

# 3D-Grafik Programmierung

von  
Marius Apetri

Neuausgabe

3D-Grafik Programmierung – Apetri

schnell und portofrei erhältlich bei [beck-shop.de](http://beck-shop.de) DIE FACHBUCHHANDLUNG

mitp/bhv 2007

Verlag C.H. Beck im Internet:

[www.beck.de](http://www.beck.de)

ISBN 978 3 8266 1767 6



## Aus dem Inhalt:

- Mathematische Grundlagen
- Grafikprogrammierung in C++
- 3D-Programmierung
- 3D-Polygonfiguren
- Verwendung von Matrizen
- Projektion und Rasterization
- Schattieralgorithmen
- Texture Mapping
- Semitransparenzeffekte
- Echtzeitdarstellung dreidimensionaler Landschaften

## Neu in der 2. Auflage:

- Linsen- und Plasmaeffekte
- Fraktale Grafiken
- Texturparkettierung
- Polygonübergreifende Texturprojektion
- Einführung in OpenGL und Direct3D

## Auf der CD:

- CYGWIN Compiler (32 Bit)
- sämtliche Quellcodes
- ca. 150 zusätzliche pdf-Seiten mit den Lösungen und Besprechungen der Übungsaufgaben und Projekte sowie 2 zusätzliche Anhänge

## Leserstimmen zur Voraufgabe:

„Es ist eines der besten deutschsprachigen Bücher über 3D-Programmierung.“

„Wer sich ernsthaft mit Computergrafik beschäftigen will, kommt an diesem Buch nicht vorbei.“

Wertung bei amazon.de: ★★★★★

Probekapitel und Infos  
erhalten Sie unter:  
**info@mitp.de**  
**www.mitp.de**

Regalsystematik:  
Programmierung

(D) € 49,95

ISBN 978-3-8266-1767-6



## Zum gleichen Thema:



ISBN 978-3-8266-1469-0



ISBN 978-3-8266-5512-8



ISBN 978-3-8266-5945-4

inklusive



# 3D-Grafik Programmierung

Marius Apetri  
1767

Marius Apetri

inklusive



# 3D-Grafik Programmierung

Alle mathematischen Grundlagen

Von einfachen Rasteralgorithmen  
bis hin zu Landscape Generation

3D-Grafik in C++, optimaler  
Einstieg in OpenGL und Direct3D



# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	17
<b>I Mathematische Grundlagen</b>	25
I.1 Zuordnungen	25
I.1.1 Proportionale Zuordnungen	26
I.1.2 Antiproportionale Zuordnungen	28
I.1.3 Beliebige lineare Zuordnungen	30
I.2 Der Mengenbegriff nach Cantor	33
I.3 Punkte in der Ebene und im Raum	36
I.4 Vektoren	40
I.4.1 Die Länge eines Vektors	42
I.4.2 Operationen mit Vektoren	44
I.5 Trigonometrische Funktionen	48
I.5.1 Sinus- und Kosinuswerte am beliebigen rechtwinkligen Dreieck	50
I.5.2 Projekt: Die Koordinaten der Punkte regelmäßiger Polygone	52
I.5.3 Rotation im dreidimensionalen Raum	53
I.5.4 Die Einteilung in Bogenmaß	56
I.5.5 Der Winkel zwischen zwei Vektoren	58
I.5.6 Inverse trigonometrische Funktionen	61
I.6 Geraden	62
I.7 Ebenen	63
I.7.1 Das Skalarprodukt	66
I.7.2 Die Normalenform der Ebene	69
I.7.3 Der dreidimensionale Raum als Menge von Vektoren	70
I.7.4 Die Parameterform der Ebene	73
I.8 Projekt: Die Abstände von Punkten, Geraden und Ebenen	75
<b>2 Einführung in die Grafikprogrammierung</b>	77
2.1 Grundarchitektur der Grafikkarte	78
2.1.1 Auflösung und Farbtiefe	78
2.1.2 Der Videospeicher	79

