
Inhaltsverzeichnis

Teil I Maßtheorie

1	Grundlagen der Maßtheorie	3
1.1	Das Maßproblem	3
1.2	Mengensysteme	9
1.3	Messbare Abbildungen	16
1.4	Maße	20
2	Das Lebesgue-Integral	27
2.1	Lebesgue-Integral und Konvergenzsätze	27
2.2	Vergleich von Riemann- und Lebesgue-Integral	37
2.3	Der Satz von Fubini	42
2.4	Norm-Ungleichungen und L^p -Konvergenz	45
2.5	Der Satz von Radon-Nikodym	49

Teil II Wahrscheinlichkeitstheorie

3	Wahrscheinlichkeitsräume	57
3.1	Die Axiomatik	57
3.2	Diskrete Wahrscheinlichkeitsmaße	62
3.3	Stetige Verteilungen	68
3.4	Anwendung Physik: Quantum Computation	77
4	Zufallsvariablen	89
4.1	Grundbegriffe	89
4.2	Momente	91
4.3	Mehrdimensionale Verteilungen	107
4.4	Anwendung Finanzmathematik: Value at Risk	113

5	Unabhängigkeit	119
5.1	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	119
5.2	Stochastische Unabhängigkeit	123
5.3	Summen und Produkte	127
5.4	Anwendung Nachrichtentechnik: Decodierung	132
6	Folgen und Reihen unabhängiger Zufallsvariablen	143
6.1	0-1-Gesetze	143
6.2	Gesetze der großen Zahlen	150
6.3	Das Drei-Reihen-Theorem	162
6.4	Anwendung Informationstheorie: Datenkompression	165
7	Der zentrale Grenzwertsatz	173
7.1	Schwache Konvergenz	173
7.2	Charakteristische Funktionen	180
7.3	Die Normalverteilung	194
7.4	Der zentrale Grenzwertsatz	201
7.5	Anwendung Nachrichtentechnik: Mobilfunkkanäle	209
8	Bedingte Erwartungen	215
8.1	Definition, Existenz und Eindeutigkeit	215
8.2	Eigenschaften bedingter Erwartungen	219

Teil III Stochastische Prozesse

9	Markov-Ketten	227
9.1	Übergangswahrscheinlichkeiten	227
9.2	Erweiterungen der Markov-Eigenschaft	235
9.3	Klassifikation von Zuständen	240
9.4	Stationarität	250
9.5	Grenzverhalten	254
9.6	Anwendung Biologie: Ein Populationsmodell	263
10	Poisson-Prozesse	267
10.1	Terminologie stochastischer Prozesse	267
10.2	Definition des Poisson-Prozesses	275
10.3	Konstruktionen rund um den Poisson-Prozess	283
10.4	Nichthomogene Poisson-Prozesse	292
10.5	Anwendung Versicherungsmathematik: Ruinwahrscheinlichkeit	296
11	Zeitdiskrete Martingale	301
11.1	Definition und Beispiele	301
11.2	Gleichgradige Integrierbarkeit	308
11.3	Stoppzeiten und Stoppsätze	314
11.4	Konvergenz von Martingalen	320

11.5	Das Optional Sampling Theorem	329
11.6	Anwendung Regelungstechnik: Stochastische Filter	334
12	Brownsche Bewegung	341
12.1	Brownsche Bewegung und Gauß-Prozesse	341
12.2	Konstruktionen rund um die Brownsche Bewegung	346
12.3	Pfadeigenschaften	351
12.4	Die starke Markov-Eigenschaft	359
12.5	Anwendung numerische Mathematik: Globale Minimierung ...	367
13	Zeitstetige Martingale	375
13.1	Definition	375
13.2	Stoppsätze in stetiger Zeit	377
13.3	Brownsche Bewegung und Martingale	380
13.4	Konvergenz von Martingalen	387
13.5	Anwendung Finanzmathematik: Preisformeln	392
14	Itô-Integrale	405
14.1	Stieltjes-Integrale und Variation	406
14.2	Das Itô-Integral	413
14.3	Lokalisierung	427
14.4	Die Itô-Formel	436
14.5	Anwendung Mikroelektronik: Schaltkreissimulation	448

Teil IV Mathematische Statistik

15	Schätztheorie	455
15.1	Das statistische Modell	455
15.2	Suffizienz und Vollständigkeit	460
15.3	Das Maximum-Likelihood-Verfahren	464
15.4	Bayes-Schätzung	475
15.5	Anwendung Nachrichtentechnik: Wortfehleroptimale Decodierung	480
16	Testtheorie	483
16.1	Das Neyman-Pearson-Lemma	483
16.2	Einseitige Tests	491
16.3	Nichtparametrische Tests	499
16.4	Anwendung medizinische Biometrie: Arzneimittelprüfung	504
17	Lineare statistische Modelle	509
17.1	Das lineare Modell	509
17.2	Kleinste-Quadrate-Schätzung	512
17.3	Normalverteilte Fehler	518

17.4 Anwendung Verfahrenstechnik: Datenanalyse bei einem Recovery Boiler	530
---	-----

Teil V Anhang

A Existenzaussagen	543
A.1 Das Lebesgue-Maß.....	543
A.2 Existenz von Markov-Ketten	553
A.3 Ein Existenzsatz von Kolmogorov	555
A.4 Brownsche Bewegungen	562
B L^p-Räume	569
C Wertetabellen	577
C.1 Verteilung der Standardnormalverteilung	577
C.2 Quantile der t -Verteilung	578
C.3 Quantile der χ^2 -Verteilung.....	579
D Wahrscheinlichkeitstheorie zum Nachschlagen	581
E Literaturhinweise	585
Literatur	589
Symbolverzeichnis	595
Index	601