
22.2 Die Delta-Normal-Methode	409
22.2.1 Der Value at Risk bzgl. eines einzelnen Risikofaktors	409
22.2.2 Der Value at Risk bzgl. mehrerer Risikofaktoren	410
22.3 Die Delta-Gamma-Methode	413
22.3.1 Entkopplung der Risikofaktoren	414
22.3.2 Diagonalisierung der Gamma-Matrix	414
22.3.3 Die Verteilung der Portfolio-Wertveränderungen	419
22.3.4 Momente der Portfoliowertverteilung	421
22.3.5 Fourier-Transformation der Portfoliowertverteilung	428
22.3.6 Monte-Carlo-Simulationen der Portfoliowertverteilung	431
<b>23 Simulationsmethoden</b>	<b>433</b>
23.1 Monte-Carlo-Simulation	433
23.1.1 Die Risikofaktoren als korrelierte Random-Walks	434
23.1.2 Structured Monte-Carlo	434

23.2	Historische Simulation . . . . .	436
23.3	Crash- und Stress-Testing: Worst-Case-Szenarien . . . . .	437
23.3.1	Vergleich verschiedener Value-at-Risk-Methoden . . . . .	438
<b>24</b>	<b>Beispiel für eine VaR-Berechnung</b>	<b>441</b>
24.1	Das Portfolio . . . . .	441
24.2	Marktdaten . . . . .	442
24.3	Risikoberechnung . . . . .	443
<b>25</b>	<b>Backtesting: Überprüfen der verwendeten Methode</b>	<b>445</b>
25.1	Profit-Loss-Berechnungen . . . . .	445
25.2	Das Ampelkonzept der Aufsichtsbehörden . . . . .	446
25.2.1	Anpassung des Value at Risk (gelbe Zone) . . . . .	446
25.2.2	Kriterien zur Ablehnung eines Modells (rote Zone) . . . . .	447
25.2.3	Die grüne Zone . . . . .	450
25.2.4	Multiplikator und Add-on . . . . .	450
<b>Teil V</b>	<b>Portfolien</b>	<b>453</b>
<b>26</b>	<b>Klassisches Portfoliomanagement</b>	<b>455</b>
26.1	Vom Risikomanagement zum Portfoliomanagement . . . . .	455
26.1.1	Finanzinstrumente und Risikofaktoren . . . . .	455
26.1.2	Portfoliorisiko und Volatilität . . . . .	458
26.1.3	Risikobeitrag und Attribution . . . . .	461
26.2	Portfolio-Optimierung . . . . .	462
26.2.1	Das Portfolio mit minimalem Risiko . . . . .	462
26.2.2	Die Effizienzlinie . . . . .	464
26.2.3	Die Sharpe Ratio und das optimale Portfolio . . . . .	471
26.2.4	Die Kapitalmarktlinie . . . . .	474
26.3	Alternative Ansätze zur Portfoliosteuerung . . . . .	477
26.3.1	Value-Investing . . . . .	477
26.3.2	Behavioral Finance . . . . .	477
26.3.3	Charttechnik . . . . .	478
<b>27</b>	<b>Attribute und ihre charakteristischen Portfolien</b>	<b>479</b>
27.1	Allgemeine Eigenschaften charakteristischer Portfolien . . . . .	480
27.1.1	Relationen mit mehreren charakteristischen Portfolien . . . . .	481
27.2	Der Investitionsgrad oder Leverage . . . . .	482
27.3	Die Überschussrendite . . . . .	483
27.4	Das optimale Portfolio . . . . .	487
27.5	Die Effizienzlinie als Kombination charakteristischer Portfolien . . . . .	489
<b>28</b>	<b>Aktives Management und Benchmarking</b>	<b>495</b>
28.1	Das Capital-Asset-Pricing-Model (CAPM) . . . . .	495
28.2	Theorie effizienter Märkte . . . . .	496

28.3	Benchmarking gegenüber einem Index . . . . .	497
28.3.1	Aktive Portfolioeigenschaften . . . . .	499
28.3.2	Residuale Portfolioeigenschaften . . . . .	500
28.4	Benchmark und charakteristische Portfolien . . . . .	501
28.4.1	Das voll investierte Minimalrisiko-Portfolio . . . . .	502
28.4.2	Das charakteristische Portfolio zu Beta . . . . .	503
28.4.3	Das charakteristische Portfolio zu Alpha . . . . .	505
28.5	Relationen zwischen Sharpe Ratio und Information Ratio . . . . .	508
28.5.1	Das Marktportfolio . . . . .	509
28.5.2	Das charakteristische Portfolio der Überschussrendite . . . . .	511

## Teil VI Marktdaten

513

### 29 Konstruktion des Zinskurvenuniversums 515

29.1	Anforderungen an die Diskontkurve . . . . .	516
29.2	Modellierung der Zinskurve . . . . .	517
29.2.1	Interpolationsmethoden . . . . .	518
29.2.2	Extrapolationsmethoden . . . . .	519
29.3	Parametrische Zinskurven . . . . .	521
29.4	Aufbau der Kurvenhierarchie . . . . .	522
29.5	Auswahl der Benchmarkinstrumente . . . . .	524
29.5.1	Risikofreie Zinssätze . . . . .	524
29.6	Berechnung der Diskontfaktorkurve . . . . .	525
29.6.1	Bootstrapping . . . . .	525
29.6.2	Optimierung . . . . .	530
29.7	Forward-Kurven . . . . .	532
29.8	Cross-Currency-Kurven . . . . .	534
29.9	Überlebenswahrscheinlichkeiten . . . . .	535
29.9.1	CDS-Spread-Kurven . . . . .	536
29.9.2	Synthetische CDS-Spreads . . . . .	536
29.10	Alte Zinskurvenwelt . . . . .	540