## Inhaltsverzeichnis

2.1.3	Die Position eines Pixels .....	80
2.1.4	Praktische Beschriftung des Videospeichers .....	82
2.1.5	Zufallszahlen .....	87
2.1.6	Passive Wiederholungsanweisungen .....	89
2.2	Der Funktionsbegriff .....	91
2.3	Darstellung von Linien .....	95
2.3.1	Bresenham's Algorithmus zur Darstellung beliebig verlaufender Linien .....	98
2.4	Projektion von $\mathbb{R}^2$ nach $\mathbb{R}^2$ .....	107
2.4.1	Projekt a2_7: Praktische Darstellung von Funktionen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$ .....	111
2.5	Funktionen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}^2$ .....	114
2.5.1	Direkte und rekursive Algorithmen .....	117
2.5.2	Bresenham's Algorithmus zur Darstellung von Kreisen ....	118
2.6	Hardwarebeschleunigte Darstellung von Punkten .....	123
2.6.1	Projekt a2_12: Darstellung des Schneeeffekts in einem Rahmen .....	127
2.7	Hardwarebeschleunigte Darstellung von Linien .....	129
2.7.1	Praktische Darstellung regelmäßiger n-Ecke .....	130
2.8	Projekt a2_14: Darstellung von Zykloiden .....	134
2.9	Darstellung von Kurven .....	139
2.9.1	Bézierkurven .....	139
2.9.2	Splines .....	144
<b>3</b>	<b>Einführung in die 3D-Programmierung .....</b>	<b>169</b>
3.1	Der Polygonbegriff .....	169
3.1.1	Praktischer Umgang mit Polygonen .....	174
3.1.2	Verwaltung von Polygonen mit zweidimensionalen Punkten .....	176
3.1.3	Praktische Darstellung von Polygonen mit zweidimensionalen Punkten .....	179
3.2	Die Projektion von $\mathbb{R}^3$ nach $\mathbb{R}^2$ .....	180
3.2.1	Erster Schritt der Projektion .....	182
3.2.2	Zweiter Schritt der Projektion .....	183
3.2.3	Der Viewport .....	185
3.2.4	Verwaltung dreidimensionaler Polygone .....	187
3.2.5	Praktische Darstellung von Polygonen mit dreidimensionalen Koordinaten .....	191

3.2.6	Die Projektionskonstante .....	193
3.3	Lineare Funktionen und Matrizen .....	198
3.3.1	Lineare Funktionen von $\mathbb{R}^n$ nach $\mathbb{R}$ .....	199
3.3.2	Aufbau von Matrizen .....	201
3.3.3	Elementare Bewegungen im dreidimensionalen Raum ....	205
3.3.4	Multiplikation von Matrizen .....	212
3.3.5	Verwaltung von Matrizen .....	220
3.3.6	Praktischer Einsatz von Matrizen .....	226
3.3.7	Fehlerbehandlung .....	229
3.4	Double Buffering .....	230
3.4.1	Das Problem der direkten Beschriftung des Videospeichers .....	234
3.4.2	Flimmerfreie Animation .....	237
3.5	Die Rotation .....	241
3.5.1	Die räumliche Position eines komplexen Gegenstands ....	241
3.5.2	Rotation um die Koordinatenachsen der dreidimensionalen Welt .....	243
3.5.3	Die eigenen Achsen eines Gegenstands .....	247
3.5.4	Rotation eines Gegenstands um seine eigenen Achsen ....	248
3.5.5	Rotation um einen beliebigen Punkt .....	254
3.6	Der Einsatz variabler Matrizen .....	258
3.6.1	Aufbau variabler Matrizen .....	263
3.6.2	Praktischer Einsatz variabler Matrizen .....	264
3.6.3	Vor- und Nachteile beider Typen von Matrizen .....	267
3.6.4	Projekt a3_13: Gleichzeitige Rotation um die eigenen Achsen und um einen beliebigen Punkt .....	269
3.7	Skalierung .....	271
3.7.1	Die Versetzung in Richtung des Ursprungs .....	275
3.7.2	Praktische Unterbindung der skalierungsbedingten Translation .....	276
3.7.3	Ungleichmäßige Skalierung .....	277
3.7.4	Iteration Counting .....	278
3.7.5	Praktische Umsetzung der ungleichmäßigen Skalierung .....	279
3.7.6	Fehlerbehandlung .....	282
3.7.7	Die Illusion der Tiefenverschiebung .....	284
3.7.8	Praktische Erzeugung der Illusion der Tiefenverschiebung .....	285

