

# Stochastische Systeme

Bearbeitet von  
Gerhard Wunsch, Helmut Schreiber

überarbeitet 2005. Taschenbuch. xiv, 218 S. Paperback

ISBN 978 3 540 29225 8

Format (B x L): 15,5 x 23,5 cm

Gewicht: 361 g

[Weitere Fachgebiete > Mathematik > Stochastik > Wahrscheinlichkeitsrechnung](#)

Zu [Leseprobe](#)

schnell und portofrei erhältlich bei

The logo for beck-shop.de features the text 'beck-shop.de' in a bold, red, sans-serif font. Above the 'i' in 'shop' are three red dots of varying sizes, arranged in a slight arc. Below the main text, the words 'DIE FACHBUCHHANDLUNG' are written in a smaller, red, all-caps, sans-serif font.

**beck-shop.de**  
DIE FACHBUCHHANDLUNG

Die Online-Fachbuchhandlung [beck-shop.de](#) ist spezialisiert auf Fachbücher, insbesondere Recht, Steuern und Wirtschaft. Im Sortiment finden Sie alle Medien (Bücher, Zeitschriften, CDs, eBooks, etc.) aller Verlage. Ergänzt wird das Programm durch Services wie Neuerscheinungsdienst oder Zusammenstellungen von Büchern zu Sonderpreisen. Der Shop führt mehr als 8 Millionen Produkte.

# Inhaltsverzeichnis

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Mathematische Grundlagen</b>           | <b>3</b> |
| 1.1      | Ereignis und Wahrscheinlichkeit . . . . . | 3        |
| 1.1.1    | Ereignisraum . . . . .                    | 3        |
| 1.1.1.1  | Elementarereignis . . . . .               | 3        |
| 1.1.1.2  | Ereignisse . . . . .                      | 4        |
| 1.1.1.3  | Ereignisraum . . . . .                    | 6        |
| 1.1.2    | Wahrscheinlichkeit . . . . .              | 9        |
| 1.1.2.1  | Relative Häufigkeit . . . . .             | 9        |
| 1.1.2.2  | Wahrscheinlichkeit . . . . .              | 10       |
| 1.1.2.3  | Rechenregeln . . . . .                    | 11       |
| 1.1.3    | Bedingte Wahrscheinlichkeit . . . . .     | 13       |
| 1.1.3.1  | Bedingte relative Häufigkeit . . . . .    | 13       |
| 1.1.3.2  | Bedingte Wahrscheinlichkeit . . . . .     | 13       |
| 1.1.3.3  | Unabhängige Ereignisse . . . . .          | 14       |
| 1.1.4    | Aufgaben zum Abschnitt 1.1 . . . . .      | 15       |
| 1.2      | Zufallsgrößen . . . . .                   | 17       |
| 1.2.1    | Eindimensionale Zufallsgrößen . . . . .   | 17       |
| 1.2.1.1  | Messbare Abbildungen . . . . .            | 17       |
| 1.2.1.2  | Verteilungsfunktion . . . . .             | 19       |
| 1.2.1.3  | Verteilung . . . . .                      | 21       |
| 1.2.1.4  | Dichtefunktion . . . . .                  | 24       |
| 1.2.2    | Mehrdimensionale Zufallsgrößen . . . . .  | 26       |
| 1.2.2.1  | Verteilungsfunktion . . . . .             | 26       |
| 1.2.2.2  | Verteilung . . . . .                      | 29       |
| 1.2.2.3  | Dichtefunktion . . . . .                  | 30       |
| 1.2.3    | Bedingte Verteilungen . . . . .           | 32       |
| 1.2.3.1  | Randverteilungsfunktion . . . . .         | 32       |
| 1.2.3.2  | Bedingte Verteilungsfunktion . . . . .    | 33       |
| 1.2.3.3  | Unabhängige Zufallsgrößen . . . . .       | 36       |
| 1.2.4    | Momente . . . . .                         | 37       |
| 1.2.4.1  | Erwartungswert . . . . .                  | 37       |
| 1.2.4.2  | Varianz . . . . .                         | 39       |
| 1.2.4.3  | Kovarianz . . . . .                       | 40       |
| 1.2.4.4  | Charakteristische Funktion . . . . .      | 43       |
| 1.2.5    | Aufgaben zum Abschnitt 1.2 . . . . .      | 45       |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 1.3      | Zufällige Prozesse . . . . .                                 | 48         |
| 1.3.1    | Definition und Eigenschaften . . . . .                       | 48         |
| 1.3.1.1  | Prozess und Realisierung . . . . .                           | 48         |
| 1.3.1.2  | Verteilungsfunktion und Verteilung . . . . .                 | 53         |
| 1.3.1.3  | Vektorprozesse . . . . .                                     | 56         |
| 1.3.1.4  | Momente . . . . .  | 58         |
| 1.3.2    | Spezielle Prozesse . . . . .                                 | 61         |
| 1.3.2.1  | Stationäre Prozesse . . . . .                                | 61         |
| 1.3.2.2  | Markovsche Prozesse . . . . .                                | 66         |
| 1.3.2.3  | Gaußsche Prozesse . . . . .                                  | 68         |
| 1.3.3    | Aufgaben zum Abschnitt 1.3 . . . . .                         | 70         |
| <b>2</b> | <b>Statische Systeme</b>                                     | <b>73</b>  |
| 2.1      | Abbildungen von Zufallsgrößen . . . . .                      | 73         |
| 2.1.1    | Determinierte statische Systeme . . . . .                    | 73         |
| 2.1.1.1  | Determinierte Zufallsgrößen-Abbildung . . . . .              | 73         |
| 2.1.1.2  | Verteilungs- und Dichtefunktion am Systemausgang . . . . .   | 74         |
| 2.1.1.3  | Erwartungswert am Systemausgang . . . . .                    | 79         |
| 2.1.2    | Stochastische statische Systeme . . . . .                    | 80         |
| 2.1.2.1  | Stochastische Zufallsgrößen-Abbildung . . . . .              | 80         |
| 2.1.2.2  | Systemmodell . . . . .                                       | 82         |
| 2.1.2.3  | Bedingter Erwartungswert . . . . .                           | 84         |
| 2.1.3    | Aufgaben zum Abschnitt 2.1 . . . . .                         | 86         |
| 2.2      | Abbildungen zufälliger Prozesse . . . . .                    | 88         |
| 2.2.1    | Prozessabbildungen statischer Systeme . . . . .              | 88         |
| 2.2.1.1  | Determinierte Prozessabbildung . . . . .                     | 88         |
| 2.2.1.2  | Transformation der Dichtefunktion . . . . .                  | 90         |
| 2.2.1.3  | Korrelationsfunktion am Systemausgang . . . . .              | 95         |
| 2.2.2    | Stochastische Prozessabbildung . . . . .                     | 95         |
| 2.2.3    | Aufgaben zum Abschnitt 2.2 . . . . .                         | 97         |
| <b>3</b> | <b>Dynamische Systeme mit kontinuierlicher Zeit</b>          | <b>101</b> |
| 3.1      | Analysis zufälliger Prozesse . . . . .                       | 101        |
| 3.1.1    | Stetigkeit zufälliger Prozesse . . . . .                     | 101        |
| 3.1.1.1  | Konvergenz im quadratischen Mittel . . . . .                 | 101        |
| 3.1.1.2  | Stetigkeit im quadratischen Mittel . . . . .                 | 104        |
| 3.1.2    | Ableitung und Integral . . . . .                             | 106        |
| 3.1.2.1  | Differenziation im quadratischen Mittel . . . . .            | 106        |
| 3.1.2.2  | Integration im quadratischen Mittel . . . . .                | 108        |
| 3.1.3    | Aufgaben zum Abschnitt 3.1 . . . . .                         | 110        |
| 3.2      | Determinierte lineare Systeme . . . . .                      | 111        |
| 3.2.1    | Prozessabbildungen determinierter linearer Systeme . . . . . | 111        |
| 3.2.1.1  | Zustandsgleichungen . . . . .                                | 111        |
| 3.2.1.2  | Stationäre Prozesse . . . . .                                | 117        |
| 3.2.1.3  | Stationäre Gaußprozesse . . . . .                            | 123        |