### 30 Volatilitäten 543

30.1	Implizite Volatilitäten . . . . .	543
30.1.1	Smiles und Volatilitätsindizes . . . . .	543
30.2	Lokale Volatilitätsflächen . . . . .	545
30.2.1	Implizite Übergangswahrscheinlichkeiten . . . . .	546
30.2.2	Implizite lokale Volatilitätsflächen . . . . .	548
30.3	Volatilitätstransformationen . . . . .	552
30.3.1	Transformation zwischen relativer und absoluter Volatilität . . . . .	552
30.3.2	Addition von Volatilitäten . . . . .	553
30.3.3	Transformation zwischen Yield- und Preis-Volatilität . . . . .	554
30.3.4	Währungstransformationen von Volatilität und Korrelation . . . . .	556

<b>31</b>	<b>Marktparameter aus historischen Zeitreihen</b>	<b>567</b>
31.1	Historische Mittelwerte als Schätzer für Erwartungswerte . . . . .	567
31.2	Abschätzung statistischer Fehler . . . . .	569
31.2.1	Fehler unkorrelierter Messungen . . . . .	570
31.2.2	Fehler autokorrelierter Messungen . . . . .	575
31.3	Rendite und Kovarianzschätzungen . . . . .	577
31.3.1	Renditeschätzungen . . . . .	578
31.3.2	Kovarianzschätzungen . . . . .	581
<b>32</b>	<b>Modellierung historischer Zeitreihen</b>	<b>583</b>
32.1	Stationäre Zeitreihen und autoregressive Modelle . . . . .	585
32.1.1	Der $AR(p)$ -Prozess . . . . .	586
32.1.2	Der univariate $GARCH(p, q)$ -Prozess . . . . .	590
32.1.3	Generierung eines $GARCH$ -Prozesses . . . . .	593
32.2	Kalibrierung von Zeitreihenmodellen . . . . .	595
32.2.1	Parameterschätzung für den $AR(p)$ -Prozess . . . . .	595
32.2.2	Parameterschätzung für den $GARCH(p, q)$ -Prozess . . . . .	597
32.2.3	Der Simulated-Annealing-Algorithmus . . . . .	599
<b>33</b>	<b>Prognosen mit Zeitreihenmodellen</b>	<b>601</b>
33.1	Prognosen mit dem Autoregressiven Modell . . . . .	601
33.2	$GARCH(p, q)$ -Volatilitätsprognosen . . . . .	604
33.2.1	Prognosen über mehrere Schritte . . . . .	604
33.2.2	Prognose der Gesamtvarianz . . . . .	608
33.2.3	Volatility Term Structure . . . . .	608
33.3	$GARCH(1, 1)$ -Volatilitätsprognosen . . . . .	608
33.4	Volatilitätsprognosen mittels gleitender Durchschnitte . . . . .	610
<b>34</b>	<b>Hauptkomponentenanalyse (PCA)</b>	<b>613</b>
34.1	Prinzipielles Vorgehen . . . . .	613
34.2	Hauptkomponentenanalyse der deutschen Zinsstruktur . . . . .	619
<b>35</b>	<b>Vorverarbeitung und Gütemaße</b>	<b>623</b>
35.1	Vorverarbeitung von Zeitreihen . . . . .	623
35.1.1	Differenzenbildung . . . . .	623
35.1.2	Filter . . . . .	624
35.1.3	Skalentransformation . . . . .	626
35.2	Gütemaße für Zeitreihenprozesse . . . . .	626
35.2.1	Hypothesentests . . . . .	627
35.2.2	Anpassungsgüte versus Prognosegüte . . . . .	631
35.2.3	Beispiele: Gütemaße für $GARCH$ -Modelle . . . . .	632
<b>A</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik</b>	<b>637</b>
A.1	Wahrscheinlichkeit, Erwartungswert und Varianz . . . . .	637
A.2	Multivariate Verteilungen, Kovarianz, Korrelation und Beta . . . . .	639

---

A.3	Momente und Charakteristische Funktionen . . . . .	642
A.3.1	Moment Generating Functions . . . . .	642
A.3.2	Charakteristische Funktionen . . . . .	645
A.4	Einige wichtige Verteilungen . . . . .	646
A.4.1	Die Gleichverteilung . . . . .	646
A.4.2	Die Binomialverteilung und Bernoulli-Versuche . . . . .	648
A.4.3	Die Normalverteilung und der zentrale Grenzwertsatz . . . . .	650
A.4.4	Die Lognormalverteilung . . . . .	656
A.4.5	Die Gamma-Verteilung . . . . .	657
A.4.6	Die $\chi^2$ -Verteilung . . . . .	659
A.5	Transformationen zwischen Verteilungen . . . . .	667
A.5.1	Summationen . . . . .	667
A.5.2	Box-Muller-Transformation . . . . .	669
A.5.3	Inversion der Kumulierten . . . . .	669
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>673</b>
<b>Index</b>		<b>681</b>