## Inhaltsverzeichnis

3.8	Hardwarebeschleunigte Darstellung von Linien mit OpenGL .....	288
3.8.1	Der Viewport in OpenGL .....	288
3.8.2	Praktische Darstellung von Drahtgittermodellen .....	290
3.9	Hardwarebeschleunigte Darstellung von Linien mit DirectX .....	296
3.9.1	Initialisierung der dreidimensionalen Welt .....	296
3.9.2	Praktische Darstellung von Linien .....	297
<b>4</b>	<b>Polyeder aus gefüllten Polygonen .....</b>	<b>305</b>
4.1	Der Begriff des Polygons .....	306
4.2	Rasterization .....	311
4.2.1	Die Kategorie einer Polygonseite .....	312
4.2.2	Anfang und Ende der Rasterzeilen .....	315
4.2.3	Die lineare Interpolation .....	316
4.2.4	Praktische Ermittlung der Endpunkte der Rasterzeilen ....	319
4.2.5	Bestimmung der Kategorie einer Polygonseite .....	320
4.2.6	Der Rasterizationsalgorithmus .....	322
4.2.7	Ausnahmebehandlung .....	326
4.2.8	Darstellung konkaver Polygone .....	327
4.2.9	Praktische Darstellung gefüllter Polygone .....	330
4.2.10	Projekt: Offsetinterpolation .....	334
4.2.11	Das Problem der Nummerierung entgegen dem Urzeigersinn .....	335
4.2.12	Darstellung entgegen dem Uhrzeigersinn nummerierter Polygone .....	337
4.3	Polyeder .....	341
4.3.1	Der Begriff des Polyeders .....	341
4.3.2	Benutzerdefinierter Aufbau von Polygonen .....	344
4.3.3	Der Mittelpunkt eines Polyeders .....	345
4.3.4	Speicherung von Polyedern .....	345
4.3.5	Verwaltung von Polyedern .....	347
4.3.6	Der Einsatz von Polygonen als Bestandteil von Polyedern ..	353
4.3.7	Praktische Darstellung von Polyedern .....	356
4.4	Visual Surface Determination .....	358
4.4.1	Die Vorder- und Rückseite von Polygonen .....	359
4.4.2	Automatische Erkennung nicht sichtbarer Polygone .....	362
4.4.3	Projekt: Platonische Körper .....	363
4.4.4	Hardwarebeschleunigte Erkennung abgewandter Polygone .....	365