- 3.2.2 Anwendungen stationärer Prozesse . . . . . 126
  - 3.2.2.1 Ergodizität . . . . . 126
  - 3.2.2.2 Messschaltungen . . . . . 127
  - 3.2.2.3 Rauschanalyse . . . . . 129
  - 3.2.2.4 Optimalfilter . . . . . 136
- 3.2.3 Aufgaben zum Abschnitt 3.2 . . . . . 143
- 4 Dynamische Systeme mit diskreter Zeit . . . . . 147**
  - 4.1 Zufällige Prozesse mit diskreter Zeit . . . . . 147
    - 4.1.1 Definition und Eigenschaften . . . . . 147
      - 4.1.1.1 Prozess und Klassifizierung . . . . . 147
      - 4.1.1.2 Momente zeitdiskreter Prozesse . . . . . 149
    - 4.1.2 Stationäre zeitdiskrete Prozesse . . . . . 150
      - 4.1.2.1 Korrelationsfolge . . . . . 150
      - 4.1.2.2 Leistungsdichtespektrum . . . . . 151
    - 4.1.3 Aufgaben zum Abschnitt 4.1 . . . . . 155
  - 4.2 Determinierte lineare Systeme . . . . . 155
    - 4.2.1 Zeitvariables und zeitinvariantes System . . . . . 155
      - 4.2.1.1 Zeitvariables System . . . . . 155
      - 4.2.1.2 Zeitinvariantes System . . . . . 160
    - 4.2.2 Anwendungen stationärer zeitdiskreter Prozesse . . . . . 164
      - 4.2.2.1 Quantisierungsrauschen . . . . . 164
      - 4.2.2.2 Vorgeschriebene Korrelationsfolge . . . . . 166
    - 4.2.3 Aufgaben zum Abschnitt 4.2 . . . . . 167
  - 4.3 Stochastische Automaten . . . . . 169
    - 4.3.1 Automatenbedingung und stochastischer Operator . . . . . 169
      - 4.3.1.1 Automatenklassen . . . . . 169
      - 4.3.1.2 Stochastischer Operator . . . . . 171
    - 4.3.2 Automatendarstellung . . . . . 173
      - 4.3.2.1 Überführungs- und Ergebnisfunktion . . . . . 173
      - 4.3.2.2 Verhaltensfunktion . . . . . 175
      - 4.3.2.3 Matrixdarstellung . . . . . 178
    - 4.3.3 Aufgaben zum Abschnitt 4.3 . . . . . 180
- 5 Lösungen zu den Übungsaufgaben . . . . . 181**
  - 5.1 Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 1.1 . . . . . 181
  - 5.2 Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 1.2 . . . . . 182
  - 5.3 Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 1.3 . . . . . 189
  - 5.4 Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 2.1 . . . . . 191
  - 5.5 Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 2.2 . . . . . 194
  - 5.6 Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 3.1 . . . . . 198
  - 5.7 Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 3.2 . . . . . 200
  - 5.8 Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 4.1 . . . . . 206
  - 5.9 Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 4.2 . . . . . 207
  - 5.10 Lösungen der Aufgaben zum Abschnitt 4.3 . . . . . 210

Literaturverzeichnis

213

Index

215