4.5	Der Z-Buffer Algorithmus .....	367
4.5.1	Grundidee des Z-Buffer-Algorithmus .....	367
4.5.2	Speicherdarstellung der dreidimensionalen z-Koordinaten .....	368
4.5.3	Funktionsweise des Z-Buffer-Algorithmus .....	370
4.5.4	Mathematische Grundlage des linearen Z-Buffer-Algorithmus .....	373
4.5.5	Der Einsatz des Z-Buffers während der Rasterization .....	378
4.5.6	Bestimmung der z-Koordinaten entlang der Rasterzeilen .....	381
4.5.7	Das Löschen des Z-Buffers .....	385
4.5.8	Praktische Implementierung des Z-Buffer-Algorithmus ....	386
4.5.9	Z-Buffer vs. Visual-Surface-Determination-Algorithmus ...	387
4.6	Der Clear-Reduction-Algorithmus .....	389
4.6.1	Grundidee des Clear-Reduction-Algorithmus .....	389
4.6.2	Funktionsweise des Clear-Reduction-Algorithmus .....	390
4.6.3	Einordnung des Clear-Reduction-Algorithmus innerhalb des Visualisierungsprozesses .....	392
4.6.4	Clear-Reduction-Algorithmus und das Zurücksetzen des Z-Buffers .....	395
4.6.5	Praktischer Einsatz des Clear-Reduction-Algorithmus .....	397
4.7	Der Z-Buffer-Algorithmus in hardwarebeschleunigten Programmen .....	400
4.8	Polygon-Clipping .....	403
4.8.1	Grundlagen des Polygon-Clippings .....	404
4.8.2	Mathematische Grundlagen des Pre-Projection- Clippings .....	405
4.8.3	Mathematische Grundlagen des Post-Projection- Clipping .....	409
4.8.4	Der Sutherland-and-Hodgman-Polygon-Clipping- Algorithmus .....	411
4.8.5	Praktische Darstellung beliebiger, mathematisch definierter Polygone .....	426
4.8.6	Projekt: Drehung um einen beliebigen Punkt mit benutzerdefinierter Rotationsebene .....	428
5	<b>Unterstützung von Eingabegeräten .....</b>	<b>431</b>
5.1	Verwaltung der Tastatur .....	431

## Inhaltsverzeichnis

5.1.1	Steuerung von Anwendungen in Multitasking-Betriebssystemen .....	431
5.1.2	Indirekte Verarbeitung von Benutzereingaben .....	435
5.1.3	Vor- und Nachteile der Verwendung eventbasierender Benutzereingaben .....	438
5.1.4	Direkte Verarbeitung von Benutzereingaben .....	440
5.1.5	Das Problem der flachen Objektkopien .....	445
5.2	Verwaltung der Maus .....	448
5.2.1	Die Position des Mauszeigers .....	449
5.2.2	Abfrage der Cursorposition .....	450
5.2.3	Abfrage des Zustands der Maustasten .....	452
5.2.4	Praktische Verwaltung der Maus .....	453
5.2.5	Praktische Verarbeitung von Mauseingaben .....	456
<b>6</b>	<b>Einfache Polygonschattierung .....</b>	<b>463</b>
6.1	Mathematische Ansätze zur Simulation natürlicher Farbwahrnehmung .....	465
6.1.1	Das RGB-Farbmodell .....	465
6.2	Flat Shading .....	472
6.2.1	Intensität der Polygonfarbe .....	473
6.2.2	Mathematische Grundlagen des Flat-Shading-Algorithmus .....	475
6.2.3	Das Umgebungslicht .....	479
6.2.4	Implementierung des Flat-Shading-Algorithmus .....	481
6.3	Gouraud Shading .....	495
6.3.1	Der Normalenvektor eines Punktes .....	497
6.3.2	Farbinterpolation .....	501
6.3.3	Rotation der Vektornormalen dreidimensionaler Vertices .....	509
6.3.4	Praktischer Einsatz des Gouraud-Shading-Algorithmus .....	510
6.4	Unterstützung mehrerer Primärfarben .....	511
6.4.1	Möglichkeiten des Einsatzes mehrerer Farbpaletten .....	519
6.5	Hardwarebeschleunigte Polygonschattierung .....	520
6.6	Projekt: Rotationssymmetrische Polyeder .....	527
6.7	Einheitssphären verschiedener Längenfunktionen .....	531
6.8	Polygon Morphing .....	532
6.9	Phong Shading .....	537



6.9.1	Die Vektornormale eines Pixels .....	539
6.9.2	Anpassung der Vektornormalen im Laufe des Polygon Clipping .....	544
6.9.3	Praktischer Einsatz des Phong-Shading-Algorithmus .....	546
6.10	Metal Shading .....	547
6.10.1	Exponentialinterpolation .....	548
6.10.2	Praktischer Einsatz des Metal-Shading-Algorithmus .....	555
6.10.3	Implementierung in die Hardware .....	556
6.10.4	Metal Shading unter Verwendung einer alternativen Farbgebung .....	560
6.11	Farbverläufe n-ten Grades .....	561
6.11.1	Anwendungsgebiete für Farbverläufe höheren Grades .....	562
6.11.2	Praktischer Einsatz von Farbverläufen n-ten Grades .....	563
7	<b>Bitmaps</b> .....	567
7.1	Verwaltung von Bitmaps .....	568
7.1.1	Der Umgang mit 8-Bit-Bitmaps .....	569
7.2	Das 8-Bit-BMP-Dateiformat .....	572
7.2.1	Praktische Darstellung von 8-Bit-Bitmaps .....	574
7.3	Beschriftung von Bitmaps .....	576
7.3.1	Grundlagen der Beschriftung von Bitmaps .....	576
7.3.2	Praktische Darstellung von Linien innerhalb von Bitmaps .....	579
7.3.3	Background Buffering .....	582
7.3.4	Projekt: Elementare Bitmap-Rotation .....	584
7.4	Verwaltung von 32-Bit-Bitmaps .....	585
7.4.1	Die Struktur von 24-Bit-BMP-Dateien .....	586
7.5	Partielle Darstellung von Bitmaps .....	589
7.5.1	Visualisierung rechteckiger Teilbereiche von Bitmaps .....	590
7.5.2	Einfache Transparenzeffekte .....	596
7.5.3	Zweidimensionale Umgebungen .....	598
7.5.4	Bitmap Clipping .....	601
7.5.5	Verwaltung zweidimensionaler Gegenstände .....	610
7.5.6	Praktische Visualisierung zweidimensionaler Gegenstände .....	613
7.6	Semitransparenzeffekte .....	622
7.6.1	Grundidee der Generierung semitransparenter Darstellungen .....	622

## Inhaltsverzeichnis

7.6.2	Mathematische Grundlagen der Generierung semitransparenter Darstellungen .....	624
7.6.3	Praktische Generierung semitransparenter Darstellungen .....	625
7.7	Feuereffekte .....	630
7.7.1	Praktische Darstellung von Feuereffekten .....	632
7.8	Plasmaeffekte .....	636
7.8.1	Praktische Erzeugung von Plasmaeffekten .....	637
7.8.2	Konstruktion von Plasmafunktionen .....	638
7.9	Plasmafraktale .....	642
7.9.1	Grundaufbau .....	642
7.9.2	Praktischer Aufbau von Plasmafraktalen .....	644
7.9.3	Praktische Ausgabe von Plasmafraktalen .....	650
7.9.4	Der Einsatz ringförmiger Farbpaletten .....	652
7.10	Bitmap-Verzerrung .....	654
7.10.1	Modellierung einfacher Linsen .....	657
7.10.2	Einsatz komplexer Linsenfunktionen .....	660
7.10.3	Erzeugung von Wirbeln .....	665
7.11	Die Mandelbrotmenge .....	669
7.11.1	Farbgebung komplexer Zahlen .....	670
7.11.2	Praktische Darstellung der Mandelbrotmenge .....	672
7.11.3	Projekt a7_11: Benutzerdefinierte Vergrößerung von Bereichen der Mandelbrotmenge .....	675
<b>8</b>	<b>Texturprojektion .....</b>	<b>679</b>
8.1	Linear Texture Mapping .....	680
8.1.1	Mathematische Grundlage des Linear-Texture- Mapping-Algorithmus .....	683
8.1.2	Implementierung des Linear-Texture-Mapping- Algorithmus .....	686
8.1.3	Praktischer Einsatz des Texture-Mapping-Algorithmus ....	700
8.1.4	Fehlerbehebung nach dem High-Level-, Low-Level- Prinzip .....	701
8.2	Perspective Texture Mapping .....	704
8.2.1	Grundlagen des Perspective-Texture-Mapping- Algorithmus .....	706
8.2.2	Interpolation der inversen z-Koordinaten .....	707

8.2.3	Praktischer Einsatz des Perspective-Texture-Mapping-Algorithmus	710
8.3	Der perspektivische Z-Buffer-Algorithmus	711
8.3.1	Simple Depth Shading	711
8.3.2	Praktischer Einsatz des Depth-Shading-Algorithmus	713
8.3.3	Z-Buffer-Algorithmus unter Verwendung inverser z-Koordinaten	715
8.3.4	Mathematische Grundlagen des perspektivischen Z-Buffer-Algorithmus	724
8.4	Multitextureeffekte	729
8.4.1	Statische Multitextureeffekte	730
8.4.2	Dynamische Multitextureeffekte	734
8.4.3	MIP Mapping	737
8.4.4	Der Einsatz verallgemeinerter Texturkoordinaten	740
8.4.5	Implementierung des Pixel-Based-MIP-Mapping-Algorithmus	743
8.4.6	Effiziente Verwaltung von Texturen	747
8.5	Hardwarebeschleunigte Texturprojektion	753
8.6	Projekt: Texturprojektion im zweidimensionalen Raum	760
8.7	Texturparkettierung	783
8.7.1	Optimierte Texturparkettierung	789
8.8	Projekt: Texturierung rotationssymmetrischer Polyeder	793
8.9	Erweiterte Polygonschattierung	795
8.9.1	Textured Flat Shading	796
8.9.2	Projekt: Darstellung einer wehenden Fahne	808
8.10	Navigation im dreidimensionalen Raum	811
8.10.1	Praktische Simulation der Bewegung innerhalb einer dreidimensionalen Welt	812
8.10.2	Lokale Koordinatensysteme	813
8.10.3	Der Einsatz lokaler Darstellungskameras	833
8.11	Benutzerdefinierte Sichtfenster	836
8.11.1	Praktischer Einsatz benutzerdefinierter Sichtfenster	837
8.11.2	Die Projektionskonstante eines benutzerdefinierten Sichtfensters	844
8.11.3	Lokale Darstellungskameras und benutzerdefinierte Sichtfenster	846
8.11.4	Rotation um beliebig verlaufende Geraden	852
8.11.5	Der Einsatz hardwarebeschleunigter Matrizen	857

## Inhaltsverzeichnis

<b>9</b>	<b>Aufbau und effiziente Darstellung dreidimensionaler Landschaften</b>	<b>865</b>
9.1	Projekt: Generierung einer einfachen Landschaft	866
9.2	Der Algorithmus Visible Terrain Visualization	873
9.2.1	VTV-Algorithmus, einfache Version	874
9.2.2	VTV-Algorithmus, optimierte Version	883
9.2.3	Weiterführende Möglichkeiten des VTV-Algorithmus	897
9.3	Uneingeschränkte Bewegung innerhalb dreidimensionaler Umgebungen	898
9.3.1	Erweiterung des Höhenfeldes	902
9.3.2	Texturierung des erweiterten Höhenfeldes	907
9.4	Der Einsatz unterschiedlicher Landschaftstexturen	910
9.4.1	Bitmapverläufe n-ten Grades	911
9.4.2	Aufbau einer erweiterten Landschaftstextur	914
9.4.3	Der Einsatz von Detailtexturen	918
9.5	Berechnung von Schatten	919
<b>A</b>	<b>Erweiterte mathematische Grundlagen</b>	<b>925</b>
A.1	Das Zahlengebäude	925
A.1.1	Die Menge der natürlichen Zahlen	926
A.1.2	Die Menge der ganzen Zahlen	928
A.1.3	Die Menge der rationalen Zahlen	929
A.1.4	Die Menge der reellen Zahlen	932
A.1.5	Die Menge der komplexen Zahlen	934
A.1.6	Weiterentwicklung des Zahlengebäudes	938
A.2	Folgen reeller Zahlen	939
A.3	Die erweiterte binomische Formel	941
<b>B</b>	<b>Literaturempfehlungen</b>	<b>945</b>
B.1	Weiterführende Literatur, Computergrafik	945
B.2	Weiterführende Literatur, Mathematik	946
	<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>947</b>